

Неконсервативные системы

В неконсервативной системе механическая энергия $E = K + W$ не сохраняется. Если, например, на тела системы действуют силы трения, то справедлив *закон изменения механической энергии*:

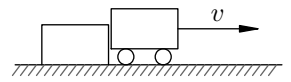
$$\Delta E = A_{\text{тр}},$$

где $A_{\text{тр}}$ — работа сил трения (она отрицательна, поэтому механическая энергия системы убывает). Аналогично, если на систему действует внешняя сила $F_{\text{внеш}}$ (отличная от сил тяготения и упругости, «отвечающих» за потенциальную энергию системы), то

$$\Delta E = A_{\text{внеш}},$$

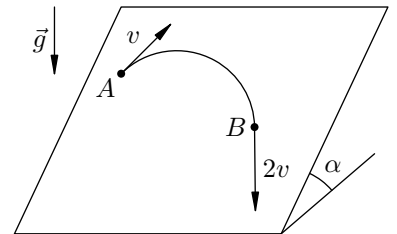
где $A_{\text{внеш}}$ — работа этой внешней силы.

Задача 1. (МФТИ, 1996) Слипшиеся брусок и тележка движутся по горизонтальной поверхности стола (см. рисунок). В некоторый момент, когда скорость равна $v = 1$ м/с, брусок отлипает от тележки. На каком расстоянии друг от друга окажутся тележка и брусок к моменту остановки бруска? Коэффициент трения скольжения бруска о стол $\mu = 0,1$. Трением качения пренебречь.



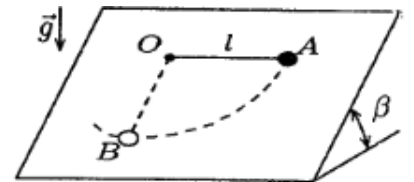
$$\text{но } \Gamma \approx \frac{b \Gamma \zeta}{\tau^a} = \mathcal{T}$$

Задача 2. (МФТИ, 2000) Широкая доска наклонена под углом α к горизонту (см. рисунок). Небольшой шайбе, расположенной в точке A доски, сообщили скорость v , направленную вдоль поверхности доски. Через некоторое время шайба оказалась в точке B , сместившись по вертикали на H вниз и имея скорость $2v$. Какой путь прошла шайба между точками A и B ? Коэффициент трения скольжения шайбы о доску равен μ .



$$\frac{v \cos b \Gamma \zeta}{\tau^a \xi - H b \zeta} = s$$

Задача 3. (МФТИ, 2000) Небольшая шайба на нити длиной l может вращаться вокруг неподвижной оси O , скользя по наклонной плоскости с углом наклона к горизонту β (см. рисунок). Шайбу поместили в точку A наклонной плоскости, соответствующую горизонтальному положению нити, и отпустили. Определить скорость шайбы в точке B — самой низкой точке траектории. Коэффициент трения скольжения шайбы о наклонную плоскость равен μ . Нить всегда параллельна наклонной плоскости и не задевает её.

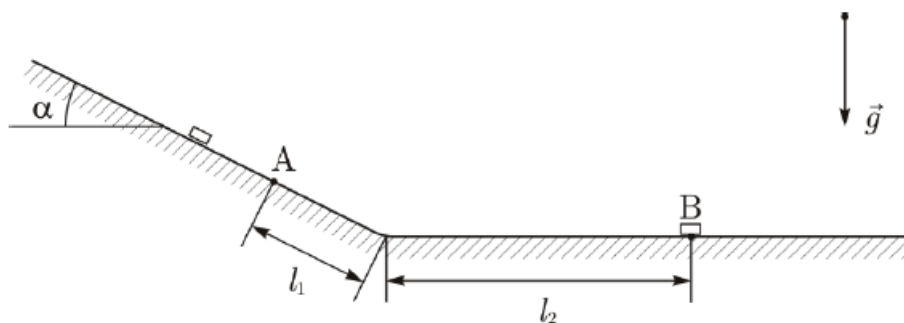


$$(g \cos \beta \mu - g \sin \beta) l \beta^\Lambda = a$$

ЗАДАЧА 4. (МОШ, 2017, 11) На прямолинейно движущееся тело в течение времени $\tau = 5$ с действовала постоянная сила, направленная вдоль вектора скорости. Найдите расстояние, пройденное телом за время действия силы, если за это время модуль импульса тела возрос на $\Delta p = 4 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$, а его кинетическая энергия увеличилась на $\Delta w = 10 \text{ Дж}$.

$$m \cdot \Delta v = \Delta p = 4 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2016, МЭ, 10) По наклонной плоскости, которая затем плавно переходит в горизонтальную, соскальзывает маленькая шайба, которая останавливается в точке B (см. рисунок). Найдите скорость шайбы в точке A . Коэффициент трения между обеими плоскостями и шайбой равен μ , наклонная плоскость образует угол α с горизонтом, $\mu < \text{tg } \alpha$. Расстояния l_1 и l_2 известны, $\mu l_2 > l_1 \sin \alpha$. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

