

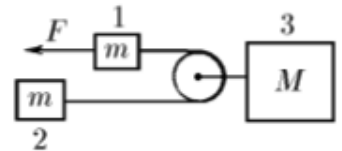
Кинематические связи в динамике

Содержание

1	Всероссийская олимпиада школьников по физике	2
2	Московская олимпиада школьников по физике	3
3	«Покори Воробьёвы горы!»	7
4	«Росатом»	7
5	«Курчатов»	8

В некоторых задачах динамики наряду с законами Ньютона требуются нетривиальные дополнительные соотношения между ускорениями тел — уравнения *кинематической связи*.

ЗАДАЧА 1. (Савченко, 2.1.47) Найдите ускорение тел системы, изображённой на рисунке. Сила F приложена по направлению нити к одному из тел массы m . Участки нити по обе стороны от лёгкого блока, прикрепленного к телу массы M , параллельны.

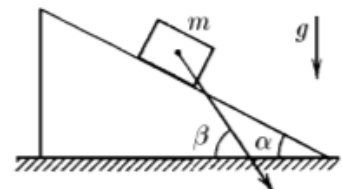


$$\frac{mz + \mathcal{N}}{F} = \varepsilon_D : \frac{(mz + \mathcal{N})\omega z}{\mathcal{N}F} = z_D : \frac{(mz + \mathcal{N})\omega z}{(m\mathcal{V} + \mathcal{N})F} = \tau_D$$

ЗАДАЧА 2. Клин массой M находится на гладкой горизонтальной поверхности. По наклонной поверхности клина, образующей угол α с горизонтом, соскальзывает без трения брусок массой m . Найти ускорение клина.

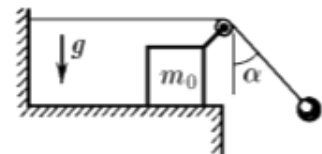
$$\frac{v_z \mathcal{U} \mathcal{I} \mathcal{S} \omega + \mathcal{N}}{v \mathcal{S} \mathcal{O} \mathcal{O} v \mathcal{U} \mathcal{I} \mathcal{S} \omega} \beta = \mathcal{V}$$

ЗАДАЧА 3. (Савченко, 2.1.50) На гладкой горизонтальной плоскости находится клин с углом α при основании. Тело массы m , положенное на клин, опускается с ускорением, направленным под углом $\beta > \alpha$ к горизонтали. Определите массу клина.



$$\frac{v \mathcal{S} \mathcal{I} - g \mathcal{S} \mathcal{I}}{v \mathcal{S} \mathcal{I}} \omega = \mathcal{N}$$

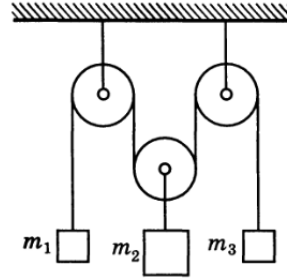
ЗАДАЧА 4. (Савченко, 2.1.49) К свободному концу нити, прикрепленной к стенке и переброшенной через ролик, подвешен груз. Ролик закреплен на бруске массы m_0 , который может скользить по горизонтальной плоскости без трения. В начальный момент нить с грузом отклоняют от вертикали на угол α и затем отпускают. Определите ускорение бруска, если угол, образованный нитью с вертикалью, не меняется при движении системы. Чему равна масса груза?



$$\frac{z(v \mathcal{U} \mathcal{I} \mathcal{S} - \mathcal{I})}{v \mathcal{U} \mathcal{I} \mathcal{S}} \omega = \omega : v \mathcal{S} \mathcal{I} \beta = v$$

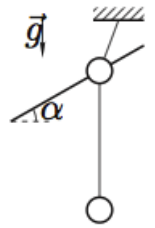
1 Всероссийская олимпиада школьников по физике

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 1998, ОЭ, 9) Система грузов (см. рисунок) с массами $m_1 = m_3 = 10$ кг и $m_2 = 20$ кг сначала находится в покое, трение отсутствует, а массы блоков и нитей пренебрежимо малы. Затем к грузу m_1 прикрепили довесок $\Delta m_1 = 1,25$ кг, к грузу m_3 — довесок $\Delta m_3 = 5$ кг, и систему предоставили себе самой. В каком направлении и с какими ускорениями станут двигаться грузы?



