

Эффект Холла

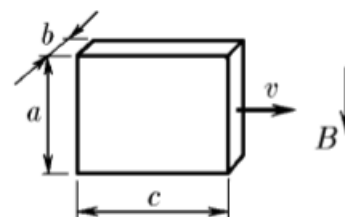
Если проводник находится в магнитном поле, то упорядоченное движение свободных зарядов проводника приводит к появлению поперечной разности потенциалов (*эффект Холла*). Упорядоченное движение зарядов — это либо ток в проводнике, либо перемещение самого проводника в магнитном поле¹.

ЗАДАЧА 1. Металлический стержень длиной l , расположенный в горизонтальной плоскости, движется относительно лаборатории равномерно и поступательно в вертикальном однородном магнитном поле B . Скорость v стержня горизонтальна и направлена перпендикулярно стержню. Найдите разность потенциалов между концами стержня. Рассмотрите ситуацию: а) в лабораторной системе отсчёта; б) в системе отсчёта стержня.

$$l\mathcal{E}^a = U$$

Мы приходим к важному выводу: металлический стержень, движущийся в магнитном поле (как описано в предыдущей задаче), превращается в батарейку с ЭДС $\mathcal{E} = vBl$. Эта ЭДС называется ЭДС индукции.

ЗАДАЧА 2. (Савченко, 11.1.3) Металлический брусок, размеры которого $a \times b \times c$ ($b \ll a, c$), движется со скоростью v в магнитном поле индукции B так, как показано на рисунке. Найдите разность потенциалов между боковыми сторонами бруска и поверхностную плотность зарядов на них.

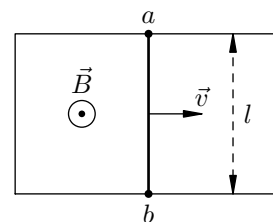


$$U = \varepsilon_0 v B b, \quad \sigma = \varepsilon_0 v B$$

ЗАДАЧА 3. (Савченко, 11.1.4) Предположим, что атом можно представить как шар радиуса r с равномерно распределённым отрицательным зарядом, в центре которого находится точечное ядро с положительным зарядом Ze . Найдите, с какой скоростью может, не распадаясь, двигаться такой атом поперёк магнитного поля с индукцией B .

$$\frac{Ze v^2}{\varepsilon_0 Z} > a$$

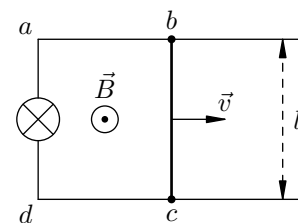
ЗАДАЧА 4. Прямоугольная проволочная рамка со стороной l находится в магнитном поле с индукцией B , перпендикулярной плоскости рамки. По рамке параллельно одной из её сторон без нарушения контакта скользит с постоянной скоростью v перемычка ab (см. рисунок), сопротивление которой равно R . Определите силу тока через перемычку. Сопротивлением остальной части рамки пренебречь.



$$I = \frac{v}{lB} R$$

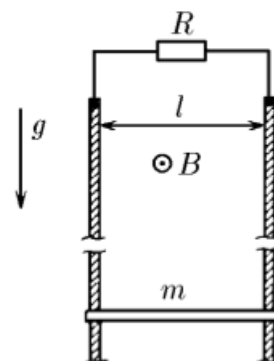
¹Строго говоря, эффектом Холла называется появление поперечной разности потенциалов именно в ситуации, когда в магнитное поле помещается проводник с током. Мы, однако, распространяем этот термин и на другой случай — движение проводника в магнитном поле, поскольку принципиального физического различия между этими двумя случаями нет.

ЗАДАЧА 5. Плоскость прямоугольной проволочной рамки $abcd$ перпендикулярна однородному магнитному полю с индукцией $B = 10^{-3}$ Тл (см. рисунок). Сторона рамки bc длиной $l = 1$ см может скользить без нарушения контакта с постоянной скоростью $v = 10$ см/с по сторонам ab и dc . Между точками a и d включена лампочка сопротивлением $R = 5$ Ом. Какую силу необходимо приложить к стороне bc для осуществления такого движения? Сопротивлением остальной части рамки пренебречь.



$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} \mathcal{E} \cdot \tau = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{d\Phi}{dt} dt = \Delta\Phi$$

ЗАДАЧА 6. (Савченко, 11.1.19) В однородном магнитном поле индукции B находятся две вертикальные рейки, расположенные в плоскости, перпендикулярной линиям поля. По рейкам, расстояние между которыми равно l , может скользить проводник массы m . Определите установившуюся скорость этого проводника, если верхние концы реек замкнуты на сопротивление R . В какие виды энергии переходит работа силы тяжести?



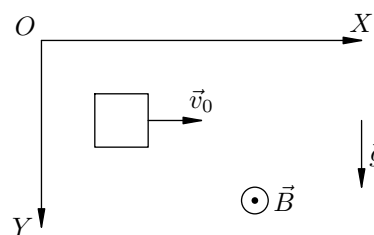
$$\text{опред в } \frac{d\Phi}{dt} = \mathcal{E} = \frac{mgl}{R}$$

ЗАДАЧА 7. (Савченко, 11.1.20) Определите в предыдущей задаче зависимость скорости проводника от времени при нулевой начальной скорости в случае, когда верхние концы реек замкнуты:

- а) на сопротивление R ;
- б) на ёмкость C .

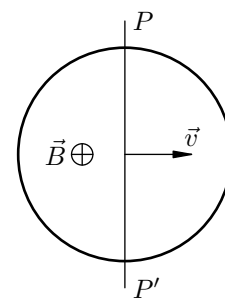
$$\frac{d\Phi}{dt} = \mathcal{E} = \frac{mgl}{R} = a \left(g \left[\left(\frac{mgl}{R} - \right) dx - 1 \right] \frac{d\Phi}{dt} = a (v)$$

ЗАДАЧА 8. Проволочной квадратной рамке массой m со стороной a , расположенной в вертикальной плоскости OXY , сообщают в горизонтальном направлении (вдоль оси X) начальную скорость v_0 (см. рисунок). Рамка движется в гравитационном поле, всё время находясь в магнитном поле, перпендикулярном плоскости рамки. Индукция магнитного поля зависит только от координаты y по закону $B = B_0 + ky$, где k — заданная константа. Найдите установившуюся скорость рамки. Сопротивление рамки равно R , ускорение свободного падения g .