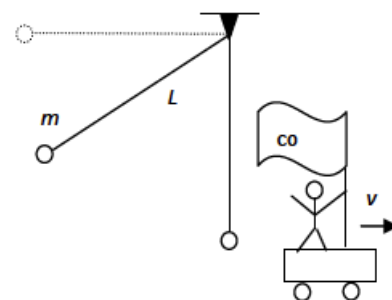


$$((v \cos \alpha - \mu v \sin \alpha) l_1 - \mu l_2) \frac{v^2}{2} = 0$$

ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 1994) Мальчик съезжает на санках без начальной скорости с горки высотой $H = 5$ м по кратчайшему пути и приобретает у подножия горки скорость $v = 6 \text{ м/с}$. Какую минимальную работу необходимо затратить, чтобы втащить санки массой $m = 7 \text{ кг}$ на горку от её подножия, прикладывая силу вдоль плоской поверхности горки?

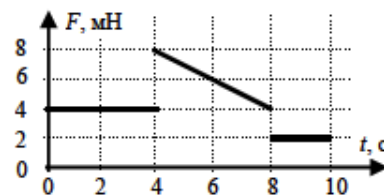
$$A = 2mgh - \frac{mv^2}{2} = 160 \text{ Дж}$$

ЗАДАЧА 7. (Всеросс., 2017, МЭ, 10) Небольшой шарик массой m , подвешенный на лёгкой нерастяжимой нити к потолку комнаты, отпустили без начальной скорости из состояния, в котором нить была горизонтальна. Найдите работу силы натяжения нити над шариком при его движении от верхнего положения до самого нижнего. Ответ дайте для системы отсчёта, связанной с комнатой, и для системы отсчёта, движущейся относительно комнаты горизонтально в плоскости рисунка с постоянной скоростью v . Длина нити L . Систему отсчёта, связанную с комнатой, можно считать инерциальной.



$$A_{\text{н}} = 0; A_{\text{л}} = \frac{mv^2}{2}$$

Задача 8. (МОШ, 2017, 10) На тело массой $m = 20$ г начинает действовать единственная нескомпенсированная внешняя сила, график зависимости модуля которой от времени приведён на рисунке. Найдите работу этой силы в системе отсчёта, в которой начальная скорость тела $v_0 = 2$ м/с. Векторы силы и скорости тела всегда совпадают по направлению.

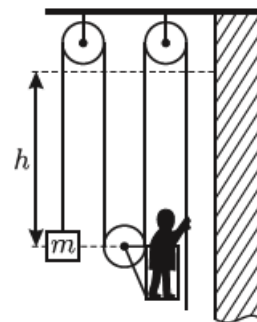


$$A = 136,4 \text{ мДж}$$

Задача 9. (МОШ, 2010, 9) На горизонтальном столе лежит на боку однородный конус массой m с радиусом основания R и углом при вершине 2α . Для того чтобы медленно поставить конус на вершину в положение, при котором его ось вертикальна, нужно совершить работу A . Какую минимальную работу A_1 нужно совершить для того, чтобы из исходного положения поставить конус на основание?

$$\frac{v_{\text{цис}} - 1}{v} - \left(\frac{(v_{\text{цис}} - 1) \gamma \beta u}{v} - v \beta \gamma \right) + 1 \sqrt{\gamma \beta u} = \gamma v$$

Задача 10. (МОШ, 2008, 9) Человек поднялся вдоль верхнего участка стены здания на высоту $h = 2$ м с помощью системы, состоящей из груза массой $m = 25$ кг, нерастяжимой верёвки, трёх блоков и люльки, прикреплённой одному из блоков (см. рисунок). В начальный момент вся система вместе с человеком была неподвижна. Когда человек поднимался, конец верёвки в его руках двигался относительно стены со скоростью $v = 1,2$ м/с. Сколько времени длился подъём? Какую работу совершил человек? Блоки, люлька и верёвка невесомы, трения нет, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



$$\text{ж} \Gamma 800 \text{z} = \text{z} a m \frac{6}{2} + \gamma \beta u \gamma = v \text{ : } \text{z} = \frac{a}{4g} = \tau$$

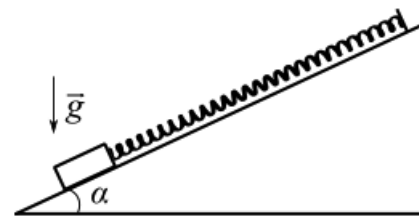
Задача 11. (МОШ, 2007, 10) По горизонтальному столу катится без трения тележка массой M со скоростью v_0 . На горизонтальную поверхность тележки положили кирпич массой m , начальная скорость которого относительно стола была равна нулю. Кирпич прошел по тележке путь l и остановился относительно неё. Найдите коэффициент трения между кирпичом и тележкой.