$$\frac{v}{b} = \varepsilon v; \frac{s}{b} = \varepsilon v; \dot{v} = \varepsilon v; \dot{v} = \varepsilon v$$

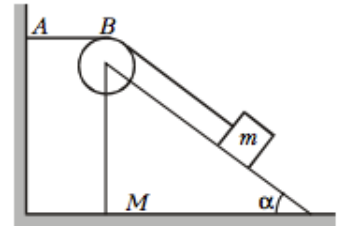
ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2008, ОЭ, 9) Массивный шарик насажен на стержень, жёстко закреплённый под углом α к горизонту, и может без трения скользить по нему. К шарiku на лёгкой нерастяжимой нити подвешен точно такой же шарик. Другая нить удерживает верхний шарик на стержне в равновесии (рис.).



- 1) С какими ускорениями начнут движение шарики сразу после пережигания верхней нити?
- 2) Пусть теперь шарики соединены не нитью, а лёгкой пружиной. С какими ускорениями шарики начнут движение в этом случае?

$$0 = q; \dot{v} \text{ и } \dot{z} = v \quad (z; \frac{v}{z} \text{ и } \frac{v}{z} = q; \frac{v}{z} \text{ и } \frac{v}{z} = v) \quad (1)$$

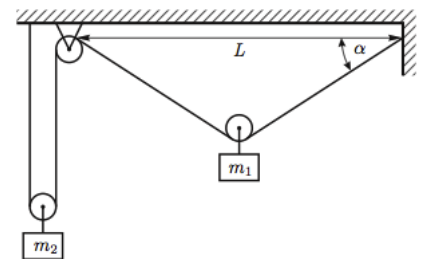
ЗАДАЧА 7. (Всеросс., 1999, финал, 9) На гладком горизонтальном столе стоит клин массой M с углом наклона α при основании (см. рисунок). На поверхности клина находится брусок массой m , привязанный лёгкой нитью к стене. Нить перекинута через невесомый блок, укреплённый на вершине клина. Отрезок нити AB параллелен горизонтальной поверхности стола. Вначале систему удерживают, а затем отпускают. При этом брусок начинает скользить по наклонной поверхности клина. Силы трения отсутствуют.



- 1) Найдите ускорение клина в этом случае.
- 2) Полагая α заданным, найдите, при каком отношении масс клина и бруска такое скольжение возможно.

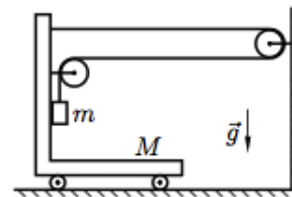
$$\frac{v \cos \alpha}{z(v \cos \alpha - 1)} < \frac{u}{M} \quad (z; \frac{v \cos \alpha - 1}{v \sin \alpha} \frac{u}{M} \delta = v) \quad (1)$$

ЗАДАЧА 8. (Всеросс., 2014, РЭ, 10) К двум лёгким подвижным блокам подвешены грузы, массы которых равны m_1 и m_2 . Лёгкая нерастяжимая нить, на которой висит блок с грузом m_1 , образует с горизонтом угол α . Грузы удерживают в равновесии (см. рисунок). Найдите ускорение грузов сразу после того, как их освободят. Считайте, что радиусы блоков $r \ll L$.



$$(\varepsilon \text{ и } \dot{v}) \text{ и } \dot{v} = \varepsilon v; \frac{v}{z} \text{ и } \frac{v}{z} = q; \frac{v}{z} \text{ и } \frac{v}{z} = v$$

ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 2011, РЭ, 11) На гладкой горизонтальной поверхности покоится уголок массы M , который с помощью лёгкой нити и двух блоков соединён со стенкой и бруском массы m (см. рисунок). Брусок касается внутренней поверхности уголка. Нити, перекинутые через блок, прикрепленный к стене, натянуты горизонтально.



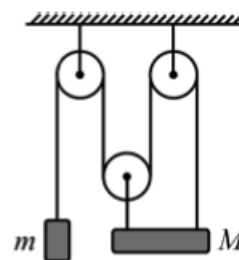
Вначале систему удерживают в состоянии покоя, а затем отпускают. Найдите ускорение a уголка.