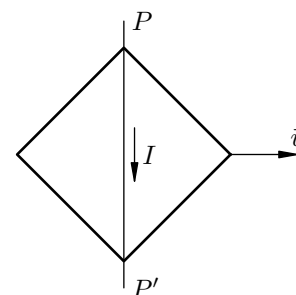
$$\left(\frac{d\Phi}{dt} \right) + \frac{0}{a} \Lambda = a$$

Задача 9. (МФТИ, 1992) Неподвижное проволочное кольцо расположено в однородном магнитном поле, линии индукции \vec{B} которого перпендикулярны плоскости кольца (см. рисунок). По кольцу скользит со скоростью \vec{v} (без нарушения электрического контакта) проволочная перемычка PP' ($\vec{v} \perp PP'$). Определить направление и силу индукционного тока в кольце и в перемычке в тот момент, когда перемычка пересекает центр кольца, как это изображено на рисунке. Кольцо и перемычка выполнены из одного куска проволоки с удельным электрическим сопротивлением ρ и площадью поперечного сечения S .



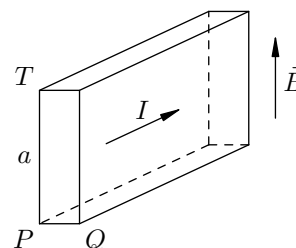
$$\frac{d\Phi}{dt} = \mu I \frac{d(x+y)}{S \rho a^2}, \quad \frac{d\Phi}{dt} = \mu I \frac{d(x+y)}{S \rho a^2} = \mu I \frac{v}{a}$$

Задача 10. (МФТИ, 1992) Неподвижная проволочная перемычка PP' расположена в однородном магнитном поле, линии индукции которого перпендикулярны плоскости рисунка. По перемычке скользит в плоскости рисунка проволочная квадратная рамка со скоростью \vec{v} ($\vec{v} \perp PP'$) без нарушения электрического контакта. В тот момент, когда центр рамки пересекает перемычку, по ней течёт ток силой I . Определить направление и величину индукции магнитного поля. Рамка и перемычка выполнены из одного куска проволоки с удельным электрическим сопротивлением ρ и площадью поперечного сечения S .



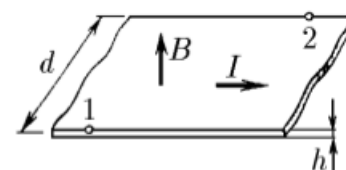
$$B = \frac{\mu I \rho \sqrt{2}}{S \rho a^2} = \frac{\mu I}{S \rho a^2} \sqrt{2}$$

Задача 11. Металлическую полоску, по которой течёт ток I , помещают в однородное магнитное поле с индукцией B (см. рисунок). Объясните, почему внутри полоски при этом возникает поперечное электрическое поле (параллельное прямой PQ), и найдите разность потенциалов между точками P и Q . Известно, что $PT = a$ и концентрация свободных электронов равна n .



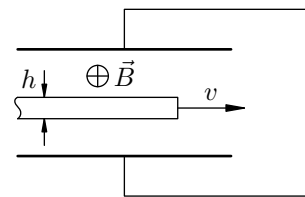
$$U = \frac{v a B}{c}$$

Задача 12. (Савченко, 11.1.13) По проводящей ленте ширины d течёт ток I . Лента находится в магнитном поле индукции B . Направление поля перпендикулярно её плоскости. Найдите разность потенциалов между точками 1 и 2 ленты, если её толщина равна h , а объёмная плотность заряда носителей тока на ней равна ρ .



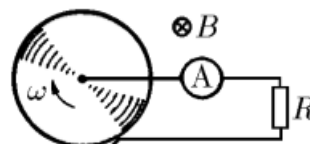
$$U = \frac{\rho d}{B}$$

Задача 13. (МФТИ, 1996) Между закороченными пластинами плоского конденсатора с площадью пластин S и расстоянием d между ними движется параллельно пластинам с постоянной скоростью v проводящая лента толщиной h (см. рисунок). Ширина ленты больше размеров конденсатора. Конденсатор находится в магнитном поле с индукцией B , направленной вдоль пластин и перпендикулярно скорости ленты. Найдите наведённый заряд на пластинах конденсатора.



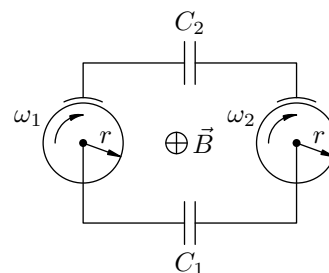
$$\frac{q-p}{4\pi\epsilon_0 S v^2} = b$$

Задача 14. (Савченко, 11.1.25) Проводящий диск вращается с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле индукции B , перпендикулярном плоскости диска. Что покажет амперметр, включённый через сопротивление R ? Найдите ток, если $R = 1$ Ом, радиус диска $r = 0,05$ м, $\omega = 2\pi \cdot 50$ рад/с, $B = 1$ Тл.



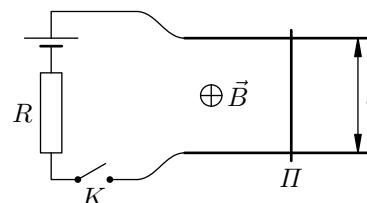
$$I = \frac{B\omega r^2}{2R}$$

Задача 15. (МФТИ, 1996) Два одинаковых проводящих диска радиусами r вращаются с угловыми скоростями ω_1 и ω_2 ($\omega_1 > \omega_2$) в однородном магнитном поле с индукцией B , перпендикулярной их плоскостям (см. рисунок). Центры дисков с помощью проводников присоединены к конденсатору ёмкостью C_1 , а ободы — через скользящие контакты к конденсатору ёмкостью C_2 . Найти напряжения, которые установятся на конденсаторах.



