

Локальный закон Ома

Рассмотрим однородный проводник длиной l и удельным сопротивлением ρ . Площадь поперечного сечения проводника постоянна вдоль всей его длины и равна S . По проводнику течёт постоянный ток I .

Найдём двумя способами напряжение на концах проводника. С одной стороны, согласно закону Ома для участка цепи,

$$U = IR = I \frac{\rho l}{S}. \quad (1)$$

С другой стороны,

$$U = El, \quad (2)$$

где E — напряжённость электрического поля в проводнике. Приравняв правые части формул (1) и (2) и сокращая на l , получим:

$$E = I \frac{\rho}{S}. \quad (3)$$

Равенство (3) есть *локальный закон Ома*¹. Почему «локальный»? Потому что, зная ток в проводнике, мы можем по формуле (3) вычислить напряжённость электрического поля в заданной точке проводника.

Локальному закону Ома (3) можно придать ещё более компактную форму. Величина $j = I/S$ есть *плотность тока*; она показывает, какой заряд проходит через единицу площади поперечного сечения проводника в единицу времени. Тогда формула (3) переписывается в виде

$$E = j\rho. \quad (4)$$

Полученное равенство (4) связывает локальные величины: напряжённость электрического поля и плотность тока в данной точке проводника. Локальный закон Ома в форме (4) уже не содержит S и справедлив для однородных проводников переменного поперечного сечения.

Локальный закон Ома чаще записывают в несколько ином виде. *Удельная проводимость* λ — это величина, обратная удельному сопротивлению вещества: $\lambda = 1/\rho$. Тогда формулу (4) можно переписать следующим образом:

$$j = \lambda E.$$

Именно эту формулу (причём в векторном виде: $\vec{j} = \lambda \vec{E}$) вы обнаружите в вузовском курсе физики.

ЗАДАЧА 1. Плоский конденсатор с расстоянием между пластинами d , заполненный средой с диэлектрической проницаемостью ε и удельным сопротивлением ρ , включён в цепь батареи с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r . Чему равна напряжённость E электрического поля в конденсаторе, если его ёмкость равна C ?

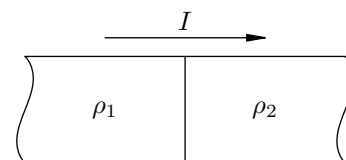
$$\int_1 \left(\frac{d\varepsilon 0\varepsilon}{\rho} + 1 \right) \frac{p}{S} = \mathcal{E}$$

ЗАДАЧА 2. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено жидкостью с диэлектрической проницаемостью ε и удельным сопротивлением ρ . Найдите силу взаимодействия между пластинами конденсатора, когда через конденсатор течёт постоянный ток I . Площадь пластин конденсатора равна S .

$$\frac{S\tau}{\varepsilon} \frac{d\varepsilon I^2 0\varepsilon}{\rho} = \mathcal{A}$$

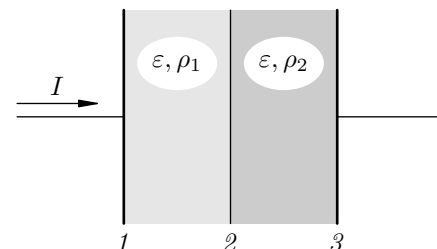
¹Другие названия — *закон Ома в локальной форме*, *закон Ома в дифференциальной форме*. При этом равенство $U = IR$ называется также *законом Ома в интегральной форме*.