$$\frac{(m+M)l\beta\text{z}}{\text{z}^2 M} = \eta$$

Задача 12. (Всеросс., 2018, МЭ, 10) Вдоль длинной доски, покоящейся на гладком горизонтальном столе, толкают с некоторой начальной скоростью брусок, масса которого вдвое больше массы доски. Пройдя по доске расстояние $L = 40$ см, брусок перестаёт по ней скользить. Какое расстояние пройдёт по этой доске брусок, имеющий массу, равную массе доски, сделанный из прежнего материала и запущенный с той же начальной скоростью? Считайте, что сразу после запуска бруска доска в обоих случаях покоится относительно стола.

$$\text{ж} \text{z} 09 = \tau \frac{\text{z}}{g} = \tau T$$

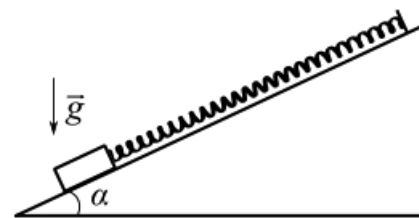
ЗАДАЧА 13. («Физтех», 2017, 9) На наклонённой под углом α ($\cos \alpha = 5/7$) к горизонту поверхности лежит брусок, прикрепленный к упругой невесомой и достаточно длинной пружине (см. рис.). Коэффициент трения бруска о поверхность $\mu = 7/30$. Брусок отклоняют вниз вдоль поверхности на расстояние $A_0 = 32$ см от точки O , соответствующей положению равновесия бруска при отсутствии трения. Затем брусок отпускают, и начинаются затухающие колебания. Если брусок подвесить на этой пружине, то она удлинится на $x_0 = 30$ см.



- 1) На каком расстоянии от точки O окажется брусок при первой остановке?
- 2) На каком расстоянии от точки O брусок остановится окончательно?

$$A_1 = A_0 \cos \alpha = 22 \text{ см}; \quad 2) \text{ на } 2 \text{ см выше точки } O$$

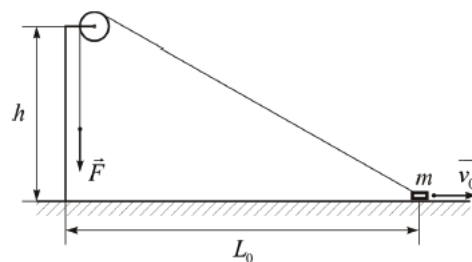
ЗАДАЧА 14. («Физтех», 2017, 10–11) На наклонённой под углом α ($\cos \alpha = 3/4$) к горизонту поверхности лежит брусок, прикрепленный к упругой невесомой и достаточно длинной пружине (см. рис.). Коэффициент трения бруска о поверхность $\mu = 1/6$. Брусок отклоняют вниз вдоль поверхности на расстояние $A_0 = 35$ см от точки O , соответствующей положению равновесия бруска при отсутствии трения. Затем брусок отпускают, и начинаются затухающие колебания. Если брусок подвесить на этой пружине, то она удлинится на $x_0 = 32$ см.



- 1) На каком расстоянии от точки O окажется брусок при первой остановке?
- 2) На каком расстоянии от точки O брусок остановится окончательно?
- 3) (11) Через какое время брусок остановится окончательно?

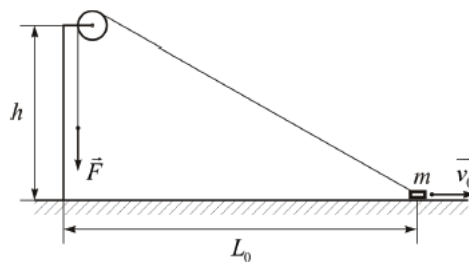
$$A_1 = A_0 \cos \alpha = 27 \text{ см}; \quad 2) \text{ на } 3 \text{ см ниже точки } O; \quad 3) \tau \approx \frac{6}{0.5} \sqrt{\frac{m}{k}} = 12 \sqrt{\frac{m}{k}}$$

ЗАДАЧА 15. («Курчатов», 2016, 10) Маленький брусок массой m находится на гладкой горизонтальной поверхности на расстоянии L_0 от вертикального столба, на котором на высоте h на коротком держателе закреплён маленький невесомый блок с неподвижной горизонтальной осью. Невесомая нерастяжимая длинная нить одним концом прикреплена к бруску, перекинута через блок и натянута с постоянной силой F . Трения в оси блока нет. В начальный момент брусок скользит по поверхности и имеет скорость v_0 , направленную от столба. Каким будет расстояние L_1 от столба до бруска в тот момент, когда брусок на мгновение остановится?



$$L_1 = \sqrt{\frac{2m}{k} \left(\frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{0}{2} T L + \frac{d^2 z}{2 \alpha u} \right)}$$

ЗАДАЧА 16. («Курчатов», 2016, 11) Маленький брусок массой m находится на гладкой горизонтальной поверхности на расстоянии L_0 от вертикального столба, на котором на высоте h на коротком держателе закреплён маленький невесомый блок с неподвижной горизонтальной осью. Лёгкая нерастяжимая длинная нить одним концом прикреплена к бруску, перекинута через блок и натянута с постоянной силой $F > mg$. Трения в оси блока нет. В начальный момент брусок скользит по поверхности и имеет скорость v_0 , направленную от столба. Какой будет скорость бруска в тот момент, когда брусок перестанет давить на поверхность?

