

## Ток через конденсатор

Для нахождения мгновенных значений токов и напряжений на участках электрической цепи используются [правила Кирхгофа](#). Второе правило Кирхгофа было сформулировано ранее для контура, содержащего лишь резисторы и источники тока. Если в контуре имеется конденсатор, то второе правило Кирхгофа соответствующим образом дополняется. Дадим его модифицированную формулировку.

**Второе правило Кирхгофа.** Пусть имеется замкнутый контур, состоящий из источников тока с ЭДС  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_m$ , резисторов  $R_1, R_2, \dots, R_n$  (в число этих резисторов могут быть включены также и внутренние сопротивления источников) и конденсаторов  $C_1, C_2, \dots, C_p$ . Через резисторы текут соответственно токи  $I_1, I_2, \dots, I_n$  (вообще говоря, различные).

Обозначим направления всех токов стрелками. Стрелки направляем произвольным образом, не задумываясь о том, куда в действительности текут токи. Если при дальнейших вычислениях ток  $I_k$  окажется положительным, то он течёт в направлении соответствующей стрелки, а если отрицательным — то в противоположном направлении. Также произвольным образом расставим заряды на конденсаторах: на одной пластине конденсатора ёмкостью  $C_k$  пусть будет заряд  $+q_k$ , а на другой пластине — заряд  $-q_k$ .

Будем обходить контур в определённом фиксированном направлении (неважно, по часовой стрелке или против). Если стрелка тока  $I_k$  совпадает с направлением обхода, то перед  $I_k$  в нижеследующей формуле (1) ставится плюс; если же стрелка тока  $I_k$  противоположна направлению обхода, то перед  $I_k$  ставится минус. Если конденсатор ёмкостью  $C_k$  проходится от положительной обкладки к отрицательной (то есть по направлению электрического поля в конденсаторе), то перед слагаемым  $q_k/C_k$  в (1) ставится плюс, а если конденсатор проходится от отрицательной обкладки к положительной, то перед  $q_k/C_k$  ставится минус. Если источник с ЭДС  $\mathcal{E}_k$  проходится от «минуса» к «плюсу» (то есть по направлению действия сторонних сил), то перед  $\mathcal{E}_k$  в (1) ставится плюс, а если источник проходится от «плюса» к «минусу», то перед  $\mathcal{E}_k$  ставится минус.

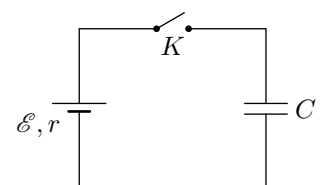
В итоге оказывается, что алгебраическая сумма напряжений на всех резисторах и всех конденсаторах равна алгебраической сумме всех ЭДС:

$$\pm I_1 R_1 \pm I_2 R_2 + \dots + \pm I_n R_n \pm \frac{q_1}{C_1} \pm \frac{q_2}{C_2} \pm \dots \pm \frac{q_p}{C_p} = \pm \mathcal{E}_1 + \pm \mathcal{E}_2 + \dots + \pm \mathcal{E}_m. \quad (1)$$

Здесь, а также во всех задачах далее предполагается, что выполнено так называемое *условие квазистационарности*: сила тока одинакова во всех сечениях провода на рассматриваемом участке контура, а мгновенное значение напряжённости электрического поля в конденсаторе такое же, как и в электростатике при наличии того же самого заряда на обкладках. Подробнее об условии квазистационарности смотрите в статье [«Переменный ток. 1»](#).

**ЗАДАЧА 1.** В схеме, изображённой на рисунке, ключ  $K$  разомкнут, а конденсатор не заряжен. ЭДС источника равна  $\mathcal{E}$ , внутреннее сопротивление  $r$ , ёмкость конденсатора  $C$ . Ключ замыкают.

