

Ток через конденсатор

Для нахождения мгновенных значений токов и напряжений на участках электрической цепи используются [правила Кирхгофа](#). Второе правило Кирхгофа было сформулировано ранее для контура, содержащего лишь резисторы и источники тока. Если в контуре имеется конденсатор, то второе правило Кирхгофа соответствующим образом дополняется. Дадим его модифицированную формулировку.

Второе правило Кирхгофа. Пусть имеется замкнутый контур, состоящий из источников тока с ЭДС $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_m$, резисторов R_1, R_2, \dots, R_n (в число этих резисторов могут быть включены также и внутренние сопротивления источников) и конденсаторов C_1, C_2, \dots, C_p . Через резисторы текут соответственно токи I_1, I_2, \dots, I_n (вообще говоря, различные).

Обозначим направления всех токов стрелками. Стрелки направляем произвольным образом, не задумываясь о том, куда в действительности текут токи. Если при дальнейших вычислениях ток I_k окажется положительным, то он течёт в направлении соответствующей стрелки, а если отрицательным — то в противоположном направлении. Также произвольным образом расставим заряды на конденсаторах: на одной пластине конденсатора ёмкостью C_k пусть будет заряд $+q_k$, а на другой пластине — заряд $-q_k$.

Будем обходить контур в определённом фиксированном направлении (неважно, по часовой стрелке или против). Если стрелка тока I_k совпадает с направлением обхода, то перед I_k в нижеследующей формуле (1) ставится плюс; если же стрелка тока I_k противоположна направлению обхода, то перед I_k ставится минус. Если конденсатор ёмкостью C_k проходится от положительной обкладки к отрицательной (то есть по направлению электрического поля в конденсаторе), то перед слагаемым q_k/C_k в (1) ставится плюс, а если конденсатор проходится от отрицательной обкладки к положительной, то перед q_k/C_k ставится минус. Если источник с ЭДС \mathcal{E}_k проходится от «минуса» к «плюсу» (то есть по направлению действия сторонних сил), то перед \mathcal{E}_k в (1) ставится плюс, а если источник проходится от «плюса» к «минусу», то перед \mathcal{E}_k ставится минус.

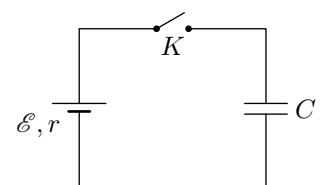
В итоге оказывается, что алгебраическая сумма напряжений на всех резисторах и всех конденсаторах равна алгебраической сумме всех ЭДС:

$$\pm I_1 R_1 \pm I_2 R_2 + \dots + \pm I_n R_n \pm \frac{q_1}{C_1} \pm \frac{q_2}{C_2} \pm \dots \pm \frac{q_p}{C_p} = \pm \mathcal{E}_1 + \pm \mathcal{E}_2 + \dots + \pm \mathcal{E}_m. \quad (1)$$

Здесь, а также во всех задачах далее предполагается, что выполнено так называемое *условие квазистационарности*: сила тока одинакова во всех сечениях провода на рассматриваемом участке контура, а мгновенное значение напряжённости электрического поля в конденсаторе такое же, как и в электростатике при наличии того же самого заряда на обкладках. Подробнее об условии квазистационарности смотрите в статье [«Переменный ток. 1»](#).

ЗАДАЧА 1. В схеме, изображённой на рисунке, ключ K разомкнут, а конденсатор не заряжен. ЭДС источника равна \mathcal{E} , внутреннее сопротивление r , ёмкость конденсатора C . Ключ замыкают.

- 1) Найдите заряд q_0 , который установится на конденсаторе.
- 2) Найдите силу тока в цепи в тот момент, когда заряд конденсатора равен $q_0/3$.



$$\frac{\mathcal{E}}{R} = I \quad (r; C = 0) \quad (1)$$

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2014, МЭ, 11) Незаряженный конденсатор заряжается через резистор сопротивлением R от идеального источника постоянного напряжения (которое неизвестно). Максимальная сила тока во время зарядки равна I , а максимальный заряд конденсатора равен Q . Каков будет максимальный заряд конденсатора вдвое большей ёмкости после зарядки от другого идеального источника с напряжением V через такой же резистор?

