

Круговое движение

ЗАДАЧА 1. Легкоатлет бежит по кругу радиуса 100 м со скоростью 12 км/ч. Велосипедист едет по кругу радиуса 250 м. Известно, что оба спортсмена проходят свой круг за одно и то же время. Какова скорость велосипедиста?

Б/МК 0Э

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2015, ШЭ, 7–8) Бегуны Степан и Усейн соревнуются в беге. Усейн бежит со скоростью 6 м/с, а Степан со скоростью 4 м/с. Их соревнование длилось 10 минут, и Степан проиграл Усейну 1 круг. Найдите длину круга.

М 0021

ЗАДАЧА 3. («Росатом», 2015, 7) Во время соревнований по автомобильным гонкам победитель, пройдя 60 кругов, обогнал второго призёра на два круга. Какова средняя скорость движения второго автомобиля, если средняя скорость первого равна 120 км/ч?

Б/МК 911

ЗАДАЧА 4. (МОШ, 2015, 7–8) Три гоночных автомобиля участвуют в заезде по замкнутой гоночной трассе длиной 1 км. Красный автомобиль 10 минут двигался со скоростью 144 км/ч, а оставшееся время — со скоростью 180 км/ч. Зелёный автомобиль проехал 25 км со скоростью 144 км/ч, а оставшееся расстояние двигался со скоростью 180 км/ч. Синий автомобиль проезжает нечётные круги со скоростью 144 км/ч, а чётные — со скоростью 180 км/ч. Автомобили стартуют с одного места. Заезд длится 20 минут, автомобиль, проехавший наибольшее расстояние, объявляется первым, следующий за ним — вторым, и так далее. Автомобили движутся в одном направлении. Какое расстояние прошел каждый из автомобилей? Какой автомобиль прошел наименьшее расстояние?

Красный — 54 км, зелёный — 53,75 км, синий — 53,25 км

ЗАДАЧА 5. (МОШ, 2014, 7–8) Несколько команд школьников соревновались в эстафетных гонках. Командам предстояло преодолеть дистанцию в два круга. Команда 1 состояла из Пети и Васи: Петя пробежал первый круг со скоростью 9 км/ч, Вася — второй круг со скоростью 20 км/ч. Команда 2 состояла из Ирины и Марины: Ирина пробежала первый круг со скоростью 11 км/ч, Марина — второй круг со скоростью 15 км/ч.

А) Укажите номер команды, пришедшей к финишу первой.

В) С какой постоянной скоростью должен пробежать всю дистанцию пёс Рекс, чтобы прийти к финишу одновременно с командой 1? Ответ представьте в км/ч и округлите до десятых.

С) С какой постоянной скоростью должен пробежать всю дистанцию пёс Рекс, чтобы прийти к финишу одновременно с командой 2? Ответ представьте в км/ч и округлите до десятых.

А) 2; В) 12,4; С) 12,7

ЗАДАЧА 6. (*Всеросс., 2013, МЭ, 8*) Три спортсмена-супермарафонца одновременно стартуют с одного и того же места кольцевой беговой дорожки и 10 часов бегут в одну сторону с постоянной скоростью: первый — 9 км/ч, второй — 10 км/ч, третий — 12 км/ч. Длина дорожки 400 м. Мы говорим, что произошла встреча, если либо два, либо сразу все три бегуна поравнялись друг с другом. Момент старта встречей не считается. Сколько всего «двойных» и «тройных» встреч произошло во время забега? Кто из спортсменов чаще всех участвовал во встречах и сколько раз?

Двойных — 75, тройных — 25; третий — 100 раз

ЗАДАЧА 7. Велосипедист движется по кругу радиуса R со скоростью v . За какое время велосипедист проходит дугу 30° ?

$\frac{6R}{v} = t$

ЗАДАЧА 8. В какой момент времени после 12^{00} часовая и минутная стрелки впервые совмещаются?

1 ч 12 мин $\frac{11}{3}$ с

ЗАДАЧА 9. («Росатом», 2013, 7) Какой угол образуют часовая и минутная стрелки, если на часах 16 часов 12 минут?