Блоки лёгкие. Трение в системе отсутствует.

$$\frac{mg + N}{b\omega z} = v$$

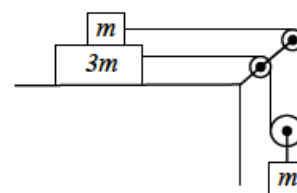
2 Московская олимпиада школьников по физике

ЗАДАЧА 10. (МОШ, 2012, 9) Изображённая на рисунке система состоит из грузов массами m и M , двух неподвижных и одного подвижного блока. Не лежащие на блоках участки нитей вертикальны. Определите ускорения грузов, считая, что груз массой M при движении сохраняет горизонтальное положение, нити невесома и нерастяжимы, блоки лёгкие, трения нет.



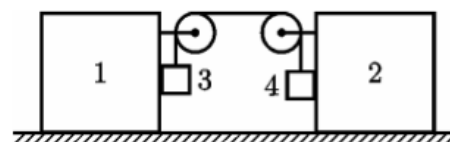
$$Nv z - = \omega v \cdot \delta \frac{\omega \delta + N}{\omega z - 3m} = Nv z : \text{эиня олуиннэя, направлэнную вниз; } v \text{ : проекция на ось, направленную вверх}$$

ЗАДАЧА 11. (МОШ, 2017, 9) Найдите ускорение груза массой $3m$ в системе, изображённой на рисунке. Нить невесома и нерастяжима, блоки невесома, трение отсутствует. Чему равна реакция со стороны нити, действующая на неподвижный верхний блок?



$$b\omega \frac{\delta}{z} = \gamma : \frac{\delta}{b} = v$$

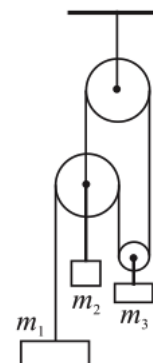
ЗАДАЧА 12. (МОШ, 2007, 9) Найдите ускорение груза 1 в системе, изображённой на рисунке. Массы грузов 1 и 2 равны M , массы грузов 3 и 4 равны m . Грузы 3 и 4 касаются грузов 1 и 2, участки нити, не лежащие на блоках, горизонтальны или вертикальны. Нить невесома и нерастяжима, блоки лёгкие, трения нет.



$$\frac{\omega z + N}{b\omega} = v$$

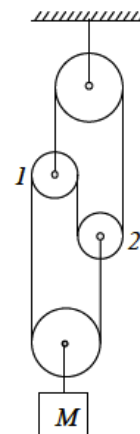
ЗАДАЧА 13. (МОШ, 2009, 9) В системе, показанной на рисунке, неподвижный блок прикреплен к потолку комнаты, а все грузы удерживают неподвижными так, чтобы отрезки лёгкой нерастяжимой нити, не лежащие на блоках, были вертикальны. Грузы массами m_2 и m_3 подвешены к осям блоков на жёстких лёгких стержнях. Все блоки лёгкие и могут вращаться вокруг своих осей без трения. Определите ускорение груза массой m_2 после одновременного отпускания всех грузов. Ускорение свободного падения равно g .

$$(\delta < \tau v) \delta \frac{\varepsilon \omega \tau m + \varepsilon \omega \Gamma \omega + \tau \omega \Gamma \omega \Gamma}{\varepsilon \omega \tau m + \varepsilon \omega \Gamma \omega \Gamma + \tau \omega \Gamma \omega \Gamma} = \tau v$$



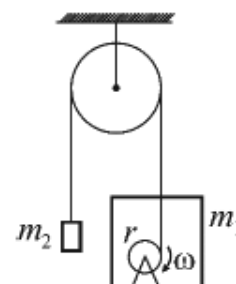
Задача 14. (МОШ, 2016, 9) В системе, изображённой на рисунке, определите ускорения груза и двух одинаковых блоков 1 и 2. Нить невесома и нерастяжима, массы блоков пренебрежимо малы по сравнению с массой груза M , трения нет. Ускорение свободного падения g известно.

$$0 = zv \quad 'g z = v \quad 'g = v$$

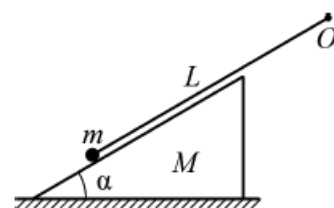


Задача 15. (МОШ, 2016, 9) Невесомая нерастяжимая нить перекинута через идеальный блок. К одному концу нити прикреплен груз массой m_2 , а другой конец нити наматывается на невесомую катушку радиусом r , расположенную внутри ящика массой m_1 . Катушка вращается электродвигателем с постоянной угловой скоростью ω . Участки нити, не прилегающие к блоку и катушке, в процессе движения вертикальны, система крепления катушки к ящику и электродвигатель очень лёгкие. Найдите модуль ускорения a груза m_2 .

