

Изопроцессы

ЗАДАЧА 1. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) При изотермическом сжатии объём одного моля идеального газа уменьшился на 0,5%. На сколько процентов изменилось его давление? Ответ (с точностью до десятых долей процента) подтвердить вычислением.

$$\frac{\Delta p}{p} \approx \frac{\Delta V}{V} = 0,5\%$$

ЗАДАЧА 2. («Росатом», 2011, 10) При изобарическом охлаждении температура газа уменьшилась от значения T_1 до значения T_2 , при этом объём газа уменьшился на величину ΔV . Найти конечный объём газа.

$$\frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{\Delta V}{V_1}$$

ЗАДАЧА 3. (МФТИ, 1997) Два моля гелия при постоянном давлении $p_0 = 10$ атм охлаждаются на $\Delta T = 1$ К так, что относительное уменьшение объёма газа $\Delta V/V_0$ составляет $\alpha = 0,25\%$.

- 1) На сколько литров уменьшился объём газа?
- 2) Найти начальную температуру газа.

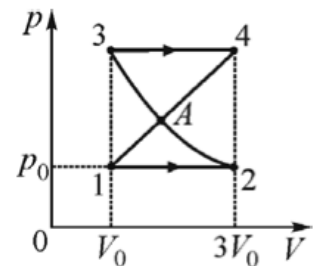
$$\Delta V = \frac{\alpha V_0}{100} = \frac{\alpha n R \Delta T}{p_0} = \frac{0,25 \cdot 2 \cdot 8,31 \cdot 1}{10 \cdot 10^5} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 4 \text{ мл}$$

ЗАДАЧА 4. (МФТИ, 1997) Моль гелия нагревается при постоянном объёме $V_0 = 400$ л так, что относительное увеличение его давления составило $\Delta p/p_0 = \alpha = 0,4\%$.

- 1) На сколько увеличилась температура газа, если его начальная температура $T_0 = 500$ К?
- 2) На сколько атмосфер увеличилось давление газа?

$$\frac{\Delta p}{p_0} = \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\alpha p_0 V_0}{n R T_0} = \frac{0,4 \cdot 10^5 \cdot 400}{1 \cdot 8,31 \cdot 500} = 9,6 \cdot 10^4 \text{ Па} = 960 \text{ атм}$$

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2014, МЭ, 10) Над воздухом проводят процесс, изображённый на рисунке. Участки 12 и 34 представлены на графике горизонтальными прямыми линиями, участок 14 — наклонной прямой линией. На участке 23 температура воздуха постоянна. Объём воздуха в точке 3 совпадает с его объёмом в точке 1 и равен $V_0 = 1$ л, а объём в точке 4 совпадает с объёмом в точке 2 и равен $3V_0$. Минимальное давление в процессе $p_0 = 10^5$ Па. Найдите координаты точки A самопересечения на pV -диаграмме.



$$p_A \approx 1,73 \cdot 10^5 \text{ Па}, V_A \approx 1,73 \text{ л}$$

ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 1992) Цилиндрический колокол для подводных работ высотой 2 м опускается вверх дном с борта катера на дно водоёма глубиной 3 м. Найти толщину воздушной подушки, образовавшейся у «потолка» колокола к моменту его касания дна водоёма. Температуру считать постоянной.

$$h \approx 0,8 \text{ м}$$

ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 1992) Пустой сосуд наполняется через вентиляльное устройство путём под-соединения к нему баллонов со сжатым воздухом. После выравнивания давлений в сосуде и баллоне вентиль перекрывается, затем подсоединяется следующий баллон и т. д. Найти отношение давлений в сосуде после подсоединения одного и двух баллонов со сжатым воздухом. Известно, что объём сосуда втрое больше объёма одного баллона. Считать, что в процессе выравнивания давлений выравнивается и температура газа в сосуде и баллоне.

$$\frac{L}{4}$$

ЗАДАЧА 8. («Курчатов», 2014, 11) Цилиндрический сосуд длиной $L = 1$ м, расположенный горизонтально, разделён на две равные части подвижным массивным поршнем. По обе стороны от поршня находится идеальный газ при давлении p_0 . Затем сосуд поставили вертикально, при этом поршень опустился на $h = 20$ см. Найдите давление p_0 , если известна масса поршня $m = 10$ кг и его площадь $S = 10$ см². Ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с². Температура окружающей среды постоянна.