- 1) Найдите заряд  $q_0$ , который установится на конденсаторе.
- 2) Найдите силу тока в цепи в тот момент, когда заряд конденсатора равен  $q_0/3$ .



$$\frac{\mathcal{E}}{R} = I \quad (r; C = 0) \quad (1)$$

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2014, МЭ, 11) Незаряженный конденсатор заряжается через резистор сопротивлением  $R$  от идеального источника постоянного напряжения (которое неизвестно). Максимальная сила тока во время зарядки равна  $I$ , а максимальный заряд конденсатора равен  $Q$ . Каков будет максимальный заряд конденсатора вдвое большей ёмкости после зарядки от другого идеального источника с напряжением  $V$  через такой же резистор?

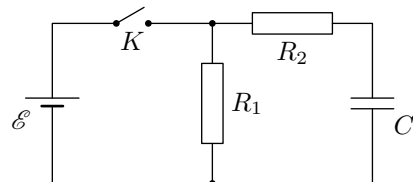
$$\frac{qI}{A} \partial z = b$$

ЗАДАЧА 3. (МФТИ, 1999) В электрической схеме, состоящей из батареи с ЭДС  $\mathcal{E} = 15$  В, резисторов  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 30$  Ом и конденсатора (см. рисунок), замыкают ключ  $K$ .

1) Найти ток  $I_0$  через резистор  $R_2$  сразу после замыкания ключа.

2) Найти ток  $I_B$  через батарею в тот момент, когда напряжение на конденсаторе равно  $\mathcal{E}/3$ .

Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



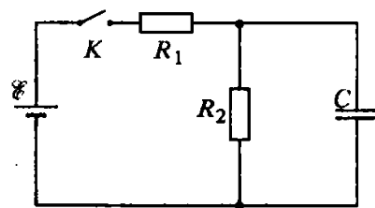
$$V \frac{q}{11} = \frac{z R_1 R_2}{3 R_1 + 3 R_2} \mathcal{E} = 9 I \quad (2) \quad I_B = 0,5 \text{ A}; \quad 0 = \frac{z R_2}{\mathcal{E}} = 0 I \quad (1)$$

ЗАДАЧА 4. (МФТИ, 1999) В электрической схеме, состоящей из батареи с ЭДС  $\mathcal{E} = 10$  В, резисторов  $R_1 = 50$  Ом,  $R_2 = 100$  Ом и конденсатора (см. рисунок), замыкают ключ  $K$ .

1) Найти напряжение на конденсаторе в установившемся режиме.

2) Найти ток через батарею в тот момент, когда напряжение на конденсаторе достигло значения  $\mathcal{E}/2$ .

Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



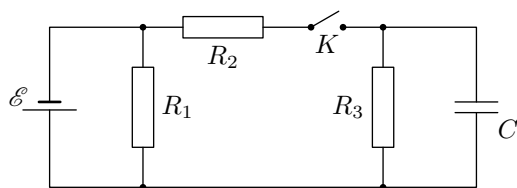
$$V U_C = \frac{\mathcal{E} R_2}{R_1 + R_2} = I \quad (2) \quad I = 6,7 \text{ B}; \quad 0 = \frac{z R_2}{\mathcal{E}} = 0 I \quad (1)$$

ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 1999) В электрической схеме, состоящей из батареи с ЭДС  $\mathcal{E} = 30$  В, резисторов  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 20$  Ом,  $R_3 = 30$  Ом и конденсатора (см. рисунок), замыкают ключ  $K$ .

1) Найти ток  $I_0$  через резистор  $R_2$  сразу после замыкания ключа.

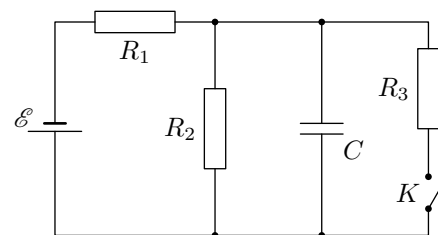
2) Найти ток  $I_B$  через батарею в тот момент времени, когда ток через резистор  $R_3$  равен  $I = 0,3$  А.

Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



$$V I_0 = \frac{\mathcal{E} R_2}{R_1 + R_2} = I + \frac{\mathcal{E} - I R_3}{R_1} = I_B \quad (2) \quad I_B = 1,5 \text{ A}; \quad 0 = 0 I \quad (1) \quad V \frac{q}{81} = \frac{z R_2}{\mathcal{E}} + \frac{R_1}{\mathcal{E} - I R_3}$$

ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 1999) В электрической схеме, состоящей из батареи с ЭДС  $\mathcal{E} = 20$  В, резисторов  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 20$  Ом,  $R_3 = 30$  Ом и конденсатора (см. рисунок), замыкают ключ  $K$ .



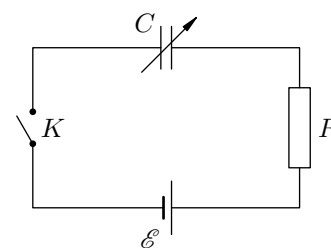
1) Найти ток  $I_0$  через резистор  $R_3$  сразу после замыкания ключа.

2) Найти ток  $I_B$  через батарею в тот момент времени, когда напряжение на конденсаторе равно  $0,6\mathcal{E}$ .

Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} = \frac{20}{10 + 20} = 0,44 \text{ A}; \quad I_B = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3} = 0 \text{ A}$$

ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 1997) Электрическая цепь состоит из батареи с ЭДС  $\mathcal{E}$ , сопротивления  $R$  и конденсатора переменной ёмкости, начальное значение которой равно  $C_0$  (см. рисунок). Через некоторое время после замыкания ключа  $K$  в цепи течёт ток  $I_0$ . Начиная с этого момента времени ёмкость конденсатора изменяется таким образом, что ток в цепи остаётся постоянным и равным  $I_0$ .



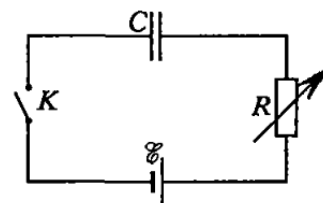
1) Определить ток в цепи сразу после замыкания ключа  $K$ .

2) Найти зависимость ёмкости конденсатора от времени.

Внутреннее сопротивление батареи не учитывать. Конденсатор вначале не заряжен.

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{20}{10} = 2 \text{ A}; \quad C(t) = \frac{\mathcal{E}}{I_0} - \frac{\mathcal{E}}{I_0} e^{-I_0 t / R}$$

ЗАДАЧА 8. (МФТИ, 1997) Электрическая цепь состоит из батареи с ЭДС  $\mathcal{E}$ , конденсатора ёмкости  $C$  и переменного сопротивления, начальное значение которого равно  $R_0$  (см. рисунок). Через некоторое время после замыкания ключа  $K$  в цепи течёт ток  $I_0$ . Начиная с этого момента времени сопротивление  $R$  изменяется таким образом, что ток в цепи остаётся постоянным и равным  $I_0$ .



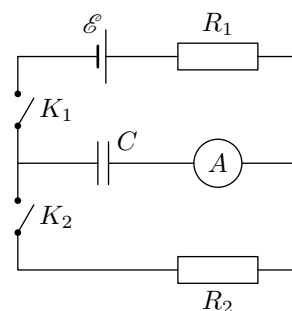
1) Определить ток в цепи сразу после замыкания ключа  $K$ .

2) Найти зависимость сопротивления от времени.

Внутреннее сопротивление батареи не учитывать.