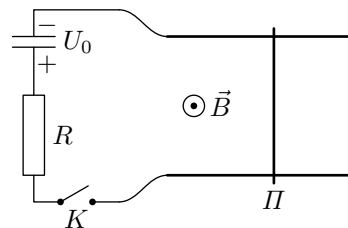
$$U_1 = \frac{C_2(\omega_1 - \omega_2)B^2 r^2}{2(C_1 + C_2)}; U_2 = \frac{C_1(\omega_1 - \omega_2)B^2 r^2}{2(C_1 + C_2)}$$

Задача 16. (МФТИ, 1997) На двух длинных гладких параллельных и горизонтально расположенных проводящих штангах лежит проводящая перемычка массой M . Расстояние между штангами равно l . Через резистор сопротивлением R и разомкнутый ключ K к штангам подключена батарея с некоторой постоянной ЭДС (см. рисунок). Штанги расположены в области однородного магнитного поля с вертикально направленной индукцией B . Пренебрегая внутренним сопротивлением батареи, сопротивлением штанг и перемычки, определить ускорение перемычки сразу после замыкания ключа, если известно, что после замыкания ключа максимальная установившаяся скорость, которую приобретает перемычка, равна v_0 .



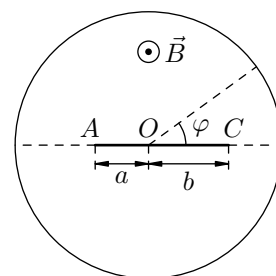
$$a = \frac{M B^2 l^2 v_0}{R}$$

Задача 17. (МФТИ, 1997) На двух длинных гладких параллельных и горизонтально расположенных проводящих штангах лежит проводящая перемычка Π массой M (см. рисунок). Через резистор сопротивлением R и разомкнутый ключ K к штангам подключён конденсатор ёмкостью C , заряженный до напряжения U_0 . Штанги расположены в области однородного магнитного поля с вертикально направленным вектором индукции. Пренебрегая сопротивлением штанг и перемычки, определить ускорение перемычки сразу после замыкания ключа, если при замкнутом ключе и принудительном перемещении перемычки вдоль штанг с постоянной скоростью u_0 на конденсаторе устанавливается разность потенциалов, равная U_1 .



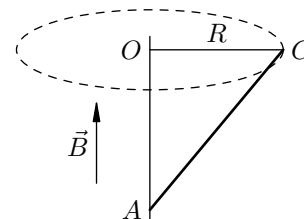
$$\frac{0aMv}{\tau \Omega^0 \Omega} = v$$

Задача 18. (МФТИ, 2002) На горизонтальном непроводящем диске по его диаметру укреплен тонкий проводящий стержень AC . Диск находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Тл, перпендикулярной плоскости диска (см. рисунок), и совершает крутильные колебания относительно вертикальной оси, проходящей через точку O : $\varphi = \varphi_0 \cos \omega t$, где t — время. Длина стержня $L = a + b$, где $a = 0,5$ м, а $b = 1$ м. Определить максимальную разность потенциалов между концами стержня A и C , если $\varphi_0 = 0,6$ рад, а $\omega = 0,2$ рад/с.



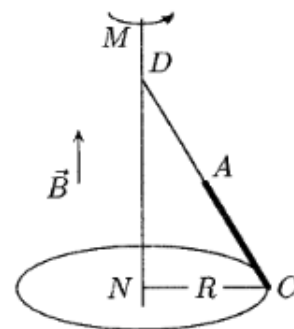
$$U^{\max} = \frac{1}{2} B \omega \varphi_0 (b^2 - a^2) = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ В}$$

Задача 19. (МФТИ, 2002) Металлический стержень AC одним концом (точка A) шарнирно закреплён на вертикальном диэлектрическом стержне AO . Другой конец (точка C) связан с вертикальным стержнем с помощью нерастяжимой непроводящей горизонтальной нити OC длиной $R = 1$ м (см. рисунок). Стержень AC вращается вокруг стержня AO в однородном магнитном поле, индукция которого вертикальна и равна $B = 10^{-2}$ Тл. Угловая скорость вращения стержня AC равна $\omega = 60$ рад/с. Определить разность потенциалов между точками A и C .



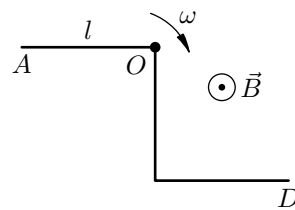
$$U = \frac{1}{2} B \omega R^2 = 0,3 \text{ В}$$

Задача 20. (МФТИ, 2002) Составной стержень, состоящий из проводящего стержня AC и непроводящего стержня AD (см. рисунок), вращается с угловой скоростью $\omega = 100$ рад/с вокруг вертикальной оси MN в вертикально направленном однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,01$ Тл. Длины стержней одинаковы. Определить разность потенциалов между точками A и C , если точка C описывает в горизонтальной плоскости окружность радиуса $R = 0,4$ м.



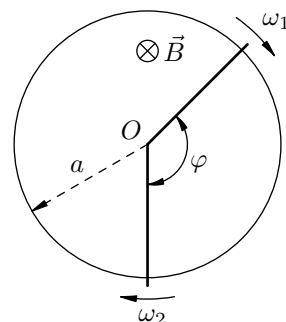
$$U = \frac{8}{3} B \omega R^2 = 0,06 \text{ В}$$

Задача 21. («Физтех», 2014, 11) В однородном магнитном поле в плоскости, перпендикулярной вектору магнитной индукции $B = 200$ мТл, вращается с угловой скоростью $\omega = 1$ рад/с относительно оси, проходящей через точку O , изогнутый проводящий стержень, состоящий из трёх одинаковых звеньев, соединённых под прямым углом. Длина каждого звена $l = 60$ см. Определите разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_D$, возникающую между точками A и D .



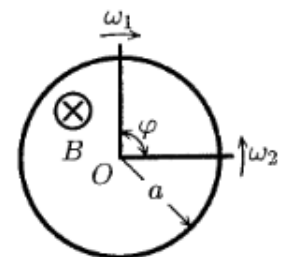
$$\varphi_A - \varphi_D = \frac{1}{2} B \omega l^2 = 36 \text{ мВ}$$

Задача 22. (МФТИ, 2003) Тонкое проволочное кольцо радиусом a расположено в однородном магнитном поле с индукцией B , перпендикулярной плоскости кольца. По кольцу скользят в одном направлении две перемычки с угловыми скоростями ω_1 и ω_2 ($\omega_1 > \omega_2$, см. рисунок). Перемычки и кольцо сделаны из одного куска провода, сопротивление единицы длины которого равно ρ . Определить величину и направление тока через перемычки, когда угол $\varphi = 3\pi/4$. Между перемычками в точке O и между кольцом и перемычками хороший электрический контакт.