$$p_0 \approx \frac{4T_0}{\tau} \frac{S}{b m} = 0d$$

ЗАДАЧА 9. («Росатом», 2013, 11) Закрытый вертикальный цилиндрический сосуд разделен на две части подвижным поршнем. Над поршнем находится 1 моль идеального газа, под поршнем — ν молей, а отношение объёмов верхней и нижней частей сосуда равно 3. Если сосуд перевернуть, то поршень установится посередине сосуда. Найти ν . Температура газа постоянна.

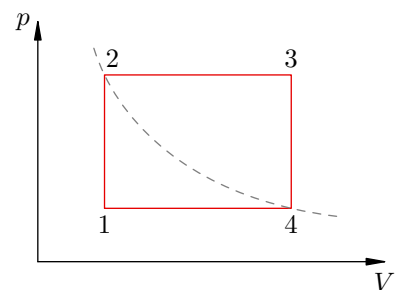
$$\frac{6}{5} = \nu$$

ЗАДАЧА 10. («Росатом», 2013, 11) В открытом вертикальном цилиндре с площадью сечения S под массивным поршнем находится идеальный газ под давлением p . Поршень плотно притёрт к стенкам цилиндра, но может скользить вдоль них без трения. Цилиндр переворачивают вверх дном. При этом поршень опускается так, что объём газа в цилиндре увеличивается вдвое. Найти атмосферное давление и массу поршня. Температура газа в цилиндре не изменяется.

$$\frac{p_0}{S} = m \frac{g}{S} = 0d$$

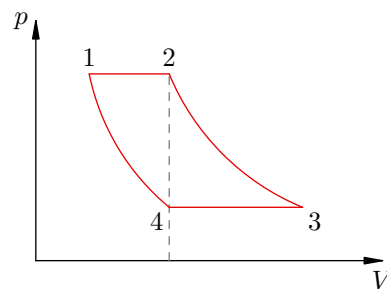
ЗАДАЧА 11. На диаграмме зависимости давления p от объёма V для некоторой массы идеального газа две изобары пересекаются двумя изохорами в точках 1, 2, 3 и 4, причём точки 2 и 4 лежат на одной изотерме (см. рисунок). Найдите температуру T_2 в точке 2, если известны температуры T_1 и T_3 в точках 1 и 3 соответственно.

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$$



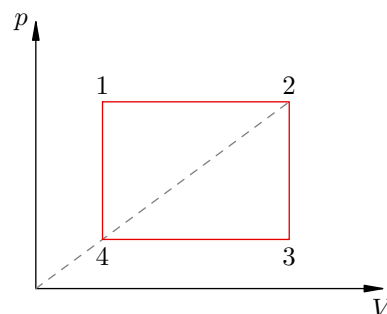
ЗАДАЧА 12. (МФТИ, 1995) На диаграмме зависимости давления p от объёма V для некоторой массы идеального газа две изотермы пересекаются двумя изобарами в точках 1, 2, 3 и 4 (см. рисунок). Найти отношение температур T_3/T_1 в точках 3 и 1, если отношение объёмов в этих точках $V_3/V_1 = \alpha$. Объёмы газа в точках 2 и 4 равны.

$$\frac{v}{L} = \frac{v_L}{\varepsilon L}$$



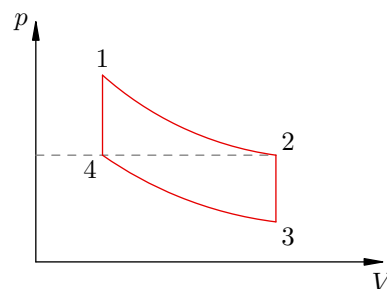
ЗАДАЧА 13. (МФТИ, 1995) На диаграмме зависимости давления p от объёма V для некоторой массы идеального газа две изобары и две изохоры пересекаются в точках 1, 2, 3 и 4 (см. рисунок). Найти температуры газа T_1 и T_3 в точках 1 и 3, если точки 2 и 4 лежат на прямой, проходящей через начало координат, а температуры газа в этих точках равны соответственно T_2 и T_4 .