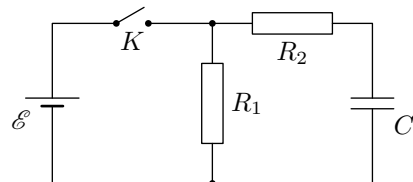
$$\frac{qI}{A} \partial z = b$$

ЗАДАЧА 3. (МФТИ, 1999) В электрической схеме, состоящей из батареи с ЭДС $\mathcal{E} = 15$ В, резисторов $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 30$ Ом и конденсатора (см. рисунок), замыкают ключ K .

1) Найти ток I_0 через резистор R_2 сразу после замыкания ключа.

2) Найти ток I_B через батарею в тот момент, когда напряжение на конденсаторе равно $\mathcal{E}/3$.

Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



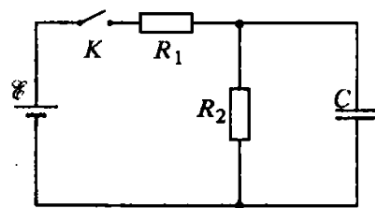
$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_2} = 0,5 \text{ A}; I_B = \frac{\mathcal{E}}{2R_1 + 3R_2} = \frac{9}{11} \text{ A}$$

ЗАДАЧА 4. (МФТИ, 1999) В электрической схеме, состоящей из батареи с ЭДС $\mathcal{E} = 10$ В, резисторов $R_1 = 50$ Ом, $R_2 = 100$ Ом и конденсатора (см. рисунок), замыкают ключ K .

1) Найти напряжение на конденсаторе в установившемся режиме.

2) Найти ток через батарею в тот момент, когда напряжение на конденсаторе достигло значения $\mathcal{E}/2$.

Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



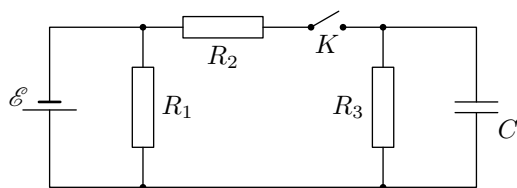
$$U_C = \frac{\mathcal{E}R_2}{R_1 + R_2} = 6,7 \text{ В}; I = \frac{\mathcal{E}}{2R_2} = 0,1 \text{ A}$$

ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 1999) В электрической схеме, состоящей из батареи с ЭДС $\mathcal{E} = 30$ В, резисторов $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 30$ Ом и конденсатора (см. рисунок), замыкают ключ K .

1) Найти ток I_0 через резистор R_2 сразу после замыкания ключа.

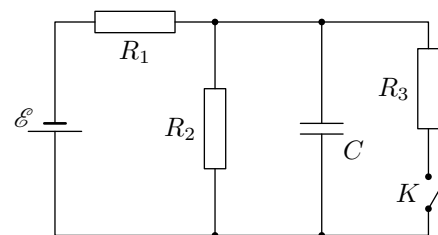
2) Найти ток I_B через батарею в тот момент времени, когда ток через резистор R_3 равен $I = 0,3$ А.

Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_2} = 1,5 \text{ A}; I_B = \frac{\mathcal{E}}{R_1} + \frac{\mathcal{E}}{R_3} = \frac{20}{81} \text{ A}$$

ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 1999) В электрической схеме, состоящей из батареи с ЭДС $\mathcal{E} = 20$ В, резисторов $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 30$ Ом и конденсатора (см. рисунок), замыкают ключ K .



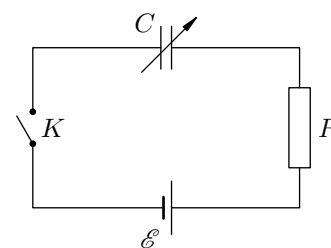
1) Найти ток I_0 через резистор R_3 сразу после замыкания ключа.

2) Найти ток I_B через батарею в тот момент времени, когда напряжение на конденсаторе равно $0,6\mathcal{E}$.

Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} = \frac{20}{10 + 20} = 0,44 \text{ A}; \quad I_B = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} = 0,44 \text{ A}$$

ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 1997) Электрическая цепь состоит из батареи с ЭДС \mathcal{E} , сопротивления R и конденсатора переменной ёмкости, начальное значение которой равно C_0 (см. рисунок). Через некоторое время после замыкания ключа K в цепи течёт ток I_0 . Начиная с этого момента времени ёмкость конденсатора изменяется таким образом, что ток в цепи остаётся постоянным и равным I_0 .



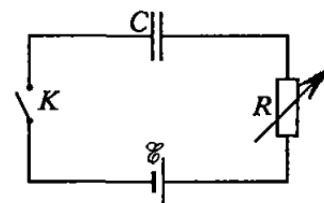
1) Определить ток в цепи сразу после замыкания ключа K .

2) Найти зависимость ёмкости конденсатора от времени.

Внутреннее сопротивление батареи не учитывать. Конденсатор вначале не заряжен.

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{20}{10} = 2 \text{ A}; \quad C(t) = \frac{\mathcal{E}}{I_0} - \frac{q}{I_0} = \frac{20}{2} - \frac{q}{2} = 10 - \frac{q}{2}$$

ЗАДАЧА 8. (МФТИ, 1997) Электрическая цепь состоит из батареи с ЭДС \mathcal{E} , конденсатора ёмкости C и переменного сопротивления, начальное значение которого равно R_0 (см. рисунок). Через некоторое время после замыкания ключа K в цепи течёт ток I_0 . Начиная с этого момента времени сопротивление R изменяется таким образом, что ток в цепи остаётся постоянным и равным I_0 .



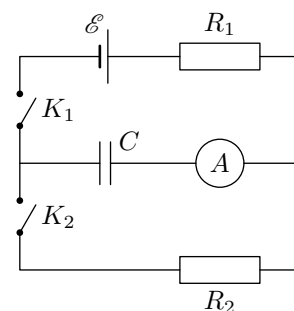
1) Определить ток в цепи сразу после замыкания ключа K .

2) Найти зависимость сопротивления от времени.

Внутреннее сопротивление батареи не учитывать.

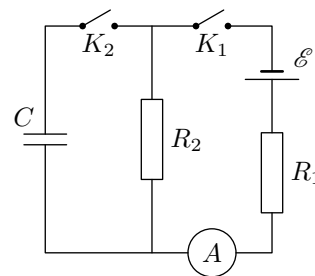
$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_0} = \frac{20}{10} = 2 \text{ A}; \quad R(t) = \frac{\mathcal{E}}{I_0} - \frac{q}{I_0} = \frac{20}{2} - \frac{q}{2} = 10 - \frac{q}{2}$$

ЗАДАЧА 9. (МФТИ, 1991) В схеме, изображённой на рисунке, в начальный момент времени ключи K_1 и K_2 разомкнуты, а конденсатор C (большой ёмкости) не заряжен. Через некоторое время после замыкания ключа K_1 амперметр A показывает величину силы тока $I_1 = 1$ мкА. В этот момент замыкают ключ K_2 . Каковую величину силы тока покажет амперметр сразу после замыкания ключа K_2 , если известно, что $R_2 = 2R_1 = 100$ МОм, а ЭДС батареи $\mathcal{E} = 100$ В? Внутренними сопротивлениями амперметра и батареи пренебречь.



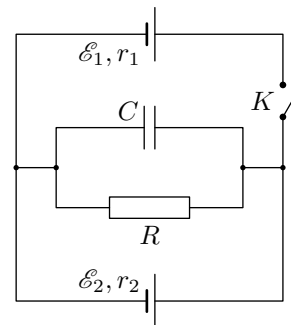
$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} = \frac{100}{100 + 200} = 0,33 \text{ A}$$

Задача 10. (МФТИ, 1991) В схеме, изображённой на рисунке, в начальный момент времени ключи K_1 и K_2 разомкнуты, а конденсатор C (большой ёмкости) не заряжен. После замыкания ключа K_1 амперметр A показывает постоянный ток силой $I_1 = 3$ мкА. Затем замыкают ключ K_2 . Чему будет равно показание амперметра сразу после замыкания ключа K_2 , если известно, что $R_2/R_1 = 2$? Внутренним сопротивлением батареи и сопротивлением амперметра пренебречь.