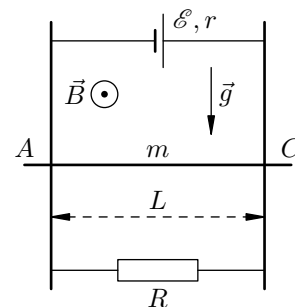
$$I = \frac{\rho a B (\omega_1 + \omega_2)}{2(\omega_1 - \omega_2)} = I$$

Задача 23. (МФТИ, 2003) Тонкое проволочное кольцо радиусом a расположено в однородном магнитном поле с индукцией B , перпендикулярной плоскости кольца. По кольцу скользят в противоположных направлениях две перемычки с угловыми скоростями ω_1 и ω_2 (см. рисунок). Перемычки и кольцо сделаны из одного куска провода, сопротивление единицы длины которого равно ρ . Определить величину и направление тока через перемычки, когда угол $\varphi = \pi/2$. Между перемычками в точке O и между кольцом и перемычками хороший электрический контакт.



$$I = \frac{4aB(\omega_1 + \omega_2)}{16 + 3\pi} = I$$

Задача 24. (МФТИ, 2006) Две вертикальные проводящие рейки (см. рисунок), расстояние между которыми $L = 25$ см, находятся в однородном магнитном поле, индукция которого $B = 1$ Тл направлена перпендикулярно плоскости рисунка. Сверху рейки соединены через батарею с ЭДС $\mathcal{E} = 6$ В и внутренним сопротивлением $r = 2$ Ом, а снизу — через резистор с сопротивлением $R = 6$ Ом. В начальный момент проводящую перемычку AC массой $m = 100$ г удерживают неподвижной, а затем отпускают. Через некоторое время перемычка движется вниз с установившейся скоростью.

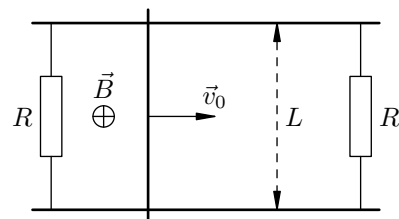


- 1) Найдите ток через перемычку при этой скорости.
- 2) Найдите установившуюся скорость перемычки.

Сопротивлением реек и перемычки пренебречь. При расчёте принять $g = 10$ м/с².

$$I = \frac{1}{6} \text{ А} = \frac{1}{6} \frac{B L}{R} = \frac{1}{6} \frac{1 \cdot 0.25}{6} = \frac{1}{6} \text{ А}$$

Задача 25. (МФТИ, 2006) По двум горизонтальным проводящим рейкам (см. рисунок), расстояние между которыми $L = 1$ м, может скользить без трения перемычка, масса которой $m = 50$ г, а омическое сопротивление $r = 0,5$ Ом. Слева и справа концы реек соединены через резисторы с сопротивлением $R = 1$ Ом. Система находится в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл. Неподвижной перемычке сообщают начальную скорость $v_0 = 50$ см/с вдоль реек.



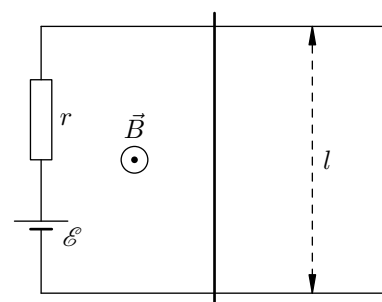
Вид сверху

- 1) Найдите зависимость тока через перемычку от её скорости.
- 2) На какое расстояние сместится перемычка?

Сопротивлением реек пренебречь. Перемычка расположена перпендикулярно рейкам.

$$I = \frac{2BLv}{R + r} = s \quad (2) \quad (1)$$

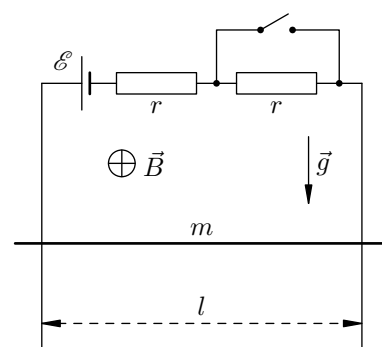
Задача 26. (МФТИ, 2007) По длинным параллельным проводящим горизонтальным рельсам, находящимся на расстоянии l друг от друга, может без трения скользить, не теряя электрического контакта и оставаясь перпендикулярной рельсам, проводящая перемычка (на рисунке изображён вид сверху). Рельсы соединены через резистор с сопротивлением r и идеальную батарею с ЭДС \mathcal{E} . Сопротивлением остальных участков цепи можно пренебречь. Система находится в вертикальном постоянном однородном магнитном поле с индукцией B , перпендикулярном плоскости рисунка. Если к перемычке приложить параллельно рельсам силу F , то перемычка будет оставаться неподвижной, а при вдвое большей силе (в том же направлении) через некоторое время устанавливается равномерное движение перемычки со скоростью v .



- 1) Найдите величину силы F .
 - 2) Найдите величину и направление скорости v .
- Считайте заданными \mathcal{E} , r , B , l .

$$F = \frac{Bl\mathcal{E}}{r} = a \quad (2) \quad (1) \text{ (вправо)}$$

Задача 27. (МФТИ, 2007) По длинным вертикальным проводящим штангам, находящимся на расстоянии l друг от друга, может без трения скользить, не теряя электрического контакта и оставаясь перпендикулярной рельсам, проводящая перемычка массой m . Штанги соединены через два резистора с сопротивлением r и идеальную батарею с ЭДС \mathcal{E} (см. рисунок). Сопротивлением остальных участков цепи можно пренебречь. Система находится в горизонтальном постоянном однородном магнитном поле с индукцией B , перпендикулярном плоскости рисунка.