$$\frac{v_L \varepsilon L}{\varepsilon L} = \varepsilon L = \frac{v_L}{L}$$



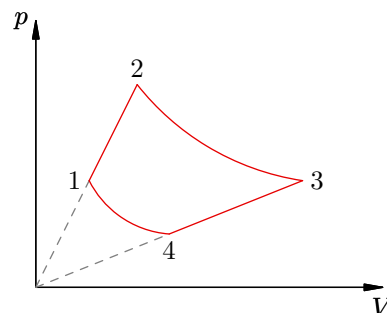
ЗАДАЧА 14. (МФТИ, 1995) На диаграмме зависимости давления p от объёма V для некоторой массы идеального газа две изотермы пересекаются двумя изохорами в точках 1, 2, 3 и 4 (см. рисунок). Найти отношение давлений p_3/p_1 в точках 3 и 1, если отношение температур в этих точках $T_3/T_1 = \beta$. Давления газа в точках 2 и 4 равны.

$$\frac{\varepsilon d}{\varepsilon d} = \frac{v_d}{\varepsilon d}$$



ЗАДАЧА 15. (МФТИ, 1995) Диаграмма зависимости давления p от объёма V для некоторой массы идеального газа состоит из двух изотерм и двух отрезков прямых, проходящих через начало координат (см. рисунок). Найти объём газа V_4 в состоянии 4, если известны его объёмы V_1 , V_2 и V_3 в состояниях 1, 2 и 3 соответственно.

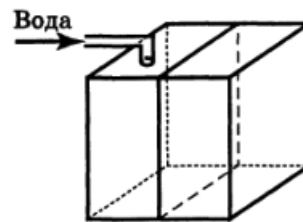
$$\frac{\varepsilon \Lambda}{\varepsilon \Lambda} = \frac{v \Lambda}{\varepsilon \Lambda}$$



ЗАДАЧА 16. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11) В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под подвижным поршнем, расположенным на высоте $h_0 = 63$ см над дном цилиндра, находится гелий. На поршень медленно насыпали песок. В результате высота положения поршня уменьшилась до $h_1 = 21$ см. Затем треть песка аккуратно убрали. На какой высоте теперь располагается поршень? Температура содержимого цилиндра и давление воздуха над цилиндром оставались неизменными.

$$\frac{v_0 + 0.3v}{v_0} = \frac{v}{v_0}$$

ЗАДАЧА 17. (Всеросс., 1992, ОЭ, 10) Воздух, заполняющий кубический резервуар, находится при нормальных условиях. Длина ребра резервуара $a = 1$ м. Резервуар разделили на две равные части, поместив в него тонкий поршень (рис.). В левую половину резервуара медленно наливают воду. Уровень воды достиг высоты $h = a/2$. На какое расстояние сместился при этом поршень? Трения нет. Давлением пара можно пренебречь. Резервуар находится в изотермических условиях.



$$\Delta l \approx x$$

ЗАДАЧА 18. (Всеросс., 2006, ОЭ, 10) Сосуд, состоящий из двух цилиндрических участков разного диаметра, запаян с узкого конца. Широкой частью он насажен на гладкий неподвижный поршень (рис.). Образовавшаяся герметичная полость частично заполнена водой, так что вода присутствует и в верхней части сосуда, а остальной объём занимает воздух при давлении $p_0 = 140$ кПа. Система находится в равновесии. На торец узкой части сосуда поместили гирию массой, равной массе пустого сосуда. Когда система вновь пришла в равновесие при неизменной температуре, оказалось, что сосуд опустился на $\Delta h = 7$ см. Найдите в этом состоянии высоту x столба воздуха в сосуде. Полная длина узкой части сосуда $H = 5$ м, площадь её поперечного сечения составляет $\alpha = 0,1$ от площади сечения широкой части. Атмосферное давление $p_{\text{атм}} = 1 \text{ атм} = 100$ кПа.