ЗАДАЧА 3. (МФТИ, 1991) Через два последовательно соединённых проводника одинакового сечения S , но с разными удельными сопротивлениями ρ_1 и ρ_2 ($\rho_2 > \rho_1$), течёт ток I (см. рисунок). Определить знак и величину поверхностной плотности заряда, возникающего на границе раздела проводников.



$$0 < \frac{S}{(l_2 - l_1)I \rho_2} = \sigma$$

ЗАДАЧА 4. (МФТИ, 1991) Между пластинами 1 и 3 плоского конденсатора помещена тонкая металлическая пластина 2 параллельно обкладкам конденсатора (см. рисунок). Образовавшиеся объёмы заполнены диэлектрическими жидкостями с одинаковой диэлектрической проницаемостью ε , но с разными удельными сопротивлениями ρ_1 и ρ_2 ($\rho_2 > \rho_1$). Найти величину и направление силы, действующей на пластину 2 со стороны электрического поля, когда через конденсатор течёт постоянный ток I . Площади всех трёх пластин одинаковы и равны S .



$$\text{оварно направлена, } \left(\frac{l_2}{2} - \frac{l_1}{2}\right) \frac{S\varepsilon}{l^2 \varepsilon_0} = \mathcal{A}$$

ЗАДАЧА 5. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) В плоский воздушный конденсатор ёмкости C плотно вставили две проводящие пластины одинаковой толщины. Удельное сопротивление материала одной пластины равно ρ_1 , а другой — ρ_2 . На обкладки конденсатора подали постоянное напряжение U («плюс» источника соединён с обкладкой, с которой контактирует пластина 1). Найти заряд, накопившийся на границе раздела пластин при постоянном токе.

$$Q C \frac{\rho_2 + l d}{(l d - \rho_1) 2} = b$$

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2009, финал, 10) Некоторое вещество обладает нелинейной проводимостью. Удельное сопротивление ρ этого вещества зависит от напряжённости E электрического поля по следующему закону:

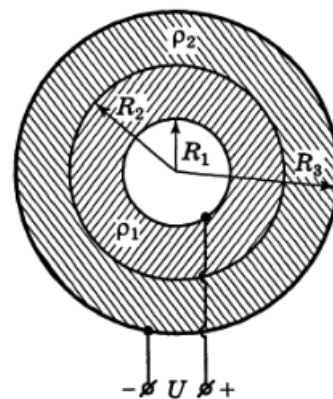
$$\rho = \rho_0 + A E^2,$$

где $\rho_0 = 1,0 \cdot 10^7$ Ом·м и $A = 1,0 \cdot 10^{-3}$ Ом·м³/В². Этим веществом заполнено всё пространство между пластинами плоского конденсатора. Площадь пластин $S = 1$ м².

- 1) Через конденсатор течёт ток. Найдите максимально возможное значение силы тока I_{\max} .
- 2) Предполагая, что расстояние между пластинами конденсатора $d = 1$ см, определите максимальную тепловую мощность, которая может выделяться внутри конденсатора при изменении напряжения между пластинами. Постройте качественный график зависимости мощности P от напряжения U .
- 3) Пусть теперь напряжение на конденсаторе постоянно: $U_1 = 2,0 \cdot 10^3$ В. Какая максимальная мощность может выделяться внутри конденсатора, если изменять расстояние между пластинами? При каком значении $d = d_1$ достигается максимальная мощность? Предполагается, что конденсатор заполнен веществом при любых значениях d . Постройте качественный график зависимости выделяемой мощности P от расстояния d между пластинами.

$$(1) I_{\max} = \frac{2\sqrt{A\rho_0}}{S} = 5 \text{ mA}; (2) P_{\max} = \frac{U^2}{Sd} = 10 \text{ Вт}; (3) P_{\max} = \frac{2\sqrt{A\rho_0}}{U_1 S} = 10 \text{ Вт при } d_1 = \sqrt{\frac{\rho_0}{A}} = 2 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 7. (Всеросс., 2001, финал, 10) Сферический конденсатор с радиусами обкладок $R_1 = R$ и $R_3 = 3R$ подсоединён к источнику с постоянным напряжением U (рис.). Пространство между обкладками заполнено двумя слоями различных веществ с удельными сопротивлениями $\rho_1 = \rho$ и $\rho_2 = 2\rho$ и диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$. Радиус сферической границы между слоями $R_2 = 2R$. Удельная проводимость слоёв между обкладками конденсатора намного меньше удельной проводимости материала обкладок.