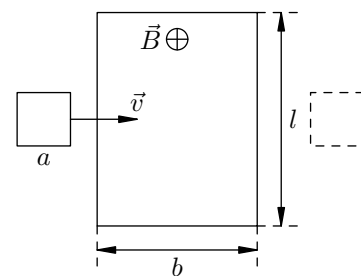
- 1) Найдите массу перемычки m , если при разомкнутом ключе она оказывается неподвижной.

2) После замыкания ключа через некоторое время устанавливается равномерное движение перемычки. Найдите величину и направление скорости v этого движения.

Считайте заданными \mathcal{E} , r , B , l , g .

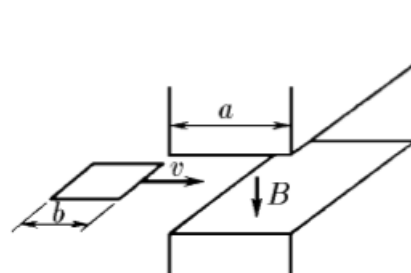
$$m = \frac{2Bl\mathcal{E}}{g} = a \quad (2) \quad (1) \text{ (вниз)}$$

Задача 28. (МФТИ, 1993) Квадратную проволочную рамку с длиной стороны a и сопротивлением R протягивают с постоянной скоростью v через зазор электромагнита. Магнитное поле в зазоре однородно, и его индукция равна B . Плоскость рамки перпендикулярна вектору \vec{B} (см. рисунок). Пренебрегая краевыми эффектами, определить, какое количество теплоты выделится в рамке, если сторона рамки a меньше продольного размера зазора b и его поперечного размера l .



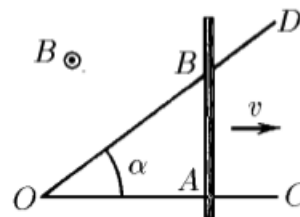
$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{d\mathcal{E}}{dt} = \mathcal{Q}$$

Задача 29. (Савченко, 11.1.9) Квадратный замкнутый виток проволоки, длина стороны которого b , а сопротивление единицы длины ρ , проходит с постоянной скоростью v зазор электромагнита. Магнитное поле в зазоре однородное, его индукция равна B . Считая поле вне этого зазора равным нулю, определите энергию, превратившуюся в тепло, для случаев, когда протяжённость зазора a в направлении движения витка меньше b и больше b , а в перпендикулярном направлении — больше b .



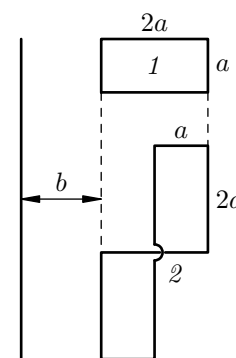
$$\left. \begin{array}{l} q < v \text{ и } \frac{d\mathcal{E}}{dt} < \frac{d\mathcal{E}}{dt} \\ q > v \text{ и } \frac{d\mathcal{E}}{dt} > \frac{d\mathcal{E}}{dt} \end{array} \right\} = \mathcal{M}$$

Задача 30. (Савченко, 11.1.10) Металлический стержень AB , сопротивление единицы длины которого ρ , движется с постоянной скоростью v , перпендикулярной AB , замыкая два идеальных проводника OC и OD , образующих друг с другом угол α . Длина OC равна l , и $AB \perp OC$. Вся система находится в однородном постоянном магнитном поле индукции B , перпендикулярном плоскости системы. Найдите полное количество теплоты, которое выделится в цепи за время движения стержня от точки O до точки C .



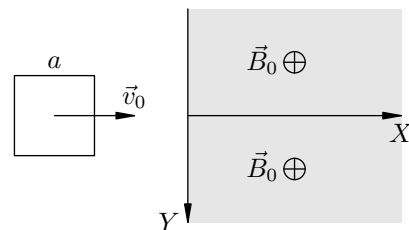
$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{d\mathcal{E}}{dt} = \mathcal{Q}$$

Задача 31. (МФТИ, 1994) Два проволочных контура, изготовленные из одного куска провода, движутся к длинному прямолинейному проводу с постоянным током. Контур 1 является прямоугольником со сторонами a и $2a$. Контур 2 состоит из двух прямоугольников со сторонами $2a$ и a (см. рисунок). Когда оба контура находились на расстоянии $b = a$ от провода, токи в контурах были равны. Определить отношение скоростей контуров в этот момент времени, если известно, что индукция магнитного поля, создаваемая током провода, обратно пропорциональна расстоянию от провода. Провод и оба контура расположены в одной плоскости.



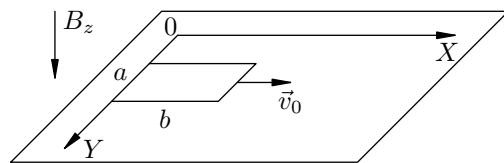
$$\zeta = \frac{v_1 a}{v_2 a}$$

Задача 32. (МФТИ, 1997) Проволочный контур в виде квадрата со стороной a , массой M и общим сопротивлением контура R расположен на гладкой горизонтальной поверхности вблизи от границы области однородного магнитного поля ($x \geq 0$) с индукцией B_0 , перпендикулярной плоскости контура (см. рисунок). Контур сообщают скорость v_0 , направленную перпендикулярно границе магнитного поля (ось Y). Определить максимальную величину ускорения контура при его дальнейшем движении, включая область однородного магнитного поля. Самоиндукцией контура пренебречь.



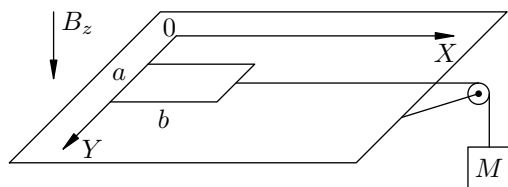
$$\frac{Y}{0a} \frac{M}{R} \frac{v_0}{\tau^2} = \max |a|$$

Задача 33. (МФТИ, 2004) На гладкой горизонтальной поверхности стола расположена проволочная прямоугольная рамка массой m со сторонами a и b (см. рисунок). Рамка находится в магнитном поле, составляющая вектора индукции которого вдоль оси Z зависит только от координаты x и изменяется по линейному закону: $B_z(x) = B_0(1 - \alpha x)$, где B_0 и α — заданные константы. Рамке сообщают вдоль оси X скорость v_0 . Пренебрегая самоиндукцией рамки, определить расстояние, пройденное рамкой до полной остановки. Омическое сопротивление рамки равно R . Рамка движется поступательно.