$$x = 1,74 \text{ м}$$

ЗАДАЧА 19. (Всеросс., 2007, ОЭ, 10) К поршню, который делит герметичный горизонтальный цилиндр на два отсека равной длины, прикреплен шток, проходящий через отверстие в торце цилиндра (рис.). Начальное давление воздуха в отсеках одинаково и равно внешнему. Найдите, на какую долю x первоначальной длины отсека сместится поршень, если внешнее давление изменить в n раз. Проведите расчёт для $n_1 = 50$ и $n_2 = 1/50$. Отношение площади s штока к площади S поршня: $\alpha = s/S = 0,02$. Температура воздуха в цилиндре поддерживается постоянной. Трение не учитывайте.

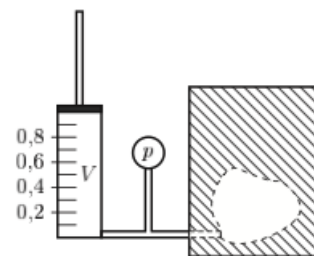


$$x = \frac{\alpha n^2}{\alpha n^2 + 2n + 2} \approx 0,14; \quad x \approx 0,002$$

ЗАДАЧА 20. (Всеросс., 2013, РЭ, 10) Воздушный шарик радиусом $r = 12$ см надут до давления $p_0 = 1,2 \cdot 10^5$ Па. Масса оболочки $M = 20$ г. Шарик погружают в глубокую воду на некоторую глубину h . При каком значении h шарик начнёт тонуть? Считайте, что температура воды $t = 4^\circ\text{C}$ и её плотность $\rho = 10^3$ кг/м³ не зависят от глубины. Воздух считайте идеальным газом.

$$h = \frac{1}{\rho} \left(\frac{M}{V_0} + \frac{p_0 V_0}{R T} \right) - \frac{d}{2} = 27,93 \text{ м}$$

ЗАДАЧА 21. (Всеросс., 2010, РЭ, 10) В толстой бетонной стене была обнаружена внутренняя полость. Для определения её объёма в стене просверлили тонкое отверстие, соединяющее полость с атмосферой. Через это отверстие тонким шлангом полость герметично соединили с поршневым насосом и манометром (см. рисунок). В начальном состоянии поршень насоса находился в верхнем положении, а давление в системе насос—полость равнялось атмосферному. Затем была исследована зависимость $p(V)$ давления в системе от объёма воздуха в насосе. Полученные экспериментальные результаты представлены в таблице.

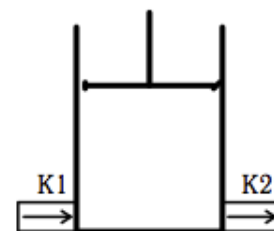


V , л	p , кПа
1,0	100
0,8	110
0,6	130
0,4	150
0,2	175

Путём графического анализа результатов эксперимента определите объём внутренней полости. Погрешность измерения давления в данном эксперименте составляла 3%. Погрешностью определения объёма под поршнем насоса можно пренебречь. Уменьшение объёма насоса производилось квазистатически, то есть настолько медленно, что температуру воздуха в системе насос—полость на протяжении всего эксперимента можно считать равной температуре окружающей среды.

и 90'0 ± 28'0

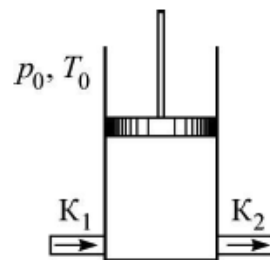
ЗАДАЧА 22. (МОШ, 2015, 11) В цилиндре с поршнем, где находится воздух, имеются два клапана: впускной К1 и выпускной К2. Система клапанов работает таким образом, что давление в цилиндре поддерживается в промежутке от $0,8p_0$ до $1,4p_0$, где $p_0 = 1,01 \cdot 10^5$ Па — атмосферное давление: как только давление в цилиндре падает ниже $0,8p_0$, открывается впускной клапан, и давление становится равным $0,8p_0$; при превышении давлением значения $1,4p_0$ открывается выпускной клапан, и давление падает до $1,4p_0$. Поршень совершает очень медленные колебания, в процессе которых объём воздуха в цилиндре изменяется в пределах от V_0 до $2V_0$, где $V_0 = 22,4$ л.