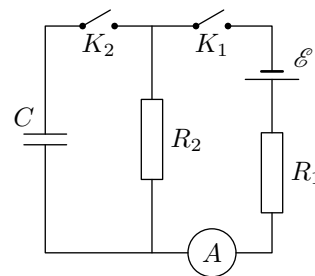
$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_0} = \frac{20}{10} = 2 \text{ A}; \quad R(t) = \frac{\mathcal{E}}{I_0} - \frac{\mathcal{E}}{I_0} e^{-I_0 t / C}$$

ЗАДАЧА 9. (МФТИ, 1991) В схеме, изображённой на рисунке, в начальный момент времени ключи  $K_1$  и  $K_2$  разомкнуты, а конденсатор  $C$  (большой ёмкости) не заряжен. Через некоторое время после замыкания ключа  $K_1$  амперметр  $A$  показывает величину силы тока  $I_1 = 1$  мкА. В этот момент замыкают ключ  $K_2$ . Какую величину силы тока покажет амперметр сразу после замыкания ключа  $K_2$ , если известно, что  $R_2 = 2R_1 = 100$  МОм, а ЭДС батареи  $\mathcal{E} = 100$  В? Внутренними сопротивлениями амперметра и батареи пренебречь.



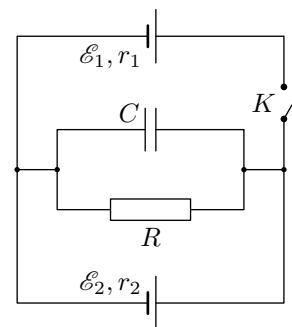
$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_1} - \left( \frac{\mathcal{E}}{R_1} + I_1 \right) = 1 \text{ A}$$

Задача 10. (МФТИ, 1991) В схеме, изображённой на рисунке, в начальный момент времени ключи  $K_1$  и  $K_2$  разомкнуты, а конденсатор  $C$  (большой ёмкости) не заряжен. После замыкания ключа  $K_1$  амперметр  $A$  показывает постоянный ток силой  $I_1 = 3$  мкА. Затем замыкают ключ  $K_2$ . Чему будет равно показание амперметра сразу после замыкания ключа  $K_2$ , если известно, что  $R_2/R_1 = 2$ ? Внутренним сопротивлением батареи и сопротивлением амперметра пренебречь.



$$\forall \text{мкн } 6 = \left( \frac{I_1 R_2}{\varepsilon R_1} + 1 \right) I_1 = I$$

Задача 11. (МФТИ, 1993) В схеме, изображённой на рисунке, в начальный момент ключ  $K$  разомкнут, а в замкнутом контуре течёт установившийся ток. Определить величину и направление тока через конденсатор сразу после замыкания ключа  $K$ . Параметры схемы: ЭДС батареи  $\mathcal{E}_1 = 40$  В, внутреннее сопротивление  $R_1 = 20$  Ом; ЭДС  $\mathcal{E}_2 = 80$  В, внутреннее сопротивление  $r_2 = 5$  Ом; сопротивление резистора  $R = 15$  Ом.



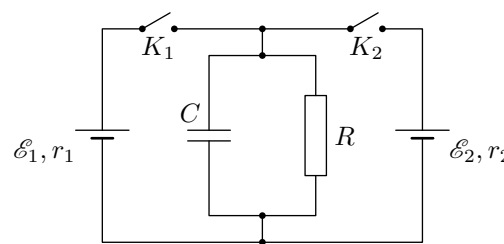
$$I = \left| \frac{\mathcal{E}_1}{R_1} - \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} \right| \text{ A (слева направо)}$$

Задача 12. (МФТИ, 2005) В электрической схеме, представленной на рисунке, ключи  $K_1$  и  $K_2$  разомкнуты. Ключ  $K_1$  замыкают и, когда ток через резистор с сопротивлением  $R$  достигает значения  $I_0$ , замыкают ключ  $K_2$ .

1) Найти ток через конденсатор ёмкостью  $C$  сразу после замыкания ключа  $K_2$ .

2) Найти заряд на конденсаторе после установления стационарного состояния.

ЭДС батарей  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  и их внутренние сопротивления  $r_1$  и  $r_2$  известны.