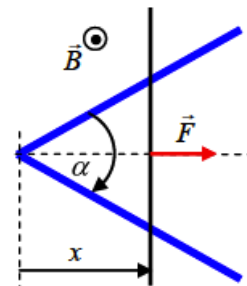
$$\frac{\tau}{0a} \frac{m}{R} \frac{v_0}{\tau} = \tau$$

Задача 34. (МФТИ, 2004) На гладкой горизонтальной поверхности стола расположена проволочная прямоугольная рамка массой m со сторонами a и b (см. рисунок). Рамка находится в магнитном поле, составляющая вектора индукции которого вдоль оси Z зависит только от координаты x и изменяется по линейному закону: $B_z(x) = B_0(1 - \alpha x)$, где B_0 и α — заданные константы. С помощью нерастяжимой нити и неподвижного блока рамка связана с грузом массой M . Сначала груз удерживают, а затем отпускают, и рамка приходит в поступательное движение. Пренебрегая самоиндукцией рамки, определить максимальную мощность тепловых потерь в рамке. Омическое сопротивление рамки равно R .



$$Y \frac{M}{R} \left(\frac{0a}{b} \frac{v_0}{\tau} \right) = \max M$$

ЗАДАЧА 35. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) Проводник, согнутый под углом α , расположен в горизонтальной плоскости. Металлический стержень может без трения скользить перпендикулярно биссектрисе угла. Индукция однородного вертикального магнитного поля равна B . К стержню приложена горизонтальная сила $F = kx$, где расстояние x отсчитывается от вершины угла. Определить максимальную скорость стержня. В процессе движения стержень не теряет контакта с обеими сторонами угла. Сопротивление единицы длины стержня равно ρ , сопротивление проводника пренебрежимо мало.



$$\frac{2}{\rho} \frac{d}{dx} \int_0^x B \rho dx = \text{const}$$

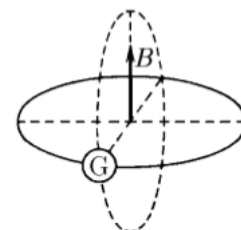
ЗАДАЧА 36. 1) На примере задачи 5 убедитесь, что ЭДС индукции в контуре $abcd$ равна скорости изменения магнитного потока через этот контур: $\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt}$.

2) На самом деле ЭДС индукции в контуре (неважно, реальном или воображаемом) всегда равна скорости изменения магнитного потока через этот контур! Убедитесь в этом на примерах задач 14 и 33. Указанный факт можно использовать в дальнейших задачах.

ЗАДАЧА 37. (Савченко, 11.1.16) Тонкое проводящее кольцо помещено в магнитное поле B , перпендикулярное плоскости кольца. Радиус кольца увеличивается с постоянной скоростью v . Определите зависимость тока в кольце от времени, если в начальный момент сопротивление кольца R_0 , а радиус кольца r_0 . Плотность и проводимость материала кольца при растяжении не меняются.

$$\frac{(2\pi + 0.4) 0.9}{B \pi r_0^2} = I$$

ЗАДАЧА 38. (Савченко, 11.1.17) Виток площади S расположен перпендикулярно магнитному полю индукции B . Он замкнут через гальванометр с сопротивлением R . Какой заряд протечёт через этот гальванометр, если виток повернуть параллельно полю?

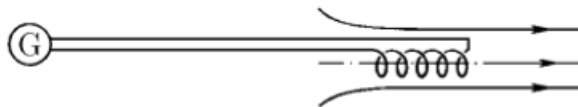


$$\frac{q}{S B} = b$$

ЗАДАЧА 39. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл расположен плоский проводящий виток так, что его плоскость перпендикулярна линиям индукции. Виток замкнут на гальванометр. Полный заряд, протекший через гальванометр при повороте витка, равен $Q = 7,5$ мКл. На какой угол повернули виток? Площадь, охватываемая витком, $S = 1000$ см², сопротивление витка $R = 2$ Ом.

$$\cos \alpha = \left(\frac{S B}{R Q} - 1 \right) \cos 120^\circ = \nu$$

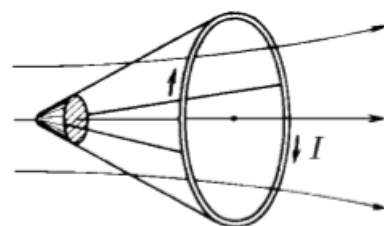
ЗАДАЧА 40. (Савченко, 11.1.18) Катушка датчика магнитного поля изготовлена из медного провода диаметра 0,2 мм. Радиус катушки 1 см. Удельное сопротивление $1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м.



Датчик определяет индукцию магнитного поля по заряду, который протекает через катушку, замкнутую на гальванометр, когда её вносят в магнитное поле так, что ось катушки совпадает с направлением поля. Определите индукцию магнитного поля, если через гальванометр, когда катушку внесли в поле, протёк заряд 10^{-4} Кл.

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot 1}{8} \approx 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}$$

ЗАДАЧА 41. (Савченко, 11.1.21) В осесимметричном магнитном поле тело можно ускорять, поддерживая в витке, связанном с телом и ориентированном перпендикулярно оси симметрии поля, постоянный ток I . Докажите, что приращение кинетической энергии тела вместе с витком пропорционально приращению магнитного потока через виток, и найдите коэффициент пропорциональности.

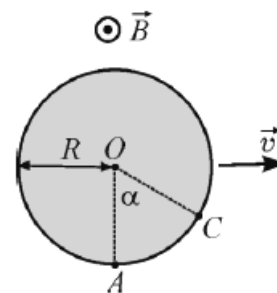


$$I = \gamma$$

ЗАДАЧА 42. (Савченко, 11.1.22) В магнитном поле с большой высоты падает кольцо радиуса a и массы m . Сопротивление кольца R . Плоскость кольца все время горизонтальна. Найдите установившуюся скорость падения кольца, если вертикальная составляющая индукции магнитного поля изменяется с высотой по закону $B = B_0(1 + \alpha h)$.