$$6 \left| \frac{v\omega + z\omega}{v\omega - z\omega} \right| = v$$

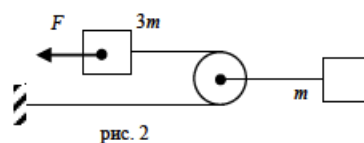
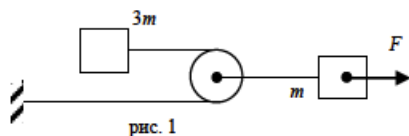


Задача 16. (МОШ, 2017, 9) На горизонтальной плоскости находится клин массой M , наклонная поверхность которого образует угол α с горизонтом. На клине лежит маленький шарик массой m , который соединён невесомой нерастяжимой нитью длиной L с неподвижной осью O , расположенной вне клина. Клин удерживают в таком положении, что нить параллельна наклонной поверхности клина. Трение в системе отсутствует. Клин отпускают, предоставляя системе возможность двигаться. Найдите модули ускорений шарика и клина относительно горизонтальной плоскости в момент сразу после отпущания клина. Нить можно считать очень длинной.



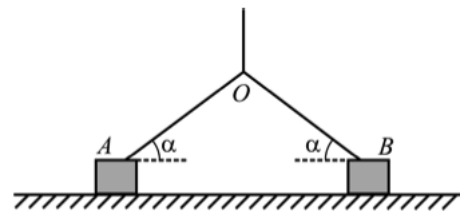
$$\frac{v \sin \alpha \sin \alpha + N}{v \cos \alpha \sin \alpha} = V \quad \frac{v \sin \alpha \sin \alpha + N}{v \cos \alpha \sin \alpha} = v$$

Задача 17. (МОШ, 2017, 10) Если приложить силу F к телу массой m (рис. 1), то оно начнёт двигаться с ускорением $a_1 = 0,20 \text{ м/с}^2$. С каким ускорением a_2 придёт в движение это же тело, если силу F приложить к телу массой $3m$ (рис. 2)? Тела находятся на гладкой горизонтальной поверхности. Массой блока и нерастяжимых нитей можно пренебречь.



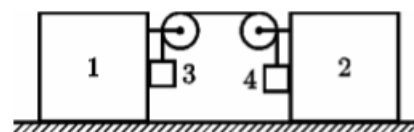
$$z^2 / m \quad 0,40 \text{ м/с}^2 = z v$$

Задача 18. (МОШ, 2011, 10) На горизонтальном столе находятся два одинаковых грузика, связанные невесомой и нерастяжимой нитью, образующей равнобедренный треугольник AOB (см. рисунок). Углы при основаниях треугольника равны α . В точке O к этой нити привязана другая нить, которую удерживают вертикально слегка натянутой. С каким минимальным ускорением нужно начать поднимать точку O , чтобы грузы оторвались от стола в момент начала своего движения?



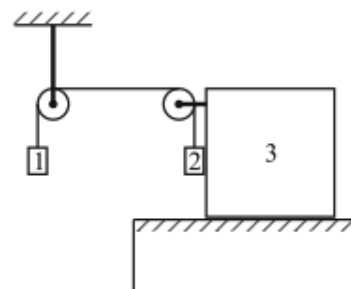
$$v_{\text{отрыва}} = \frac{g}{\sin \alpha}$$

Задача 19. (МОШ, 2007, 10) Найдите ускорения грузов 1 и 2 и силу натяжения нити в системе, изображенной на рисунке. Массы грузов 1, 2, 3 и 4 равны соответственно M_1 , M_2 , m_1 и m_2 . Грузы 3 и 4 касаются грузов 1 и 2, участки нити, не лежащие на блоках, горизонтальны или вертикальны. Нить натянута, невесома и нерастяжима, блоки лёгкие, трение отсутствует.