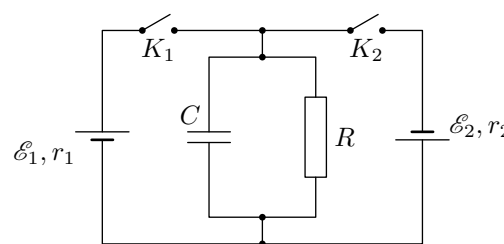
$$\frac{\mathcal{E}_1 I_0 + (\mathcal{E}_2 + r_2) I_0}{r_1 \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_1 r_2} \mathcal{C} \mathcal{U} = b \left( \mathcal{E}_2 : \left( \frac{\mathcal{E}_1}{R} + \frac{r_1}{R} + 1 \right) \right) I_0 - \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} + \frac{r_1}{r_2} = I \text{ (I)}$$

Задача 13. (МФТИ, 2005) В электрической схеме, представленной на рисунке, ключи  $K_1$  и  $K_2$  разомкнуты. Ключ  $K_1$  замыкают и, когда ток через конденсатор ёмкостью  $C$  достигает значения  $I_0$ , замыкают ключ  $K_2$ .

1) Найти ток через конденсатор сразу после замыкания ключа  $K_2$ .

2) Найти заряд конденсатора после установления равновесия.

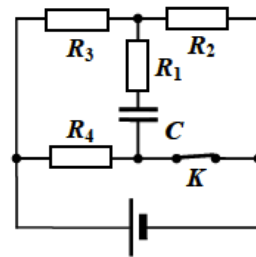
ЭДС батарей  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$ , их внутренние сопротивления  $r_1$  и  $r_2$ , а также сопротивление  $R$  резистора известны.



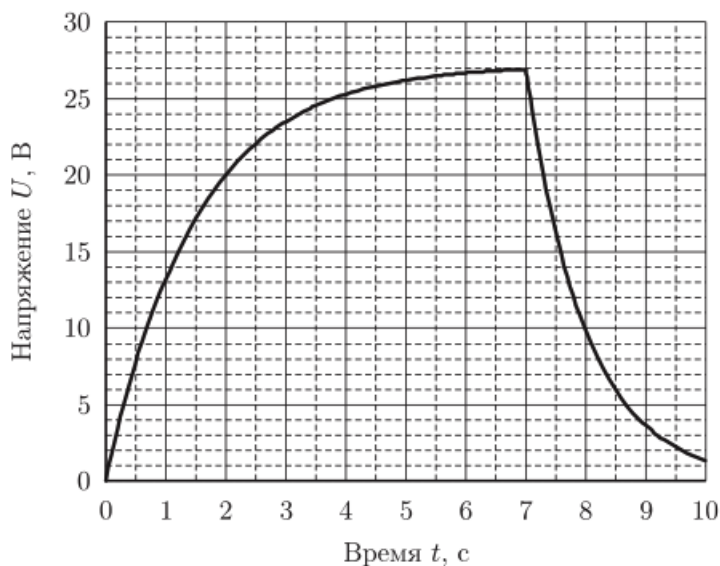
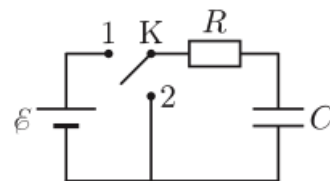
$$\frac{\mathcal{E}_1 I_0 + (\mathcal{E}_2 + r_2) I_0}{r_1 \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 r_2} \mathcal{C} \mathcal{U} = b \left( \mathcal{E}_2 : \left( \frac{\mathcal{E}_1}{R} + \frac{r_1}{R} + 1 \right) \right) \frac{r_1 + R}{r_1 r_2} - \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} - \frac{r_1}{r_2} = I \text{ (I)}$$