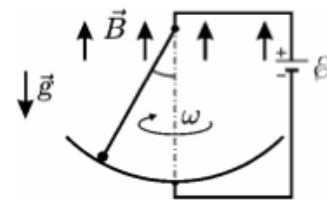
$$v = \frac{mgR}{2(\alpha B_0 \pi a^2)}$$

ЗАДАЧА 43. (МОШ, 2016, 11) Незаряженный металлический шарик радиусом $R = 10$ см движется в однородном магнитном поле перпендикулярно вектору магнитной индукции \vec{B} с постоянной скоростью $v = 1$ м/с. Поверхностная плотность зарядов на «полюсе» шара в точке A оказалась равной σ_0 . Определите поверхностную плотность зарядов в точке C , направление на которую из центра шара составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением OA (см. рисунок). Чему равна разность потенциалов точек A и C ? Модуль вектора индукции магнитного поля $B = 2$ Тл.



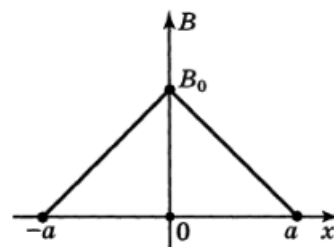
$$\sigma_C = \sigma_0 \cos \alpha = \sigma_0 \cos 60^\circ = 0,1 \sigma_0$$

ЗАДАЧА 44. (МОШ, 2007, 11) На конце невесомого проводящего стержня закреплён маленький металлический шарик, касающийся гладкой проводящей сферической поверхности радиусом $R = 0,8$ м. Второй конец стержня закреплён в центре сферы при помощи проводящего шарнира так, что стержень может вращаться без трения вокруг него, сохраняя электрический контакт со сферой. Эта система помещена в однородное вертикальное магнитное поле с индукцией $B = 0,5$ Тл и подключена к батарее так, как показано на рисунке. Если стержень закрутить вокруг вертикальной оси в определённом направлении с частотой $\omega = 5$ рад/с и под определённым углом к вертикали, то этот угол и частота вращения в дальнейшем не будут меняться. Определите этот угол и ЭДС батареи. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².



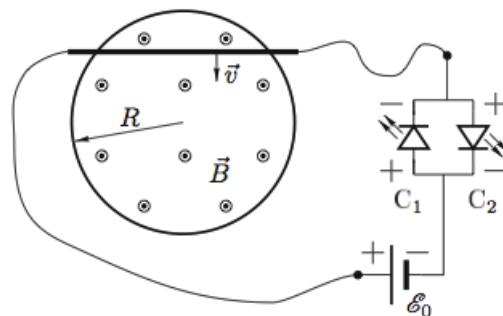
$$\sin \theta = \left(\frac{v \omega R}{g} - 1 \right) \frac{B R}{\epsilon} = 0,09 = \left(\frac{v \omega R}{g} \right) \frac{B R}{\epsilon} = v$$

ЗАДАЧА 45. (Всеросс., 1993, ОЭ, 11) Проволочное колечко пролетает между полюсами магнита, не успев повернуться. Диаметр колечка $D = 6$ мм, диаметр проволоки d ($d \ll D$), её удельное сопротивление $\rho_c = 2 \cdot 10^{-8}$ Ом·м и плотность $\rho_n = 9 \cdot 10^3$ кг/м³. Оцените изменение скорости колечка за время пролета сквозь магнитное поле, если его скорость при влёте в поле равна $v_0 = 20$ м/с. Вектор индукции \vec{B} магнитного поля перпендикулярен плоскости. Зависимость индукции магнитного поля от координаты x (вдоль траектории движения колечка) показана на рисунке, при этом $a = 10$ см, $B_0 = 1$ Тл. Можно считать, что $a \gg D$.



$$\Delta v = \frac{B_0^2 D^2}{2 \rho_n} \approx 0,25 \text{ м/с}$$

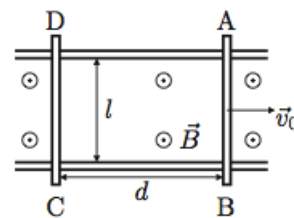
ЗАДАЧА 46. (Всеросс., 2007, финал, 11) Между круглыми полюсами радиусом $R = 5$ см большого электромагнита, создающего в зазоре однородное магнитное поле с индукцией $B = 1$ Тл, перпендикулярно линиям магнитной индукции движется с постоянной скоростью $v = 10$ м/с металлический стержень (рис.).



Концы стержня, длина которого больше $2R$, соединены гибкими проводами со схемой, включающей батарею с ЭДС $\mathcal{E}_0 = 0,5$ В и два светодиода C_1 и C_2 , которые горят при напряжении $U \geq 0,25$ В и определённой полярности, указанной на рисунке. Будем считать, что в начальный момент времени стержень касается окружности (т. е. начинает пересекать при своём движении линии магнитной индукции). Определите напряжение $U(t)$ на светодиодах и найдите моменты времени их зажигания и гашения на интервале времени движения стержня в магнитном поле ($0 \leq t \leq 2R/v$). Качественно постройте график зависимости $U(t)$ и укажите на нём интервалы зажигания светодиодов C_1 и C_2 .

См. конец листка

ЗАДАЧА 47. (Всеросс., 2012, финал, 11) По двум параллельным горизонтальным направляющим (рис.), расположенным на расстоянии l друг от друга, могут перемещаться без трения два металлических стержня АВ и CD, имеющие массу m и электрическое сопротивление R каждый. Однородное магнитное поле индукции B направлено перпендикулярно плоскости направляющих. В начальный момент времени стержни расположены на расстоянии d друг от друга и перпендикулярны направляющим. Стержень CD неподвижен, а стержню АВ сообщена скорость v_0 , параллельная направляющим, в направлении от CD.



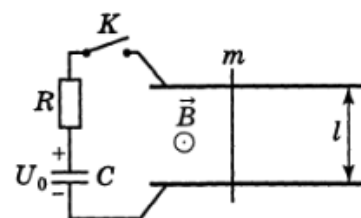
1) На каком расстоянии друг от друга будут находиться стержни через большой промежуток времени?