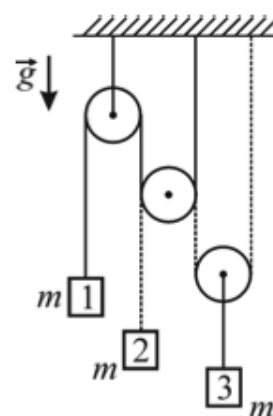
$$(a) \frac{2m_1 + 2M_1}{L} = \tau v, (b) \frac{2m_2 + 2M_2}{L} = \tau v; \frac{2m_1 + 2M_1}{L} + \frac{2m_2 + 2M_2}{L} = \tau v; \frac{2m_1 + 2M_1}{L} + \frac{2m_2 + 2M_2}{L} = \tau v$$

Задача 20. (МОШ, 2006, 10) В системе, изображённой на рисунке, массы всех трёх грузов одинаковы и равны m . Нить, соединяющая грузы 1 и 2, невесома и нерастяжима; её участки, не лежащие на блоках, вертикальны или горизонтальны; блоки невесома, трения нет. Груз 3 движется по горизонтальной плоскости, не опрокидываясь. Найдите ускорения всех трёх грузов. Ускорение свободного падения равно g .



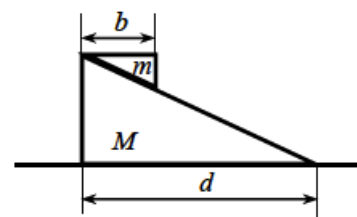
$$(a) \frac{g}{b} = \tau v; (b) \frac{g}{b} = \tau v; (c) \frac{g}{b} = \tau v$$

Задача 21. (МОШ, 2015, 10) Система, показанная на рисунке, состоит из трёх блоков, трёх одинаковых грузов, двух нитей (первая нить показана на рисунке сплошной линией, вторая — пунктирной) и короткой верёвочки. К концу первой нити, перекинутой через средний и левый блоки, прикреплен первый груз массой m . К концу второй нити, перекинутой через правый и средний блоки, прикреплен второй груз массой m . Третий груз такой же массой подвешен на верёвочке к оси правого блока. Участки нитей, не лежащие на блоках, вертикальны. Все блоки и нити можно считать невесомыми, нити и верёвочку нерастяжимыми, а силы трения пренебрежимо малыми. При вращении среднего блока первая и вторая нити не мешают друг другу. Найдите модули ускорений грузов.



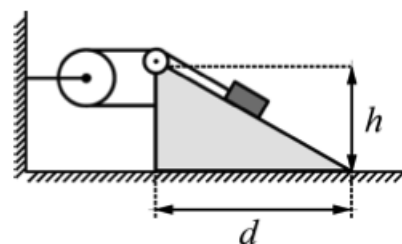
$$|a| = g/3$$

Задача 22. (МОШ, 2017, 10) Какое расстояние S пройдёт нижняя призма, когда верхняя коснётся плоскости? Размеры и массы тел указаны на рисунке. В начальный момент система покоилась. Трения нет. Чему равен угол β между направлением вектора абсолютной скорости верхней призмы и горизонталью, если наклонная поверхность нижней призмы образует с горизонтом угол α ?



$$\left(\frac{v \sin \alpha}{u + V} \right) \sin \alpha = g \cdot \frac{u + V}{(q - p)u} = S$$

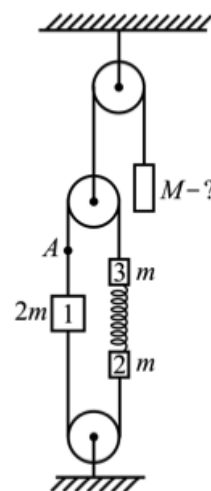
Задача 23. (МОШ, 2012, 10) На гладкой горизонтальной поверхности находится клин с высотой $h = 30$ см и шириной основания $d = 40$ см. На его гладкой наклонной плоскости находится маленькая шайба, соединённая с клином при помощи невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через два блока (см. рисунок). Блоки невесомые и вращаются без трения, масса клина в $n = 8$ раз больше массы шайбы. С каким ускорением начнёт двигаться клин после отпускания? Ускорение свободного падения считайте равным $g \approx 9,8$ м/с². Движение клина — поступательное.