ЗАДАЧА 14. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) Определите заряд, который пройдёт через сопротивление  $R_1$  после размыкания ключа  $K$ . ЭДС источника  $\mathcal{E} = 125$  В, его внутреннее сопротивление  $r = 10$  Ом, величины всех сопротивлений равны  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 20$  Ом,  $C = 20$  мкФ.

$$q_{K1} \approx \left( \frac{\mathcal{E} + r}{R_3} + \frac{r + \mathcal{E} + R_2}{R_4} \right) \mathcal{E} C = b$$



ЗАДАЧА 15. (МОШ, 2008, 10) Школьники Вова и Дима собрали электрическую цепь, состоящую из самодельной батареи с ЭДС  $\mathcal{E}$ , резистора сопротивлением  $R = 20$  кОм, конденсатора ёмкостью  $C$  и двухпозиционного ключа  $K$  (см. схему). Затем они в момент времени  $t = 0$  включили секундомер, замкнули ключ в положение 1 и спустя некоторое время переключили ключ в положение 2. Получившаяся у Вовы и Димы зависимость напряжения  $U$  на конденсаторе от времени показана на рисунке. Проанализировав этот график, они смогли определить, чему равны ёмкость конденсатора  $C$ , ЭДС  $\mathcal{E}$  и внутреннее сопротивление  $r$  аккумуляторной батареи. Найдите эти значения.

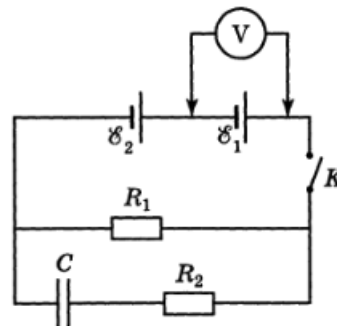


$$C \approx 50 \text{ мкФ}, \mathcal{E} \approx 27 \text{ В}, r \approx 10 \text{ кОм}$$

ЗАДАЧА 16. (МОШ, 2010, 11) Современный лабораторный блок питания работает так: сначала ему задаются значения тока  $I_0$  и напряжения  $U_0$ . После подключения нагрузки блок сам выбирает один из двух режимов: либо поддерживает напряжение на нагрузке равным  $U_0$ , если при этом ток через нагрузку не больше  $I_0$ ; либо поддерживает ток через нагрузку равным  $I_0$ , если при этом напряжение на нагрузке не больше  $U_0$ . В качестве нагрузки к такому блоку питания подсоединяют незаряженный конденсатор ёмкостью  $C$ . Нарисуйте график зависимости напряжения  $U$  на нём от времени  $t$ .

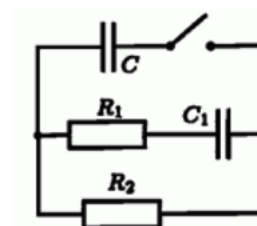
См. конец листка

ЗАДАЧА 17. (Всеросс., 1993, финал, 10) Две батарейки с одинаковой ЭДС ( $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}$ ), но разными внутренними сопротивлениями ( $r_1 = 0,1$  Ом,  $r_2 = 1,1$  Ом) включены последовательно в цепь, содержащую конденсатор, ёмкость которого равна  $C$ , и резисторы, сопротивления которых равны  $R_1 = 2,8$  Ом и  $R_2 = 1,12$  Ом соответственно (рис.). Сначала, когда цепь разомкнута, идеальный вольтметр, подсоединённый к клеммам батареи  $\mathcal{E}_1$ , показывает напряжение  $U_0 = 8$  В. Потом вольтметр подсоединяют к клеммам батареи  $\mathcal{E}_2$  и замыкают ключ  $K$ . Найдите показания вольтметра непосредственно после замыкания ключа и после того, как токи в цепи установятся.