Постройте график зависимости давления воздуха в цилиндре от его объёма в данном процессе. Объясните Ваше построение. Считайте, что с момента начала опыта уже прошло несколько колебаний. Определите наименьшее и наибольшее число молей воздуха в цилиндре. Температура постоянна и равна $T_0 = 273$ К. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).

См. конец листа

Задача 23. (МОШ, 2016, 10) В цилиндре под поршнем находится воздух. В стенках цилиндра есть два клапана: впускной K_1 и выпускной K_2 . Впускной клапан открывается тогда, когда разность давлений воздуха снаружи и внутри цилиндра превышает $\Delta_1 = 0,2p_0$, где p_0 — атмосферное давление. Выпускной клапан открывается тогда, когда разность давлений внутри и снаружи превышает $\Delta_2 = 0,4p_0$. Поршень совершает очень медленные колебания так, что объём воздуха в цилиндре изменяется в пределах от V_0 до $2V_0$. Температура снаружи и внутри цилиндра постоянна и равна T_0 .



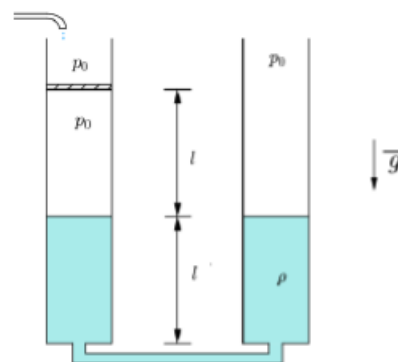
1) Определите наименьшее и наибольшее количество воздуха в цилиндре при колебаниях поршня.

2) Изобразите в координатах pV процесс, происходящий с воздухом в цилиндре после того, как поршень уже совершил достаточно много колебаний.

Ответьте на оба вопроса задачи, если $\Delta_1 = 0,4p_0$, а $\Delta_2 = 0,2p_0$.

1) В первом случае $V_{\max} = \frac{8p_0V_0}{5p_0V_0}$ и $V_{\min} = \frac{2p_0V_0}{5p_0V_0}$; во втором случае $V = \text{const} = \frac{5p_0V_0}{5p_0V_0}$; 2) См. конец листка

Задача 24. (Всеросс., 2017, РЭ, 11) В двух сообщающихся одинаковых вертикальных цилиндрических сосудах находится жидкость плотности ρ . Первоначальный уровень жидкости в сосудах $l = 10$ см от дна (рис.). Сосуды соединены через отверстия в середине дна маленькой трубкой пренебрежимо малого объёма. В левом сосуде на высоте $2l$ от дна находится невесомый поршень, который может свободно перемещаться без трения о стенки. Под поршнем находится воздух при атмосферном давлении $p_0 = 2\rho gl$. С момента времени t_0 в левый сосуд в пространство над поршнем начинает поступать та же жидкость, причём скорость прироста уровня воды над поршнем составляет $v = 0,2$ мм/с.



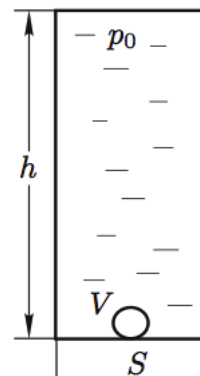
- 1) С какой скоростью движется поверхность жидкости в правом сосуде в начале процесса?
- 2) С какой скоростью и куда движется поверхность жидкости над поршнем в начале процесса?

3) На какой высоте z от дна сосуда будет находиться поверхность жидкости над поршнем: а) через 600 с? б) через 1100 с?

Температуру в сосудах можно считать постоянной. Жидкость из сосудов не выливается.