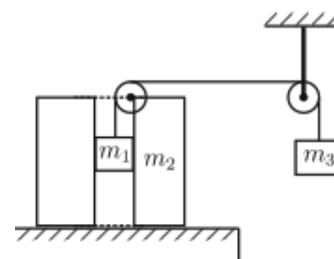
$$V = \frac{u + \frac{v \cos \alpha}{2 \sin \alpha} + u}{2} = \frac{6g}{9} \approx 0,67g$$

Задача 24. (МОШ, 2011, 10–11) В системе, изображённой на рисунке, все блоки — невесомые и вращаются без трения, все нити — невесомые и нерастяжимые (их жёсткость велика по сравнению с жёсткостью пружины). Пружина также невесома. Система находится в покое. При какой массе груза M груз 1 сразу после пережигания нити в точке A будет иметь ускорение большее, чем g ?

$$u_1 < N$$

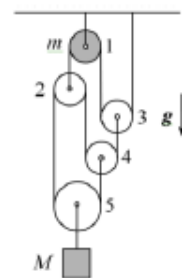


Задача 25. (МОШ, 2006, 11) В системе, изображённой на рисунке, цилиндрический груз массой m_1 движется внутри цилиндрического канала чуть большего диаметра, просверленного внутри тела массой m_2 . Нить, соединяющая грузы m_1 и m_3 , невесома и нерастяжима, блоки невесомы, трения нет. Чему равно ускорение груза массой m_1 ? Ускорение свободного падения равно g , участок нити между блоками горизонтален.



$$\frac{\varepsilon u \Gamma u \zeta}{\Gamma u - \varepsilon u \Gamma u - \varepsilon u \zeta u} \sin \alpha = g \cdot \frac{\varepsilon u \Gamma u + (\varepsilon u + \Gamma u)(\zeta u + \Gamma u)}{\zeta (\frac{1}{2} u - \varepsilon u \Gamma u - \varepsilon u \zeta u) + \zeta (\varepsilon u \Gamma u \zeta)} \Lambda = \Gamma v$$

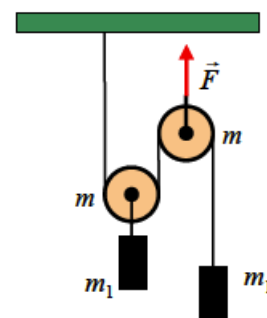
ЗАДАЧА 26. (МОШ, 2016, 11) Найдите величины и направления ускорений осей всех блоков, изображённых на рисунке. Массы бруска и верхнего блока равны соответственно M и m . Остальные блоки невесомы, нить также невесома и нерастяжима. Трение в осях блоков пренебрежимо мало. Нити по блокам не проскальзывают, не лежащие на блоках участки нитей вертикальны. В начальный момент система покоилась.



$$b = \varepsilon v \quad ; \quad b \varepsilon \varepsilon - = \varepsilon v \quad ; \quad 0 = \varepsilon v = \varepsilon v = \varepsilon v$$

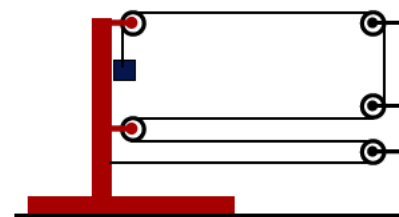
3 «Покори Воробьёвы горы!»

ЗАДАЧА 27. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 7–9) Из двух одинаковых цилиндрических роликов массы m , двух одинаковых грузов массы $m_1 = 3m$ и лёгкой прочной нерастяжимой нити собрали механическую систему, показанную на рисунке. Один конец нити закреплен на «потолке», ролики не вращаются, нить скользит по роликам без трения. Найти величину силы F , с которой нужно тянуть вверх ось правого ролика, чтобы левый груз в этой системе двигался с постоянной по величине скоростью. Каким при этом будет ускорение правого груза? Ускорение свободного падения считать известным.



$$(\text{эиня}) \quad b \frac{\varepsilon}{1} = v \quad ; \quad b \varepsilon \frac{9}{62} = \varepsilon$$

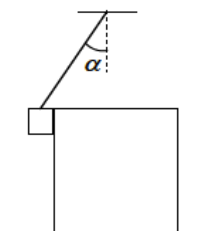
ЗАДАЧА 28. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11) Один из концов лёгкой нерастяжимой нити прикреплен к раме массой M , а на другом подвешен груз массы m . С помощью системы идеальных блоков и этой нити груз и рама связаны с неподвижной стенкой. Если раму удерживать, то неподвижный груз касается рамы. Трения между грузом и рамой нет, коэффициент трения между рамой и горизонтальной поверхностью равен μ . Найти ускорение рамы после отпущания. Ускорение свободного падения g .