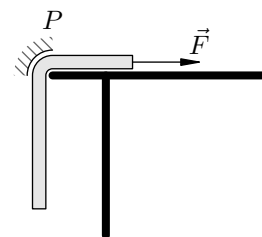


$$\left(\frac{6uu}{4d} - \frac{0}{z} + \frac{0}{z} T \right) \frac{u}{dz} + \frac{0}{z} a \Lambda = a$$

ЗАДАЧА 17. («Росатом», 2011, 10) Гибкий канат длиной l и массой m удерживают на краю горизонтального стола, при этом со стола свешивается конец каната длиной l_1 . Канат начинают втаскивать на стол, действуя на лежащий на столе конец постоянной горизонтальной силой F ($F > mg$). Какой будет скорость каната, когда он полностью поднимется на стол? Трение отсутствует.

$$\frac{1}{z} \frac{u}{l^2} - \frac{u}{1dz} \Lambda = a$$

ЗАДАЧА 18. (МФТИ, 1998) Однородный гибкий канат длиной $L = 1$ м и массой $m = 1$ кг удерживают в покое за верхний конец так, что $1/3$ каната находится на столе, а $2/3$ свисает (см. рисунок). В некоторый момент канат перестают удерживать и начинают втаскивать на стол, прикладывая силу $F = 8$ Н вдоль горизонтальной поверхности стола перпендикулярно кромке стола. Трением каната о стол и направляющий желоб P пренебречь.



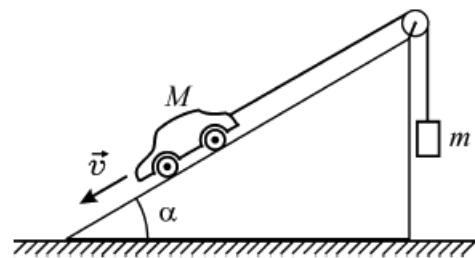
- 1) Найти ускорение каната в начальный момент его движения.
- 2) Найти скорость каната в момент, когда он полностью окажется на столе.

$$\frac{0}{m} \frac{u}{z} \approx \left(\frac{z}{b} - \frac{u}{d} \right) T \frac{z}{v} \Lambda = a \quad \left(\frac{z}{z} \frac{0}{m} \frac{u}{z} \approx \frac{b}{z} - \frac{u}{d} = v \right)$$

ЗАДАЧА 19. (МОШ, 2017, 10) Частица массой m , свободно летящая со скоростью V , попадает в область пространства, в которой в течение времени $\tau = 1$ с на неё действует постоянная по модулю и направлению сила \vec{F} . К моменту прекращения действия этой силы частица движется со скоростью $2V$ в направлении, перпендикулярном первоначальному. Какое время потребовалось бы такой же по модулю и направлению силе, чтобы совершить над частицей вдвое большую работу (при той же начальной скорости частицы)? Влиянием других сил пренебречь.

$$\frac{0}{z} \frac{u}{z} \approx \frac{z}{1z} \frac{z}{z} \Lambda = \tau$$

Задача 20. (МОШ, 2016, 10) По наклонной плоскости, образующей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, едет с постоянной скоростью $v = 1$ м/с игрушечный автомобиль, масса которого равна $M = 300$ г. Автомобиль связан лёгкой нитью, перекинутой через невесомый блок, с грузом массой $m = 200$ г, который движется вертикально. Автомобиль приводится в движение электромотором, который питается от батарейки. КПД электромотора при таком движении равен $\eta = 60\%$. Найдите количество теплоты, выделяющееся при протекании тока через обмотки электромотора за время $t = 2,5$ с. Автомобиль движется без проскальзывания, трением в осях и сопротивлением воздуха можно пренебречь, ускорение свободного падения можно считать равным $g = 10$ м/с².