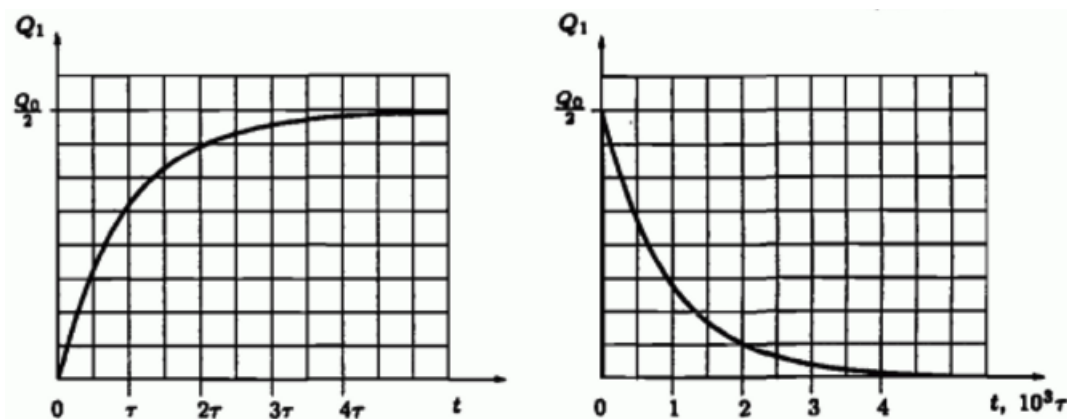


$$U_1 = U_0 = 8 \text{ В}; U_2 = U_0 \frac{r_1 + r_2 + R_1}{r_1 + r_2 + R_1 + R_2} = 3,6 \text{ В}$$

ЗАДАЧА 18. (Всеросс., 2002, ОЭ, 10) В схеме (рис. справа) заряд конденсатора  $C$  известной ёмкости равен  $Q_0$ . Ключ замкнули. Зависимость от времени заряда  $Q_1$  на конденсаторе  $C_1$  неизвестной ёмкости изображена ниже на графиках.

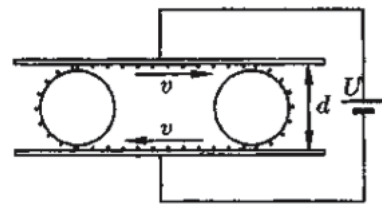


Найдите ёмкость конденсатора  $C_1$  и сопротивления резисторов  $R_1$  и  $R_2$ . Считайте время  $\tau$ , указанное на графиках, известным.



$$C_1 = C, R_1 = \frac{C}{2\tau}, R_2 = \frac{C}{500\tau}$$

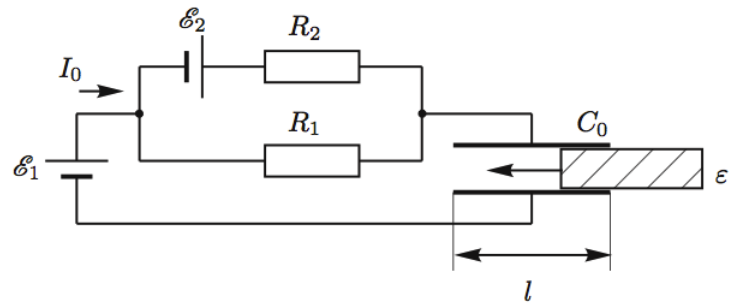
ЗАДАЧА 19. (Всеросс., 2005, ОЭ, 10) Тонкая гибкая замкнутая лента, состоящая из проводящих пластин шириной  $a$ , разделённых изолирующими промежутками шириной  $b$  ( $b \gg a$ ), с помощью шкивов приведена в соприкосновение с обкладками плоского конденсатора (рис.). Расстояние между обкладками равно  $d$  ( $d \gg b$ ), ширина ленты  $l$ . Конденсатор подключили к батарее, создающей напряжение  $U$  между обкладками. С помощью внешнего воздействия шкивы провернули на несколько оборотов, после чего воздействие устранили, а лента продолжила движение с установившейся скоростью  $v$ . Считайте, что трение есть только между лентой и нижней обкладкой.