1) Найдите заряд на границе между слоями различных веществ.

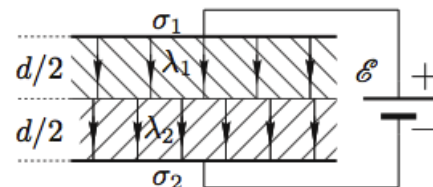
2) Найдите силу тока, протекающего через конденсатор.

$$\frac{dq}{dt} = I; \mathcal{E} \Omega^{\text{св}} \frac{q}{V} = b$$

ЗАДАЧА 8. (МОШ, 2010, 10) Имеются три концентрические хорошо проводящие металлические сферы 1, 2 и 3 радиусами R , $2R$ и $3R$. Пространство между первой и второй сферами заполнено жидкостью с диэлектрической проницаемостью ε и удельным сопротивлением 11ρ , а между второй и третьей — жидкостью с диэлектрической проницаемостью 11ε и удельным сопротивлением ρ . Между внутренней и внешней сферами при помощи батарейки поддерживается постоянная разность потенциалов U . Чему равен заряд q_2 средней сферы? Какова сила тока I , который течёт при этом в цепи?

$$\frac{dI}{dt} = I; \mathcal{E} = \tau b$$

ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 2011, финал, 10) Плоский конденсатор с расстоянием между обкладками d подсоединён к источнику постоянного тока с ЭДС, равной \mathcal{E} (рис.).



Конденсатор заполнен двумя слоями слабопроводящих сред с разными значениями удельной проводимости λ_1 и λ_2 . Оба слоя находятся в электрическом контакте между собой и с пластинами конденсатора. Толщина каждого слоя $d/2$, диэлектрическая проницаемость обоих слоёв $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$. Найдите:

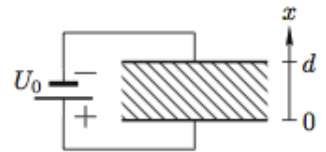
- 1) поверхностные плотности σ_1 и σ_2 зарядов на пластинах конденсатора;
- 2) поверхностную плотность σ заряда в плоскости контакта слоёв.

Примечание. Удельная проводимость — это величина, обратная удельному сопротивлению: $\lambda = 1/\rho$.

$$\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \frac{p}{\mathcal{E}} = \rho; \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1} \frac{p}{\mathcal{E}} = \tau \rho; \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_2} \frac{p}{\mathcal{E}} = \tau \rho$$

ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 2011, финал, 11) Плоский конденсатор ёмкостью C_0 заполнен слабопроводящей слоистой средой с $\varepsilon = 1$, удельное сопротивление которой зависит от расстояния x до одной из пластин по закону

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{2x}{d} \right),$$



где d — расстояние между пластинами конденсатора. Конденсатор подключён к батарее с напряжением U_0 (рис.). Найдите:

- 1) силу тока, протекающего через конденсатор;
- 2) заряды нижней (q_1) и верхней (q_2) пластин конденсатора;
- 3) заряд q внутри конденсатора (т. е. в среде между пластинами);
- 4) электрическую энергию $W_{\text{э}}$, запасённую в конденсаторе.

$$\frac{0}{2} \rho_0 \rho_0 \frac{2x}{\varepsilon_0} = \varepsilon_0 M \quad (1) \quad \rho_0 \rho_0 \rho_0 = b \quad (\varepsilon : \frac{2}{\rho_0 \rho_0 \varepsilon} - = \tau b ; \frac{2}{\rho_0 \rho_0 \rho_0} = \tau b \quad (2) \quad \frac{0 \rho_0 \rho_0 2}{\rho_0 \rho_0 \rho_0} = I \quad (1)$$