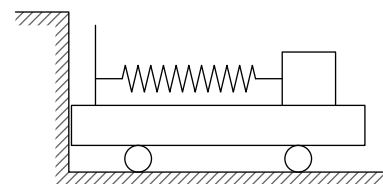


$$Q = (v \cos \alpha - u) \frac{u}{u-1} = 0$$

Задача 21. (МОШ, 2017, 11) Бруску массой $m = 1$ кг, лежащему на горизонтальной поверхности и соединённому со стенкой пружиной жёсткостью $k = 100$ Н/м, сообщают скорость $v_0 = 1$ м/с в направлении стены. Изначально пружина была растянута на $l = 10$ см. Коэффициент трения между поверхностью и бруском $\mu = 0,2$. Определите максимальную скорость бруска u в процессе последующего движения. Найдите максимальное сжатие пружины и ускорение бруска в начале движения. $g = 10$ м/с².

$$v_0 \cos \alpha = v \sin \alpha \Rightarrow v = v_0 \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = v_0 \cot \alpha = 1 \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$

Задача 22. («Физтех», 2013) Тележка находится на горизонтальной поверхности стола. На шероховатой горизонтальной поверхности тележки находится брусок, прикрепленный к тележке лёгкой упругой пружиной (см. рисунок). Масса тележки в два раза больше массы бруска. Брусок отклоняют влево так, что пружина сжата на величину x , а тележка прижата к упору. Затем брусок отпускают.



1) Найдите деформацию пружины в момент отрыва тележки от упора.

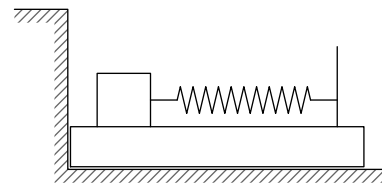
2) Найдите скорость бруска в момент отрыва тележки от упора.

3) Найдите скорость тележки после прекращения движения по ней бруска.

Известно следующее. Если брусок повесить на пружине, то деформация пружины равна $3x$. Если брусок тащить по неподвижной тележке с постоянной скоростью, прикладывая горизонтальную силу к прикрепленной к бруску пружине, то деформация пружины равна $3x/4$. Массой колёс тележки и трением в их осях пренебречь.

$$\frac{9x}{4} = \frac{x}{4} = x \quad \left(\frac{3x}{4} = x \Rightarrow \frac{3}{4} = 1 \Rightarrow x = 0 \right)$$

ЗАДАЧА 23. («Физтех», 2013) Доска находится на шероховатой горизонтальной поверхности стола. На гладкой верхней горизонтальной поверхности доски находится брусок, прикрепленный к доске лёгкой упругой пружиной (см. рисунок). Брусок отклоняют влево так, что пружина растянута на величину x , а доска прижата к упору. Затем брусок отпускают.



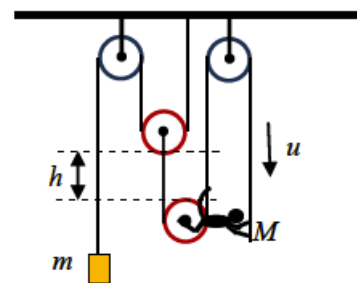
1) Найдите деформацию пружины в момент отрыва доски от упора.

2) Найдите скорость бруска в момент отрыва доски от упора.

Известно следующее. Если брусок подвесить на пружине, то деформация пружины равна $x/5$. Если брусок с доской двигать по столу с постоянной скоростью, прикладывая горизонтальную силу к бруску, то деформация сжатой пружины равна $2x/3$. Все деформации пружины меньше длины пружины в ненапряжённом состоянии.

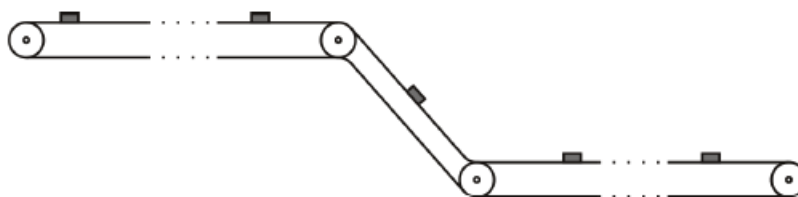
$$\frac{x}{5} = a \left(z : \frac{x}{x_0} = 1 \right)$$

ЗАДАЧА 24. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 7–9) Обезьянка массы $M = 21$ кг повисла, ухватившись за конец лёгкой нерастяжимой верёвки и за один из блоков системы, изображённой на рисунке. При этом система оказалась в равновесии. Затем обезьянка стала выбирать передними лапами верёвку так, что конец верёвки опускался вниз со скоростью $u = 1$ м/с. Так было до тех пор, пока подвижный блок, за который задними лапами держалась обезьянка, не столкнулся с расположенным над ним подвижным блоком. В момент начала подъёма расстояние между этими блоками по вертикали было равно $h = 3$ м. Чему равна масса груза m ? Найти время подъёма. Какую работу совершила обезьянка за всё время, прошедшее с момента, когда она ещё покоилась, до момента столкновения блоков? Все блоки очень лёгкие, верёвка по ним не скользит. Трение в осях блоков нет.



$$M \frac{u}{2} = m \frac{u}{2} \Rightarrow m = M = 21 \text{ кг}$$

ЗАДАЧА 25. («Курчатов», 2016, 9) На ленте длинного транспортера, имеющего два горизонтальных участка и один наклонный, движутся с постоянной скоростью одинаковые грузы массой M . Грузы расположены вдоль ленты на одинаковых расстояниях друг от друга и не скользят по ней. Лента приводится в движение мотором постоянной мощности. С нижнего горизонтального участка транспортера на верхний поднимается N грузов в минуту. После того как к каждому грузу привязали воздушный шар массой m и объёмом V , транспортер стал поднимать n грузов в минуту. Найдите величину n . Мощность мотора после привязывания шаров осталась прежней, плотность воздуха равна ρ ($\frac{m}{V} < \rho < \frac{M}{V}$). Потерями механической энергии в системе можно пренебречь.