$$\forall \text{мкн } 6 = \left(\frac{I_1 R_1}{\varepsilon R_1} + 1 \right) I_1 = I$$

Задача 11. (МФТИ, 1993) В схеме, изображённой на рисунке, в начальный момент ключ K разомкнут, а в замкнутом контуре течёт установившийся ток. Определить величину и направление тока через конденсатор сразу после замыкания ключа K . Параметры схемы: ЭДС батареи $\mathcal{E}_1 = 40$ В, внутреннее сопротивление $R_1 = 20$ Ом; ЭДС $\mathcal{E}_2 = 80$ В, внутреннее сопротивление $r_2 = 5$ Ом; сопротивление резистора $R = 15$ Ом.



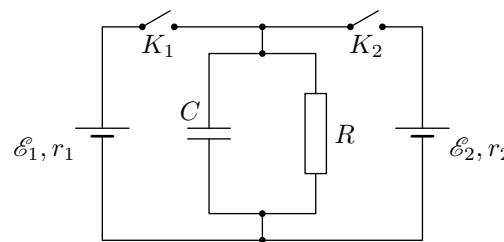
$$I = \left| \frac{\mathcal{E}_1}{R_1} - \frac{\mathcal{E}_2}{R} \right| \text{ A (слева направо)}$$

Задача 12. (МФТИ, 2005) В электрической схеме, представленной на рисунке, ключи K_1 и K_2 разомкнуты. Ключ K_1 замыкают и, когда ток через резистор с сопротивлением R достигает значения I_0 , замыкают ключ K_2 .

1) Найти ток через конденсатор ёмкостью C сразу после замыкания ключа K_2 .

2) Найти заряд на конденсаторе после установления стационарного состояния.

ЭДС батарей \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 и их внутренние сопротивления r_1 и r_2 известны.



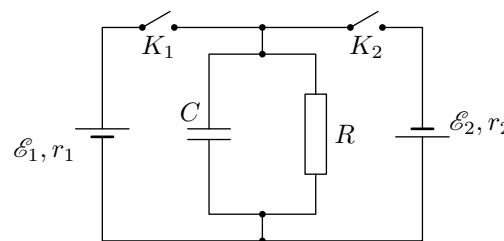
$$\frac{\mathcal{E}_1 I_0 + (\mathcal{E}_2 + r_2) I_0}{r_1 \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 r_2} \mathcal{C} \mathcal{U} = b \left(\mathcal{E}_2 : \left(\frac{\mathcal{E}_2}{R} + \frac{r_2}{R} + 1 \right) I_0 - \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} + \frac{r_2}{R} \right) = I \text{ (I)}$$

Задача 13. (МФТИ, 2005) В электрической схеме, представленной на рисунке, ключи K_1 и K_2 разомкнуты. Ключ K_1 замыкают и, когда ток через конденсатор ёмкостью C достигает значения I_0 , замыкают ключ K_2 .

1) Найти ток через конденсатор сразу после замыкания ключа K_2 .

2) Найти заряд конденсатора после установления равновесия.

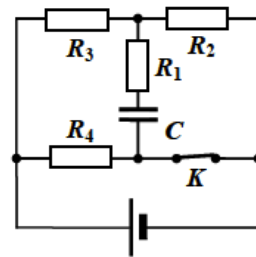
ЭДС батарей \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 , их внутренние сопротивления r_1 и r_2 , а также сопротивление R резистора известны.