1) $\frac{5}{6}$; 2) ≈ 0 ; 3а) 22,25 см; 3б) 22 см

ЗАДАЧА 25. (Всеросс., 2007, финал, 10) В высоком закрытом вертикально расположенном цилиндрическом сосуде сечением S и высотой h находится вода, занимающая весь объём сосуда, кроме маленького пузырька воздуха объёмом V , образовавшегося у дна (рис.). Давление воды в верхней части сосуда равно атмосферному давлению p_0 . Определите, каким будет давление воды в верхней части сосуда после того, как пузырёк поднимется вверх. Процесс считать изотермическим. Модуль всестороннего сжатия жидкости равен K . Рассмотрите предельные переходы:



- 1) $V \rightarrow 0$,
- 2) $K \rightarrow 0$ (сильно сжимаемая жидкость),
- 3) $K \rightarrow \infty$ (несжимаемая жидкость).

Найдите численное решение задачи для случая $h = 3$ м, $S = 10$ см², $V = 0,2$ см³, $K = 2 \cdot 10^9$ Па, плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³, $g = 10$ м/с².

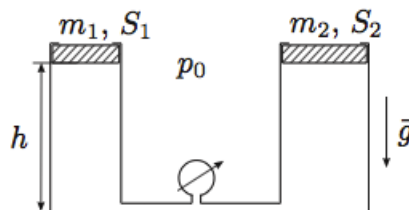
Примечание. Модуль всестороннего сжатия жидкости K определяется соотношением

$$\Delta p = -K \frac{\Delta V_{\text{ж}}}{V_{\text{ж}}},$$

где Δp — изменение давления, $|\Delta V_{\text{ж}}/V_{\text{ж}}| = \varepsilon$ — относительное изменение объёма жидкости.

$$p_{\text{ж}} \Delta V_{\text{ж}} = d : \rho b d + 0 d \leftarrow d (\varepsilon : 0 d \leftarrow d (z : 0 d \leftarrow d (1 : \left(\frac{S}{\lambda \mu \delta \sigma \nu} + \frac{\gamma S}{z (\lambda \mu + 0 d)} \right) \wedge + \frac{\gamma S}{\lambda \mu} - 0 d) \frac{z}{1} = d$$

ЗАДАЧА 26. (Всеросс., 2013, финал, 10) Два вертикальных цилиндрических сосуда соединены в нижней части трубкой с манометром пренебрежимо малого объёма (рис.). Внутри цилиндров установлены поршни, в верхней части цилиндров — упоры, ограничивающие подъём поршней. Расстояния от нижней части поршней до дна цилиндров при верхнем расположении поршней одинаковы и равны $h = 1$ м. Под поршнями находится один моль идеального газа, атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Поршни могут перемещаться в цилиндрах без трения.



$t, ^\circ\text{C}$	-50,0	-32,4	27,8	174,7	264,1
$p, 10^5$ Па	2,0	2,0	2,5	2,5	3,0

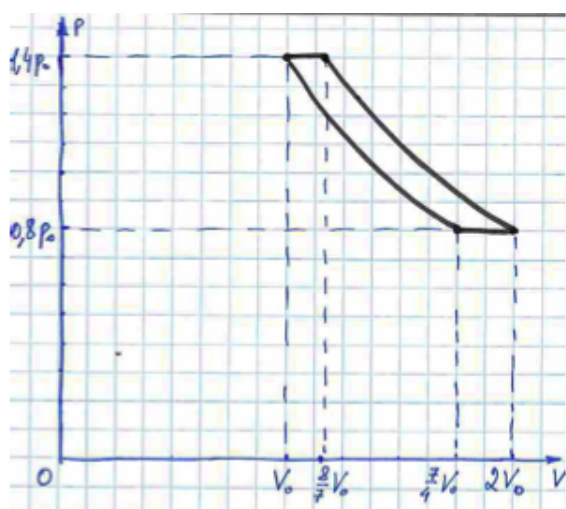
В таблице представлены результаты измерений давления в цилиндрах при пяти различных значениях температуры газа.

Определите массы обоих поршней m_1, m_2 и площади сечения цилиндров S_1, S_2 .

$$m_1 = 100 \text{ кг}, m_2 = 75 \text{ кг}, S_1 = 100 \text{ см}^2, S_2 = 75 \text{ см}^2$$

Ответ к задаче 22

График процесса после нескольких колебаний:



Наименьшее число молей воздуха в цилиндре равно 1,4, наибольшее — 1,6.

Ответ к задаче 23