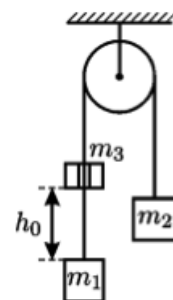


$$N \frac{\Delta^d - u + M}{M} = u$$

ЗАДАЧА 26. (МОШ, 2017, 10) По закреплённой наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом, скользил брусок массой $2m$, двигаясь с постоянной скоростью V . Сверху без начальной скорости отпустили кусок пластилина массой m . Пролетев расстояние H , пластилин упал на брусок и прилип к нему. Какое количество теплоты выделилось за время соударения? Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

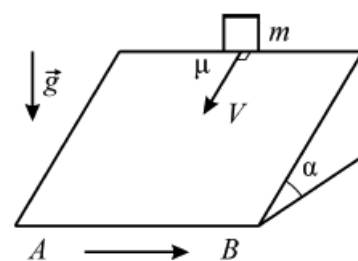
$$\left(H^6 + \frac{\varepsilon}{\tau\Lambda}\right) u = \varnothing$$

ЗАДАЧА 27. (МОШ, 2007, 11) На длинной нити, перекинутой через блок, висят грузы массами m_1 и m_2 . На высоте h_0 над более лёгким грузом держат шайбу из пластилина массой m_3 (см. рисунок). Известно, что $m_3 > m_2 - m_1 > 0$. В некоторый момент грузы m_1 и m_2 приходят в движение без начальной скорости. Когда груз m_1 доходит до шайбы, её отпускают без начальной скорости, и пластилиновая шайба прилипает к грузу m_1 . На какую максимальную высоту h над начальным положением поднимется шайба? Трение и масса блока пренебрежимо малы. Нить невесомая и нерастяжимая, а её участки, не лежащие на блоке, вертикальны.



$$\frac{\xi u - \varepsilon(\varepsilon u + \tau u)}{\tau u - \xi u} \varnothing \eta = \eta$$

ЗАДАЧА 28. (МОШ, 2017, 11) С наклонной поверхности клина с углом α при основании, движущегося по горизонтальному столу с постоянной скоростью вдоль направления AB , сталкивают небольшой груз массой m так, что в начальный момент его скорость V относительно клина направлена перпендикулярно AB вдоль наклонной поверхности (см. рисунок). Коэффициент трения между поверхностью клина и грузом равен μ ($\mu > \text{tg } \alpha$). Чему будет равна работа силы трения, с которой клин действует на груз, к моменту, когда проскальзывание груза по поверхности клина прекратится? По какой траектории движется груз, пока проскальзывание ещё не прекратилось? Ответ на оба вопроса нужно дать относительно системы отсчета, связанной со столом. Влиянием воздуха можно пренебречь.



$$\text{эгоооооооо ои : } \left(\frac{\nu \bar{\alpha}_1 - \tau}{\tau \Lambda u \eta}\right) \xi = V$$

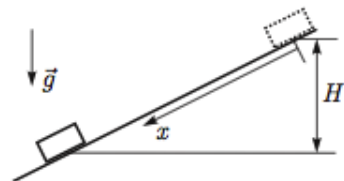
ЗАДАЧА 29. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) Со дна широкого водоема глубиной $H = 10$ м поднимается деревянный прямоугольный параллелепипед высотой $h = 0,8$ м с квадратным основанием со стороной $a = 1$ м и плотностью $\rho_1 = 800$ кг/м³. Какое количество теплоты выделится к тому моменту, когда параллелепипед и вода перестанут двигаться? Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².

$$(q(\tau d + d) - H d \tau)(\tau d - d) \frac{d \tau}{q \bar{b} \tau v} = \varnothing$$

ЗАДАЧА 30. (Всеросс., 2015, РЭ, 11) На гладкой горизонтальной поверхности лежит доска длиной L и массой M . На краю доски покоится небольшой брусок. На брусок начинает действовать постоянная горизонтальная сила, так что он движется вдоль доски с ускорением, которое больше ускорения доски. Найдите ускорение, с которым двигалась доска, если за время движения по ней бруска выделилось количество теплоты Q .