54°

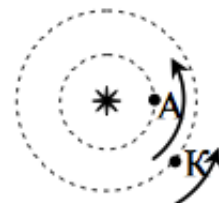
ЗАДАЧА 10. («Росатом», 2012, 8–11) На часах 16:00. Через какое время после этого часовая и минутная стрелки часов встретятся во второй раз?

$t = \frac{8}{3} \text{ мин} = 2 \text{ ч } 28 \text{ мин}$

ЗАДАЧА 11. (*Всеросс., 2014, МЭ, 7–8*) Школьницы Алиса и Василиса бегут в одну сторону по кругу на спортивной площадке. Каждые 12 минут Алиса обгоняет Василису. Навстречу школьницам бежит пёс Рекс, который каждые 3 минуты встречается с Василисой. Через какой промежуток времени происходят встречи Рекса с Алисой?

2,4 мин

ЗАДАЧА 12. («Росатом», 2014, 7–8) В планетной системе вокруг звезды в одной плоскости и в одну сторону вращаются планеты Атлант и Кариатида. Между двумя ближайшими моментами времени, когда звезда, Атлант и Кариатида находятся на одной прямой, проходит 2,2 кариатидных лет. Сколько атлантских лет проходит между этими моментами?



Указание. Период обращения (год) — время, за которое планета совершает полный оборот вокруг звезды.

3,2

Задача 13. (МОШ, 2015, 7) Часовая стрелка на больших башенных часах в самом широком месте имеет ширину $H = 13$ футов. Расстояние от концов отрезка такой ширины на часовой стрелке до оси циферблата часов равно $L = 25$ футов. Минутная стрелка на таком же расстоянии от оси циферблата имеет ширину $h = 5$ футов. Стрелки движутся плавно (без скачков). Определите, за сколько секунд минутная стрелка обгоняет часовую (во время обгона она частично закрывает часовую стрелку). Считается, что обгон начинается в момент, когда минутная стрелка начинает закрывать часовую стрелку в её самом широком месте, а заканчивается, когда стрелки перестают «перекрываться» в этом месте для наблюдателя, смотрящего на часы издали.

Для справки: длина окружности радиусом R равна $2\pi R$, где $\pi \approx 3,14$.

450 с

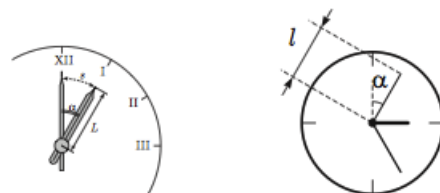
Задача 14. (МОШ, 2007, 7) Марс удобнее всего изучать во время противостояния, когда Земля находится между Марсом и Солнцем. Определите, через какой промежуток времени повторяются противостояния Земли и Марса. Марс совершает оборот вокруг Солнца за 687 земных дней, а Земля — за 365 дней.

$$T \approx \frac{687 \cdot 365}{687 - 365} \approx 779 \text{ дней}$$

Задача 15. («Максвелл», 2014, 7) В момент противостояния Солнце, Земля и Марс находятся на одной прямой (Земля между Солнцем и Марсом). Продолжительность земного года $T = 365$ суток, марсианского — в $k = 1,88$ раз больше. Считая, что планеты обращаются вокруг Солнца по круговым орбитам с общим центром, лежащим в одной плоскости, найдите минимальный промежуток времени τ между двумя последовательными противостояниями. Планеты движутся в одну сторону.

$$\tau = \frac{T}{k-1} \approx 780 \text{ суток}$$

Задача 16. («Максвелл», 2012, 7) Длина часовой стрелки на московских курантах составляет $L = 2$ м 97 см. Скорость конца этой стрелки и скорость конца секундной стрелки на дамских часах фирмы «Rolex» одинаковы. Какова длина l секундной стрелки часов «Rolex»?



4,125 мм

Задача 17. (МОШ, 2012, 7) Школьницы Ирина, Карина и Марина бегают по кругу в одном направлении с постоянными скоростями. Ирина и Карина встречаются каждые 2 минуты. Карина и Марина встречаются каждые 3 минуты. Как часто встречаются Ирина и Марина?