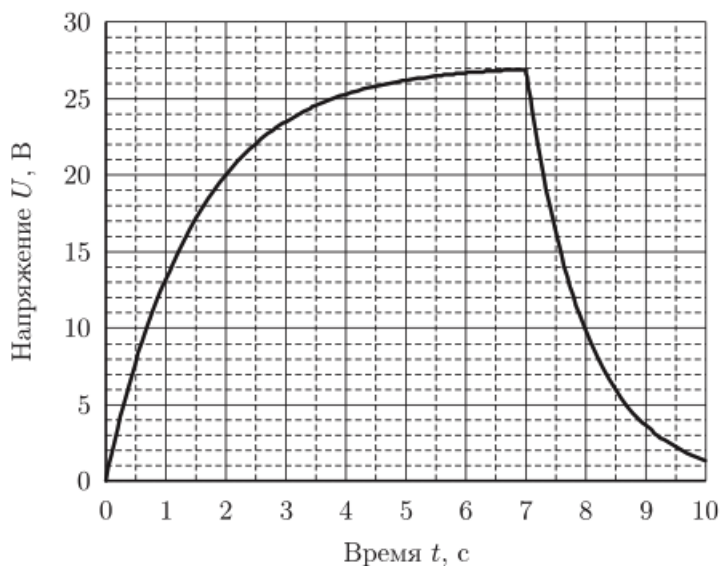
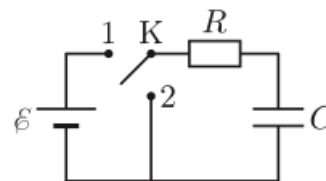
$$\frac{\mathcal{E}_1 I_0 + (\mathcal{E}_2 + r_2) I_0}{r_1 \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 r_2} \mathcal{C} \mathcal{U} = b \left(\mathcal{E}_2 : \left(\frac{\mathcal{E}_2}{R} + \frac{r_2}{R} + 1 \right) \frac{r_2 + R}{r_1 r_2} - \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} - \frac{r_2}{R} \right) = I \text{ (I)}$$

ЗАДАЧА 14. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) Определите заряд, который пройдёт через сопротивление R_1 после размыкания ключа K . ЭДС источника $\mathcal{E} = 125$ В, его внутреннее сопротивление $r = 10$ Ом, величины всех сопротивлений равны $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 20$ Ом, $C = 20$ мкФ.

$$q_{K1} \approx \left(\frac{\mathcal{E} + r}{R_3} + \frac{r + \mathcal{E} + R_2}{R_4} \right) \mathcal{E} C = b$$



ЗАДАЧА 15. (МОШ, 2008, 10) Школьники Вова и Дима собрали электрическую цепь, состоящую из самодельной батареи с ЭДС \mathcal{E} , резистора сопротивлением $R = 20$ кОм, конденсатора ёмкостью C и двухпозиционного ключа K (см. схему). Затем они в момент времени $t = 0$ включили секундомер, замкнули ключ в положение 1 и спустя некоторое время переключили ключ в положение 2. Получившаяся у Вовы и Димы зависимость напряжения U на конденсаторе от времени показана на рисунке. Проанализировав этот график, они смогли определить, чему равны ёмкость конденсатора C , ЭДС \mathcal{E} и внутреннее сопротивление r аккумуляторной батареи. Найдите эти значения.

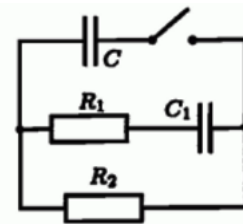


$$C \approx 50 \text{ мкФ}, \mathcal{E} \approx 27 \text{ В}, r \approx 10 \text{ кОм}$$

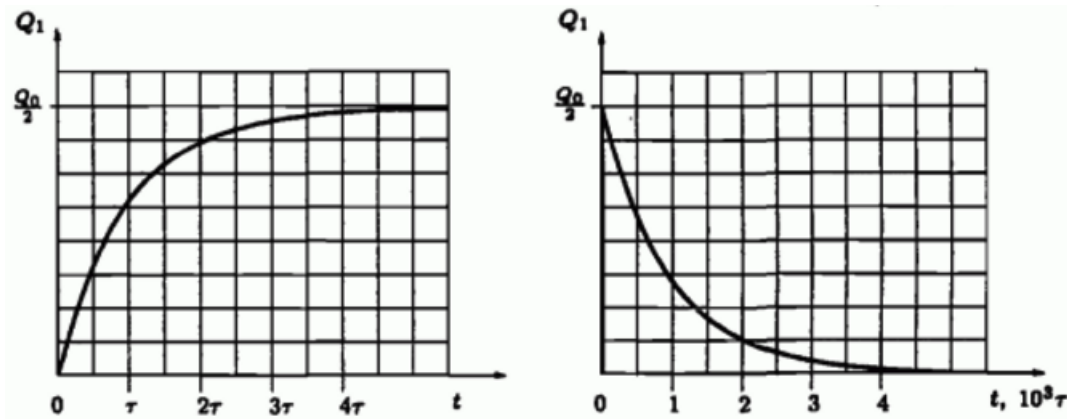
ЗАДАЧА 16. (МОШ, 2010, 11) Современный лабораторный блок питания работает так: сначала ему задаются значения тока I_0 и напряжения U_0 . После подключения нагрузки блок сам выбирает один из двух режимов: либо поддерживает напряжение на нагрузке равным U_0 , если при этом ток через нагрузку не больше I_0 ; либо поддерживает ток через нагрузку равным I_0 , если при этом напряжение на нагрузке не больше U_0 . В качестве нагрузки к такому блоку питания подсоединяют незаряженный конденсатор ёмкостью C . Нарисуйте график зависимости напряжения U на нём от времени t .