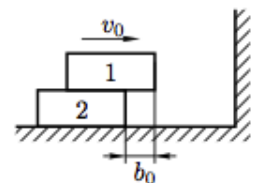
$$\frac{Q}{M} = v$$

ЗАДАЧА 31. (Всеросс., 2014, РЭ, 10) Небольшой груз соскальзывает без начальной скорости по наклонной плоскости. Известно, что коэффициент трения между грузом и плоскостью меняется по закону $\mu(x) = \alpha x$, где x — расстояние вдоль плоскости от начального положения груза. Опустившись на высоту H по вертикали (см. рисунок), груз останавливается. Найдите максимальную скорость груза в процессе движения.



$$\frac{v}{H^b} = a$$

ЗАДАЧА 32. (Всеросс., 2011, РЭ, 10) Система, состоящая из двух одинаковых брусков массы m , движется с постоянной скоростью v_0 вдоль гладкой горизонтальной плоскости по направлению к вертикальной стенке. Верхний брусок смещён относительно нижнего на расстояние b_0 в направлении движения (см. рисунок). Через некоторое время система сталкивается со стенкой. Соударение любого из брусков с ней можно считать абсолютно упругим. Коэффициент трения между брусками μ .



1) Определите смещение b (модуль и направление) верхнего бруска относительно нижнего после того, как прекратится взаимодействие системы брусков со стенкой, а верхний брусок перестанет скользить по нижнему.

2) С какой скоростью v_k после этого будет двигаться система?

3) В каких координатах зависимость $b(v_0)$ будет линейна? Постройте график этой зависимости в соответствующих координатах.

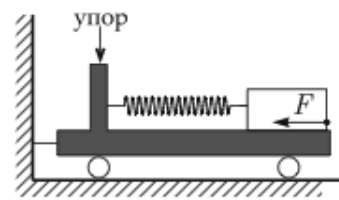
$$0 \leq b \leq \frac{v_0^2}{2g\mu} \text{ и } 0 < b < \frac{v_0^2}{2g\mu} \text{ и } 0 = \mu \text{ и } \frac{b}{v_0} = \mu \text{ и } \frac{b}{v_0} = \mu \text{ и } \frac{b}{v_0} = \mu \text{ и } \frac{b}{v_0} = \mu$$

ЗАДАЧА 33. (Всеросс., 2018, РЭ, 11) Тонкая лёгкая нерастяжимая лента прикреплена к стене в точке O (см. рис.). На ленте удерживают небольшой цилиндр массой m так, что наклонный участок ленты длины R образует угол α с горизонталью. К свободному концу ленты приложили силу F , и цилиндр отпустили. Найдите его скорость в момент отрыва от ленты. Сила F всё время направлена горизонтально и постоянна по величине. Считайте, что трения нет, ускорение свободного падения равно g .



$$v = \sqrt{2R \left(\frac{m}{1 - \cos \alpha} \right) g \sin \alpha}, \text{ если } F \left(\frac{m}{1 - \cos \alpha} \right) g \sin \alpha > 0$$

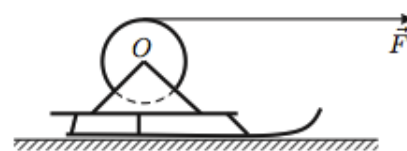
ЗАДАЧА 34. (Всеросс., 2015, финал, 9) Тележка соединена со стеной жёстким стержнем. К её упору прикреплена пружина, другой конец которой связан с бруском (см. рисунок). Вначале пружина не деформирована. На брусок в течение некоторого времени действует постоянная горизонтальная сила F , направленная вдоль тележки. После прекращения действия этой силы брусок ещё некоторое время смещается в сторону упора и возвращается, остановившись в исходной точке. Сила трения, действующая со стороны тележки на брусок, равна f . Трение в осях колес не учитывайте.



- 1) С какой силой N тележка давила на стержень в момент прекращения действия силы F ?
- 2) Найдите наибольшее значение силы N_{\max} давления тележки на стержень.

$$f\varepsilon = \text{сум} N \left(\tau : \left(\frac{d}{f v} + 1 \right) \right) f = N \quad (1)$$

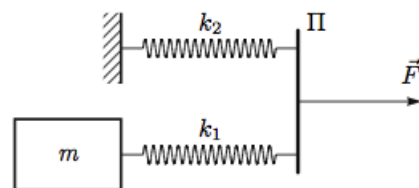
ЗАДАЧА 35. (Всеросс., 2004, финал, 9) Тонкостенный цилиндр массой m насажен с помощью лёгких спиц на горизонтальную ось O , закреплённую на санках (рис.), и может вращаться вокруг неё без трения. Масса цилиндра вместе с санками равна M . Мальчик тянет санки в горизонтальном направлении с постоянной силой F за лёгкий трос, намотанный на цилиндр. В результате за некоторое время санки из состояния покоя переместились по гладкой горизонтальной дороге на расстояние S .