Через 1,2 минуты или через 6 минут

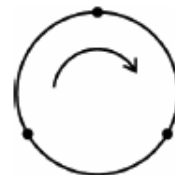
Задача 18. (МОШ, 2015, 7) Тренер проводит занятия по физкультуре необычным способом. Сам он начинает идти по кругу стадиона с постоянной скоростью $u = 1$ м/с. За тренером в тот же момент по кругу стадиона начинает бежать его ученик, который всё время движется с постоянной скоростью $v = 3$ м/с. Когда он достигает тренера, ученик быстро разворачивается, возвращается обратно, добирается до старта, снова быстро разворачивается, опять бежит до тренера, и далее повторяет эти действия нужное число раз. В конечном итоге тренер и ученик пришли к финишу одновременно, причем тренер прошёл менее одного круга.

- 1) Какой путь S_1 пробежал ученик к моменту первой встречи с тренером?
- 2) Какой путь S пробежал ученик до момента финиша?

Длина окружности стадиона от старта до финиша равна $L = 400$ м. В момент старта ученика и тренера длина дуги окружности между ними была равна $D = 100$ м. Ученик начинает бежать с линии старта, которая совпадает с линией финиша.

$$v \cdot 006 = \frac{n}{(a-T)^a} = S \quad (z : v \ 0\text{Э}1 = \frac{n-a}{a^a} = 1S \ (1$$

Задача 19. (МОШ, 2017, 7) Вова, Саша и Егор одновременно начали движение с постоянными скоростями в одном направлении (по часовой стрелке) из трёх равноудалённых друг от друга точек кругового мотовелотрека. Через некоторое время Саша, движущийся на мотоцикле с самой большой скоростью, поравнялся с Вовой и Егором, которые в тот же момент встретились в первый раз. Какая скорость V могла быть у Саши, если Егор и Вова ехали на велосипедах со скоростями $V_1 = 10$ км/ч и $V_2 = 20$ км/ч, соответственно? Известно, что скорость Саши не превышала 80 км/ч.



$$\frac{v}{v_1} \text{ э}2 \text{ и}ги \ 09 \text{ , э}7 \text{ '03}$$

Задача 20. («Максвелл», 2017, финал, 7) Кольцо большого адронного коллайдера (БАК) имеет форму окружности длиной $L = 27$ км и четыре раза пересекает границу Франции и Швейцарии в окрестности города Женева.

Протоны перед столкновением летят в коллайдере со скоростью, очень близкой к скорости света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Наименьшее время между влётами протона в Швейцарию равно $t_1 = 24$ мкс. Наименьшее время между влётами протона во Францию равно $t_2 = 20$ мкс. Наибольшее время однократного пребывания протона во Франции равно $t_3 = 56$ мкс. Какая часть длины кольца БАК находится в Швейцарии?

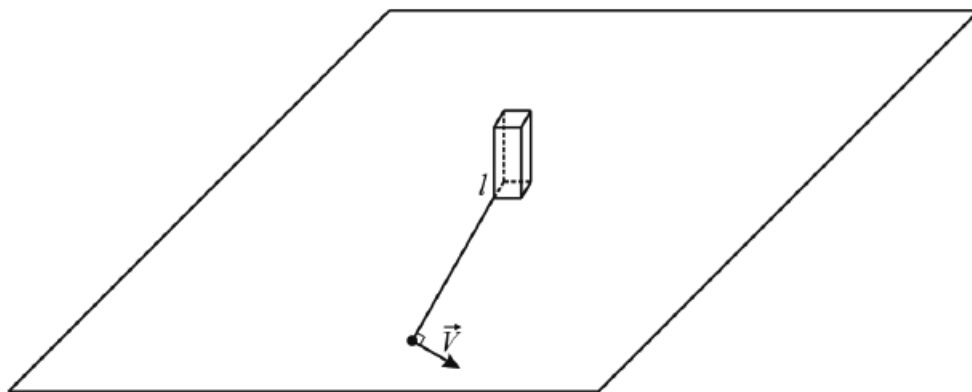
Примечание. $1 \text{ мкс} = 10^{-6} \text{ с}$, что соответствует одной миллионной доле секунды.

$$\frac{g1}{F}$$

Задача 21. («Росатом», 2015, 8–10) Фигуристы исполняют следующий элемент: фигуристка вращается с постоянной скоростью вокруг своей оси, фигурист также с постоянной скоростью совершает обороты вокруг партнерши (в том же направлении). Известно, что фигурист сделал два полных оборота вокруг партнерши за время $t = 10$ с, за это время фигуристка $n = 9$ раз повернулась лицом к своему партнеру, причем первый раз (из этих 9) фигуристка была повернута к нему лицом в самом начале элемента, последний — в конце. За какое время фигуристка совершает один оборот?