См. конец листка

ЗАДАЧА 17. (Всеросс., 2002, ОЭ, 10) В схеме (рис. справа) заряд конденсатора C известной ёмкости равен Q_0 . Ключ замкнули. Зависимость от времени заряда Q_1 на конденсаторе C_1 неизвестной ёмкости изображена ниже на графиках.

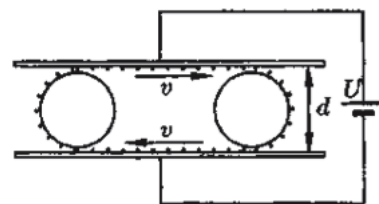


Найдите ёмкость конденсатора C_1 и сопротивления резисторов R_1 и R_2 . Считайте время τ , указанное на графиках, известным.



$$C_1 = C, R_1 = \frac{C}{2\tau}, R_2 = \frac{C}{500\tau}$$

ЗАДАЧА 18. (Всеросс., 2005, ОЭ, 10) Тонкая гибкая замкнутая лента, состоящая из проводящих пластин шириной a , разделённых изолирующими промежутками шириной b ($b \gg a$), с помощью шкивов приведена в соприкосновение с обкладками плоского конденсатора (рис.). Расстояние между обкладками равно d ($d \gg b$), ширина ленты l . Конденсатор подключили к батарее, создающей напряжение U между обкладками. С помощью внешнего воздействия шкивы провернули на несколько оборотов, после чего воздействие устранили, а лента продолжила движение с установившейся скоростью v . Считайте, что трение есть только между лентой и нижней обкладкой.

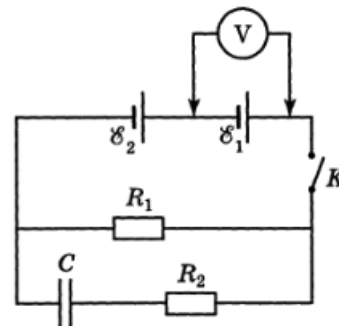


Считайте, что трение есть только между лентой и нижней обкладкой.

- 1) Какой ток I протекает через батарею?
- 2) Какую мощность P затрачивает батарея при движении ленты?
- 3) Какая сила трения F действует на ленту?

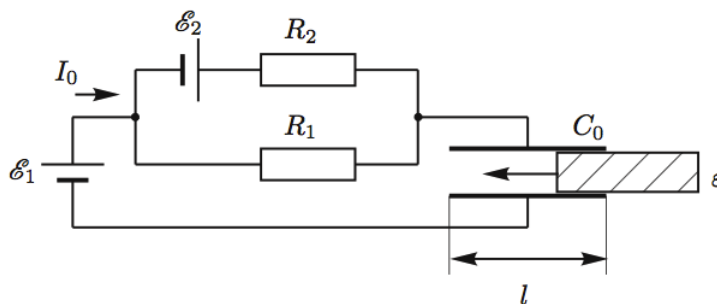
$$\frac{Pq}{lv^2\epsilon_0\epsilon_z} = \mathcal{J}; \frac{Pq}{av^2\epsilon_0\epsilon_z} = \mathcal{J}; \frac{Pq}{av\epsilon_0\epsilon_z} = I$$