$$\left. \begin{array}{l} \frac{m+M}{m\varphi} < \mu \text{ нгсэ} \\ \frac{m+M}{m\varphi} \geq \mu \text{ нгсэ} \end{array} \right\} \cdot b \frac{m(\mu\varphi - \varepsilon 1) + M}{M\mu - m(\mu - \varphi)} = \varepsilon$$

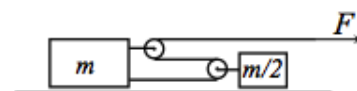
4 «Росатом»

ЗАДАЧА 29. («Росатом», 2016, 9) Тело в форме куба массой $10m$ удерживают на гладкой горизонтальной поверхности. Второе тело массой m подвешено к потолку на невесомой нити, составляющей угол α с вертикалью, и касается куба. Тела отпускают. Найти ускорения тел. Трением пренебречь. Считать, что куб не переворачивается.



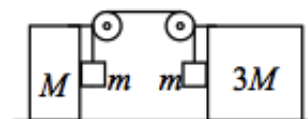
$$\frac{v \varepsilon \cos 01 + 1}{v \sin \alpha \cos \alpha} = \varepsilon \quad ; \quad \frac{v \varepsilon \cos 01 + 1}{v \sin \alpha} = \varepsilon$$

ЗАДАЧА 30. («Росатом», 2011, 9) На гладкой горизонтальной поверхности находятся два тела с массами m и $m/2$. К телам прикреплены невесомые блоки, и они связаны невесомой и нерастяжимой нитью так, как показано на рисунке. К концу нити прикладывают постоянную силу F . Найти ускорение конца нити.



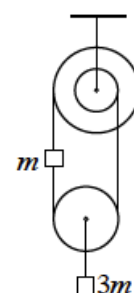
$$\frac{u}{\Delta L} = v$$

ЗАДАЧА 31. («Росатом», 2015, 10) На гладком горизонтальном столе находятся два тела с массами M и $3M$. Одинаковые грузы с массой m ($m = M/4$) связаны невесомой нитью, переброшенной через блоки. Тела отпускают. Найти ускорение тела M .



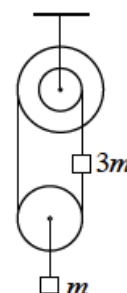
$$6 \frac{v_1}{\xi_1} = v$$

ЗАДАЧА 32. («Росатом», 2017, 10) Блок склеен из двух дисков с радиусами R и $2R$, насаженных на одну и ту же горизонтальную ось, и подвешен к горизонтальному потолку. На блоки намотана невесомая нерастяжимая нить, к которой прикреплен груз массой m , как это показано на рисунке. Нить охватывает также нижний блок, размеры которого подобраны так, что все отрезки нити вертикальны. Второй груз массой $3m$ прикреплен к оси нижнего блока. Найти ускорения тел. Блоки невесомы.



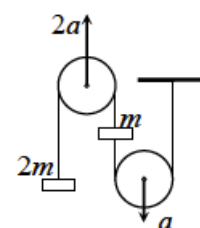
$$\frac{6l}{b_1} \text{ и } \frac{6l}{b_2}$$

ЗАДАЧА 33. («Росатом», 2017, 11) Блок склеен из двух дисков с радиусами R и $2R$, насаженных на одну и ту же горизонтальную ось, и подвешен к горизонтальному потолку. На блоки намотана невесомая нерастяжимая нить, к которой прикреплен груз массой m , как это показано на рисунке. Нить охватывает также нижний блок, размеры которого подобраны так, что все отрезки нити вертикальны. Второй груз массой $3m$ прикреплен к оси нижнего блока. Найти ускорения тел. Блоки невесомы.



$$6 \frac{\xi_1}{g} \text{ и } 6 \frac{\xi_1}{0T}$$

ЗАДАЧА 34. («Росатом», 2017, 11) В системе двух тел с массами m и $2m$, связанных нерастяжимой и невесомой нитью, второй конец которой прикреплен к потолку, и двух невесомых блоков (см. рисунок), ускорения блоков известны и равны a и $2a$. Какими силами нужно действовать на блоки?



$$F_1 = 24ma + 4mg, F_2 = 28ma + 2mg$$

5 «Курчатов»

ЗАДАЧА 35. («Курчатов», 2014, 9) Три одинаковых груза массой m соединены с помощью идеальных нитей и двух идеальных блоков, как показано на рисунке. Найдите величину и направление ускорения нижнего груза.

$$\frac{g}{2} \text{ направлено вниз}$$