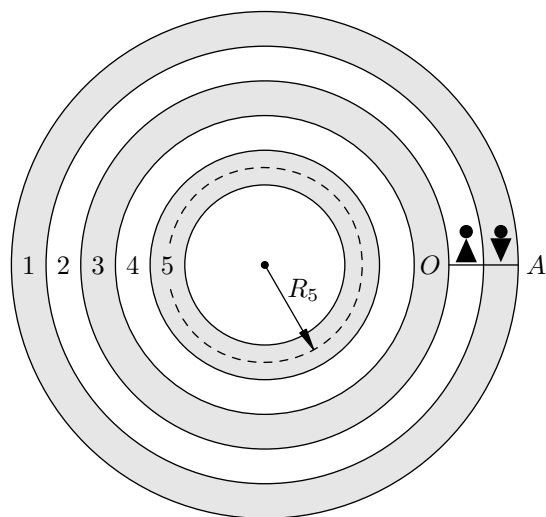
$$v \ 1 = \frac{1+u}{7} = 17$$

ЗАДАЧА 22. (МОШ, 2017, 8) На гладкой горизонтальной поверхности закреплён вертикальный столбик, представляющий собой призму с квадратным сечением, причём сторона квадрата равна $a = 10$ см (см. рис.). К столбику на лёгкой нерастяжимой нити длиной $l = 1,05$ м привязан маленький шарик. Нить горизонтальна, а шарик покоится на поверхности. Шарик сообщают скорость $V = 50$ см/с, направленную вдоль поверхности перпендикулярно нити и одной из граней столбика. Спустя некоторое время после этого вся нить наматывается на столбик. Найдите, какой путь пройдет шарик до удара о столбик и за какое время нить полностью наматается на него. Длина окружности радиусом R равна $2\pi R$, где $\pi \approx 3,14$.



$$s_{\text{ш}} = l + \pi a^2 \approx (v_0 - l) \frac{c}{v_0} = \left(\frac{v}{v_0} - \pi\right) v = S$$

ЗАДАЧА 23. (МОШ, 2014, 8) Карусель представляет собой пять круговых дорожек (см. рисунок). Внешняя дорожка (№1) всегда неподвижна; следующая (№2) может двигаться со скоростью 4,5 км/ч. Скорость движения полотна у дорожки №3 в два раза больше, чем у второй. Скорость движения дорожки №4 равна разности скоростей движения дорожек №5 и №2. Скорость движения пятой дорожки, радиус которой равен $R_5 = 20$ м, в два раза больше, чем у третьей. Ширина каждой дорожки равна $r = 1$ м. Вначале все дорожки неподвижны.



С линии AO в одном направлении стартуют двое одноклассников — отличник Вася по неподвижной дорожке №1 на велосипеде и красавица Маша по соседней дорожке №2 — бегом. В момент их старта дорожки начинают двигаться, также вращаясь в одном направлении — каждая со своей скоростью. Маша начинает двигаться в направлении движения дорожек с постоянной скоростью $V_1 = 1,25$ м/с относительно полотна своей дорожки. Через некоторое время она перепрыгивает на соседнюю дорожку, причём скорость её движения относительно полотна новой дорожки остается прежней. Так, последовательно перепрыгивая с дорожки на дорожку и находясь на каждой из них столько времени, сколько требуется, чтобы преодолеть одинаковые угловые расстояния, она добирается сначала до внутренней дорожки №5, а потом возвращается на дорожку №2.

С какой постоянной скоростью двигался Вася на велосипеде, если известно, что к линии старта/финиша они добрались одновременно, сделав один оборот вокруг центра карусели? Считать,

что одноклассники всё время перемещались точно по средним линиям дорожек.

с/м 7