

Движение жидкости

В задачах, связанных с движением жидкости, обычно предполагается, что жидкость является несжимаемой. Это означает, в частности, следующее. Предположим, что жидкость течёт по трубе переменного сечения. Пусть на участке трубы с площадью поперечного сечения S_1 жидкость движется со скоростью v_1 , а на участке сечением S_2 — со скоростью v_2 . За время Δt через сечение S_1 проходит объём жидкости, равный $S_1 \cdot v_1 \Delta t$, а через сечение S_2 — объём $S_2 \cdot v_2 \Delta t$; и поскольку жидкость несжимаема, то *эти объёмы в точности равны друг другу*:

$$S_1 \cdot v_1 \Delta t = S_2 \cdot v_2 \Delta t,$$

или, сокращая на Δt ,

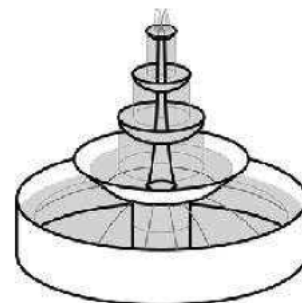
$$S_1 v_1 = S_2 v_2.$$

Последнее соотношение всегда нужно иметь в виду при решении задач.

Задача 1. (*Всеросс., 2015, МЭ, 9*) Газон поливают из шланга, направляя струю под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Определите диаметр d струи в верхней точке траектории, если внутренний диаметр шланга равен $d_0 = 1$ см, а струя в процессе движения не распадается на капли. Считать, что диаметр шланга много меньше высоты подъёма.

$$d \approx \frac{d_0 \sqrt{\cos \alpha}}{2} = 1,4 \text{ см}$$

Задача 2. (*МОШ, 2015, 11*) В фонтан, изображённый на рисунке, по центральной трубке площадью поперечного сечения $S = 50 \text{ см}^2$ подаётся вода, которая вертикально бьёт из отверстия, расположенного на уровне воды верхнего сосуда, на высоту $h = 20$ см. Три верхних сосуда полностью заполнены водой, которая стекает из одного в другой, переливаясь через края сосудов. Четвёртый сосуд (считая сверху) — это широкая чаша. Чтобы поддерживать в ней почти постоянный уровень воды в течение длительного времени, по периметру чаши у её дна каждые $\tau = 2$ мин на некоторый промежуток времени открываются горизонтальные трубки общей площадью $S_0 = 900 \text{ см}^2$. Из этих трубок вода бьёт на расстояние $L = 50$ см, считая по горизонтали, и попадает в пятый сосуд, где с помощью сливных каналов поддерживается постоянный уровень воды. Каждый следующий уровень воды расположен ниже предыдущего на $H = 45$ см (расстояния измеряются между поверхностями воды). Какую скорость имеет вода при попадании в третий сосуд? На какой промежуток времени открываются горизонтальные трубки через каждые 2 минуты? Сопротивлением воздуха и вязкостью воды можно пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

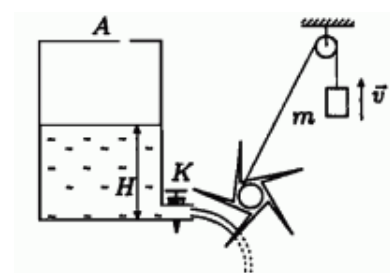


$$v = \sqrt{2gH} = 30 \text{ м/с}; t = \frac{S_0 \tau}{S} = 36 \text{ с}$$

ЗАДАЧА 3. («Курчатов», 2016, 10–11) Полностью заполненная водой ванна с вертикальными боковыми стенками освобождается от воды через открытое сливное отверстие в её горизонтальном дне за время τ . Отверстие расположено в середине дна, и его площадь во много раз меньше площади поперечного сечения ванны. При открытом сливном отверстии вода свободно (без труб) выливается на пол. Если в ванну сначала насыпать до краёв мелкую гальку, а затем заполнить ванну водой, то в этом случае ванна опорожняется за время $\tau/2$. При этом камешки гальки не закрывают сливного отверстия! Через какое время опорожнится ванна, если 75% гальки убрать (то есть оставшиеся камушки будут находиться в нижней четверти ванны) и снова заполнить её водой до краёв? Вязкостью воды можно пренебречь. При решении задачи считайте, что камешки гальки уменьшают площадь поперечного сечения ванны, доступную для воды.

⊥
ε

ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 2004, финал, 9) Любопытный ученик 9 класса соорудил на даче модель водяной турбины (рис.). Вода из широкой бочки вытекала через небольшое отверстие площадью $S = 1 \text{ см}^2$ у дна и попадала на лопасти турбины. С помощью нити, намотанной на тонкий вал турбины и перекинутой через блок, устройство могло поднимать вверх груз массой $m = 100 \text{ г}$ с некоторой скоростью.



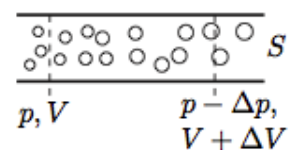
1) Определите коэффициент полезного действия модели водяной турбины, принимая высоту столба воды в бочке $H = 0,2 \text{ м}$, скорость груза $v_1 = 2 \text{ см/с}$.

2) Выполнив первый эксперимент, ученик перекрыл кран K и герметичной пробкой закрыл отверстие A в крышке бочки. Когда он через некоторое время вернулся, бочка сильно нагрелась на солнце. Открыв кран K (при закрытом отверстии A), ученик с удивлением обнаружил, что его механизм работает более активно, и теперь тот же груз поднимается со скоростью $v_2 = 5 \text{ см/с}$. Предполагая, что КПД устройства остался неизменным, а уровень воды в бочке по-прежнему $H = 0,2 \text{ м}$, определите, насколько изменилось давление газа в бочке.

Плотность воды $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$

$$\eta_{\text{П}} = \frac{H \rho g S v_1}{\rho g S H} = \frac{H v_1}{H} = v_1 = 2 \text{ см/с} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2016, финал, 10) В трубе сечения S течёт взвесь — жидкость, переносящая с собой мелкие сжимаемые гранулы (см. рисунок). На участке с давлением p объём отдельной гранулы равен V , а на участке с пониженным давлением $p - \Delta p$ объём гранулы равен $V + \Delta V$. Число гранул, проходящих за единицу времени через любое сечение трубы, равно ν . Найдите массу взвеси μ , проходящую через трубу за единицу времени при стационарном течении, если трения со стенками трубы нет, а скорость жидкости и гранул по всему сечению одинакова. Изменением плотности жидкости пренебречь.



$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \eta$$