ЗАДАЧА 19. (Всеросс., 1993, финал, 10) Две батарейки с одинаковой ЭДС ($\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}$), но разными внутренними сопротивлениями ($r_1 = 0,1 \text{ Ом}$, $r_2 = 1,1 \text{ Ом}$) включены последовательно в цепь, содержащую конденсатор, ёмкость которого равна C , и резисторы, сопротивления которых равны $R_1 = 2,8 \text{ Ом}$ и $R_2 = 1,12 \text{ Ом}$ соответственно (рис.). Сначала, когда цепь разомкнута, идеальный вольтметр, подсоединённый к клеммам батареи \mathcal{E}_1 , показывает напряжение $U_0 = 8 \text{ В}$. Потом вольтметр подсоединяют к клеммам батареи \mathcal{E}_2 и замыкают ключ K . Найдите показания вольтметра непосредственно после замыкания ключа и после того, как токи в цепи установятся.



$$U = U_0 \frac{r_1 + r_2 + R_1}{r_1 + r_2 + R_1 + R_2} = 8 \text{ В}; U_2 = U_0 \frac{r_1 + r_2 + R_1}{r_1 + r_2 + R_1 + R_2} = 3,6 \text{ В}$$

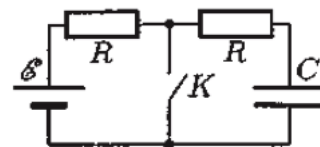
ЗАДАЧА 20. (Всеросс., 2001, финал, 10) В плоский конденсатор ёмкостью C_0 вдвигается диэлектрическая пластина с диэлектрической проницаемостью ϵ . Конденсатор включён в электрическую цепь, представленную на рисунке. При этом оказалось, что сила тока, протекающего через батарею с ЭДС \mathcal{E}_1 , постоянна и равна I_0 . Обе батареи идеальные.



- 1) Определите силу тока, протекающего через резистор с сопротивлением R_1 .
 - 2) С какой скоростью движется диэлектрическая пластина?
- При расчётах считайте, что ЭДС \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 заданы, $R_1 = R_2 = R$, длина пластин конденсатора C_0 равна l .

$$I = I_0 \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \left(\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} - 1 \right)$$

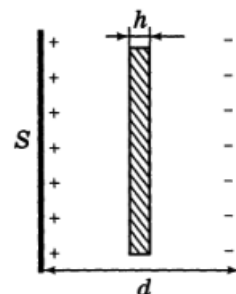
ЗАДАЧА 21. (Всеросс., 2005, финал, 10) В цепи (рис.) состояние ключа K периодически изменяют: замыкают на время τ , затем размыкают на время 2τ , снова замыкают на время τ и размыкают на время 2τ и так далее. Время τ достаточно мало, так что напряжение на конденсаторе большой ёмкости C не успеваеет за это время заметно измениться. После большого количества переключений напряжение на конденсаторе становится практически постоянным, совершая лишь небольшие колебания около своего среднего значения. ЭДС источника \mathcal{E} и сопротивление R каждого из резисторов известны. Найдите в установившемся режиме:



- 1) среднее значение напряжения U на конденсаторе;
- 2) среднюю силу тока I , текущего через ключ;
- 3) отношение средних тепловых мощностей, выделяющихся на резисторах.

$$\mathcal{E} = \tau I : 1 : \frac{2\tau}{\mathcal{E}} = I : \frac{\tau}{\mathcal{E}} = U$$

ЗАДАЧА 22. (Всеросс., 1994, финал, 10) Между обкладками плоского конденсатора помещена плоская пластина из слабопроводящего материала, удельное сопротивление которого ρ . Толщина пластины равна h (рис.). Конденсатор заряжают до напряжения U_0 , затем его обкладки замыкают накоротко. Найдите максимальную силу тока, который потечёт через слабопроводящую пластину. Площадь каждой из обкладок конденсатора и пластины одинакова и равна S . Расстояние между обкладками конденсатора равно d ($d \ll \sqrt{S}$).



$$\frac{qd}{S^0 \Omega} = I$$

Ответ к задаче 16