- 1) Какой ток  $I$  протекает через батарею?
- 2) Какую мощность  $P$  затрачивает батарея при движении ленты?
- 3) Какая сила трения  $F$  действует на ленту?

$$\frac{pq}{l^2 \Omega^0 \varepsilon \zeta} = \mathcal{J} ; \frac{pq}{a l v \zeta \Omega^0 \varepsilon \zeta} = \mathcal{J} ; \frac{pq}{a l v \Omega^0 \varepsilon \zeta} = I$$

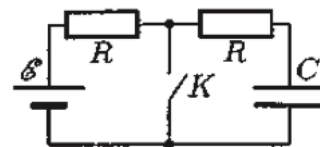
ЗАДАЧА 20. (Всеросс., 2001, финал, 10) В плоский конденсатор ёмкостью  $C_0$  вдвигается диэлектрическая пластина с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ . Конденсатор включён в электрическую цепь, представленную на рисунке. При этом оказалось, что сила тока, протекающего через батарею с ЭДС  $\mathcal{E}_1$ , постоянна и равна  $I_0$ . Обе батареи идеальные.



- 1) Определите силу тока, протекающего через резистор с сопротивлением  $R_1$ .
  - 2) С какой скоростью движется диэлектрическая пластина?
- При расчётах считайте, что ЭДС  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  заданы,  $R_1 = R_2 = R$ , длина пластин конденсатора  $C_0$  равна  $l$ .

$$\frac{(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_2 \varepsilon)(1 - \varepsilon) C_0}{l^2 \Omega \zeta} = a ; \left( \frac{\mathcal{E}_2}{\varepsilon \mathcal{E}_1} - \mathcal{E}_1 \right) \frac{\zeta}{l} = \mathcal{E}_1$$

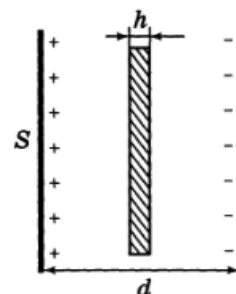
ЗАДАЧА 21. (Всеросс., 2005, финал, 10) В цепи (рис.) состояние ключа  $K$  периодически изменяют: замыкают на время  $\tau$ , затем размыкают на время  $2\tau$ , снова замыкают на время  $\tau$  и размыкают на время  $2\tau$  и так далее. Время  $\tau$  достаточно мало, так что напряжение на конденсаторе большой ёмкости  $C$  не успевает за это время заметно измениться. После большого количества переключений напряжение на конденсаторе становится практически постоянным, совершая лишь небольшие колебания около своего среднего значения. ЭДС источника  $\mathcal{E}$  и сопротивление  $R$  каждого из резисторов известны. Найдите в установившемся режиме:



- 1) среднее значение напряжения  $U$  на конденсаторе;
- 2) среднюю силу тока  $I$ , текущего через ключ;
- 3) отношение средних тепловых мощностей, выделяющихся на резисторах.

$$\mathcal{E} = \tau I : 1 : \frac{2\tau}{\mathcal{E}} = I : \frac{\tau}{\mathcal{E}} = U$$

ЗАДАЧА 22. (Всеросс., 1994, финал, 10) Между обкладками плоского конденсатора помещена плоская пластина из слабопроводящего материала, удельное сопротивление которого  $\rho$ . Толщина пластины равна  $h$  (рис.). Конденсатор заряжают до напряжения  $U_0$ , затем его обкладки замыкают накоротко. Найдите максимальную силу тока, который потечёт через слабопроводящую пластину. Площадь каждой из обкладок конденсатора и пластины одинакова и равна  $S$ . Расстояние между обкладками конденсатора равно  $d$  ( $d \ll \sqrt{S}$ ).



$$\frac{qd}{S^0 \Omega} = I$$



Ответ к задаче 16