- 1) Какой скорости V_1 достигли бы санки, пройдя путь S , если бы цилиндр был заторможен в оси и не мог вращаться?
- 2) Какой скорости V_2 достигли санки, пройдя путь S , при незаторможенном цилиндре?
- 3) Какую работу совершил мальчик при незаторможенном цилиндре?

$$\left(\frac{m}{M} + 1 \right) S F = V^2 : \frac{m}{S F \tau} \wedge = \tau \wedge = v \wedge$$

ЗАДАЧА 36. (Всеросс., 2015, финал, 10) На гладкой горизонтальной поверхности расположена конструкция, показанная на рисунке (вид сверху). Один конец пружины жёсткости k_1 прикреплен к грузу массы m , второй — к палочке П. У пружины жёсткости k_2 один конец закреплён неподвижно, а второй прикреплен к той же палочке П. На палочку всё время действует сила F , остающаяся постоянной по величине и направлению (что бы ни случилось). Поначалу груз m удерживают неподвижно, а затем отпускают без толчка.

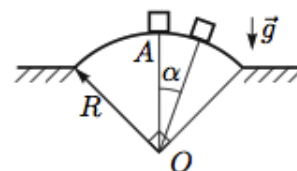


- 1) Найдите максимальную скорость груза.
- 2) Найдите удлинение первой пружины в момент, когда её длина будет минимальна.

Считайте, что масса пружин и палочки равна нулю, длины пружин в недеформированном состоянии одинаковы, растяжения пружин в момент отпускания груза тоже одинаковы, силу F прикладывают к палочке таким образом, что она движется поступательно (не поворачивается при движении), трение отсутствует.

$$\frac{\tau y + 1 y}{F} = \tau x \left(\tau : \frac{(\tau y + 1 y) \tau y m}{1 y} \wedge \right) F = a \quad (1)$$

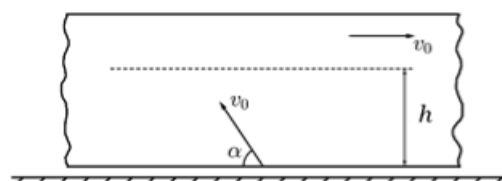
ЗАДАЧА 37. (Всеросс., 2016, финал, 10) Над горизонтальной поверхностью выступает сферическая горка, профиль которой представляет собой четверть окружности радиуса R . В верхнюю точку горки положили небольшую шайбу массой m и сообщили ей горизонтальную начальную скорость v_0 (см. рисунок). Коэффициент трения между горкой и шайбой зависит от угла α по закону $\mu = \operatorname{tg} \alpha$.



- 1) Через какое время τ тело достигнет горизонтальной поверхности при спуске без отрыва от горки?
- 2) Чему равна работа $A_{\text{тр}}$ силы трения к этому моменту?
- 3) При каких величинах v_0 шайба не оторвётся от поверхности горки?

$$\frac{v_0^2}{Rg} \geq \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left(\frac{v_0^2}{2gR} - \frac{1}{2} \right) \quad (1)$$

ЗАДАЧА 38. (Всеросс., 2017, финал, 10) Рядом с мальчиком, стоящим на берегу реки, проплывает со скоростью v_0 тяжёлая льдина прямоугольной формы с ровной горизонтальной поверхностью. Мальчик пускает камень массы m скользить по поверхности льдины от её края. Начальная скорость камня равна скорости льдины и направлена под углом $\alpha = 60^\circ$ к берегу (рис.).



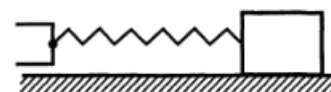
Мальчик заметил, что когда камень оказался на расстоянии h от ближнего к нему края льдины, скорость камня была минимальной.

- 1) Какое количество теплоты Q выделится за время скольжения камня по поверхности льдины?
- 2) На каком расстоянии s от мальчика, стоящего на берегу реки, будет находиться камень в момент окончания его скольжения по льдине?

Примечание. Сравните с задачей [Vse2009F2](#).

$$\frac{v_0^2}{g} = s \left(\frac{v_0^2}{g} - h \right) \quad (1)$$

ЗАДАЧА 39. (Межреспубл., 1992, финал, 10) На гладком горизонтальном столе находится массивный куб с прикрепленной к нему лёгкой упругой пружиной, длина которой $L = 1$ м (рис.). Если закрепить второй конец пружины таким образом, что пружина будет расположена горизонтально, и затем, оттянув в горизонтальном же направлении куб от положения равновесия, отпустить его, то возникнут слабо-затухающие (вследствие трения о воздух) колебания куба. За 10 периодов амплитуда колебаний куба уменьшится в два раза. Для того чтобы поддержать амплитуду колебаний куба неизменной, закреплённый конец пружины начинают каждый раз, когда длина пружины становится минимальной, быстро сдвигать навстречу кубу на расстояние $l = 1$ мм и быстро возвращать конец пружины в прежнее положение каждый раз, когда длина её максимальна. Найдите амплитуду установившихся колебаний. Потерями энергии в пружине можно пренебречь.



Примечание. При затухании колебаний их энергия за каждый период уменьшается в одно и то же число раз.

$$\ln \frac{E}{E_0} \approx -\frac{2\pi}{T} t \quad (1)$$