2) Сколько теплоты выделится в этой системе через большой промежуток времени?

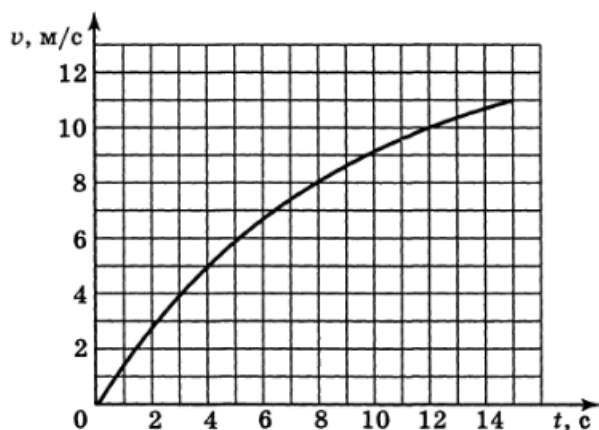
Сопротивлением направляющих можно пренебречь.

$$\frac{v}{v_0} = \frac{1}{1 + \frac{R}{R}} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$$

ЗАДАЧА 48. (Всеросс., 1998, финал, 11) На двух гладких горизонтальных и параллельных рельсах, расстояние между которыми $l = 2$ м, находится тонкая проводящая перемычка массой $m = 0,01$ кг. Рельсы через ключ K и резистор сопротивлением $R = 14$ кОм подключены к конденсатору, заряженному до некоторого напряжения U_0 . Рельсы расположены в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл, перпендикулярном их плоскости (рис. справа).



На рисунке ниже приведена экспериментально снятая зависимость скорости v перемычки от времени t после замыкания ключа K .



Пренебрегая омическим сопротивлением проводов, рельс и перемычки, по заданному графику $v(t)$ определите:

- 1) начальное напряжение U_0 на конденсаторе;
- 2) ёмкость конденсатора;
- 3) установившуюся скорость перемычки.

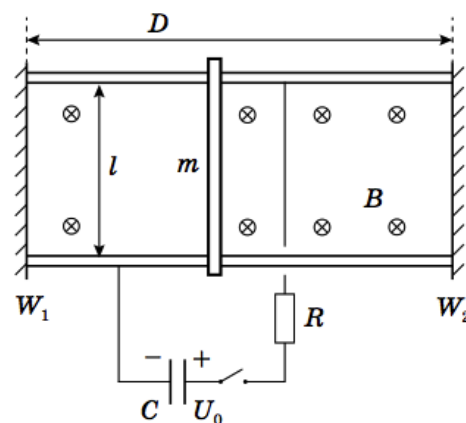
$$U_0 = \frac{B^2 l^2 m}{2C} = \frac{1^2 \cdot 2^2 \cdot 0,01}{2 \cdot 10^{-5}} = 200 \text{ В}$$

ЗАДАЧА 49. (Всеросс., 2004, финал, 11) Вблизи северного полюса вертикально расположенного намагниченного стержня (постоянного магнита) находится тонкая кольцевая катушка массой $m = 10$ г (рис.). Катушка может свободно перемещаться вдоль вертикальной оси z . Если катушку заставить колебаться по гармоническому закону около этого положения с амплитудой $A = 5$ мм и частотой $\nu = 50$ Гц, то на её разомкнутых концах появится переменное напряжение с амплитудой $\mathcal{E}_0 = 1$ В. Какой постоянный ток (по величине и направлению) нужно пропустить через катушку, чтобы она зависла в исходном положении?



$$I = \frac{0,02}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50^2 \cdot 0,01} = 0,154 \text{ А; по часовой стрелке, если смотреть сверху}$$

ЗАДАЧА 50. (Всеросс., 2018, финал, 11) По двум горизонтальным проводящим рельсам может скользить без трения металлическая перемычка массой m (см. рис.). Расстояние между рельсами l . Движение перемычки ограничено двумя непроводящими жёсткими вертикальными стенками W_1 и W_2 , находящимися на расстоянии D друг от друга. К рельсам через ключ K последовательно подключены заряженный до напряжения U_0 конденсатор ёмкости C и резистор сопротивления R . Перпендикулярно плоскости рельсов включено вертикальное однородное магнитное поле с индукцией B , такое, что $m > B^2 l^2 C$ и $DBl \gg RCU_0$. В момент, когда ключ замкнули, перемычка покоилась посередине между стенками. Определите:



- 1) с какой стенкой произойдёт первое столкновение перемычки;
 - 2) скорость v_1 перед первым столкновением;
 - 3) скорость v_n перед n -м столкновением.
- Все столкновения перемычки со стенками абсолютно упругие.

$$v_n = \frac{U_0 C B l}{m + B^2 l^2 C} \left(\frac{m + B^2 l^2 C}{m - B^2 l^2 C} \right)^n$$

ЗАДАЧА 51. (IPhO, 2000)² Тонкое медное кольцо вращается относительно вертикальной оси, проходящей через его диаметр, в магнитном поле Земли. Величина индукции магнитного поля Земли в данной точке равна $44,5$ мкТл. Вектор индукции направлен под углом 64° к горизонтали вниз. Определите, за какое время угловая скорость кольца уменьшится вдвое, если известно, что плотность меди равна $8,90 \cdot 10^3$ кг/м³, а её удельное сопротивление равно $1,70 \cdot 10^{-8}$ Ом · м. Это время много больше времени одного оборота. Трением в опорах и сопротивлением воздуха можно пренебречь. При решении данной задачи вы можете не учитывать явление самоиндукции, хотя на самом деле оно играет определённую роль³.

$$t = \frac{1}{\omega} \ln \left(\frac{2\omega}{\omega_0} \right) = \frac{1}{\omega} \ln \left(\frac{2}{\cos \theta} \right)$$

²Первое задание на IPhO-2000 состояло из пяти независимых задач, и это — одна из них.

³От себя замечу, что задачу можно решить двумя способами. Сможете ли вы найти их оба?

ЗАДАЧА 52. (APhO, 2015) [*Рекомендую читать сначала официальную английскую версию, поскольку перевод выполнен весьма сжато.*]

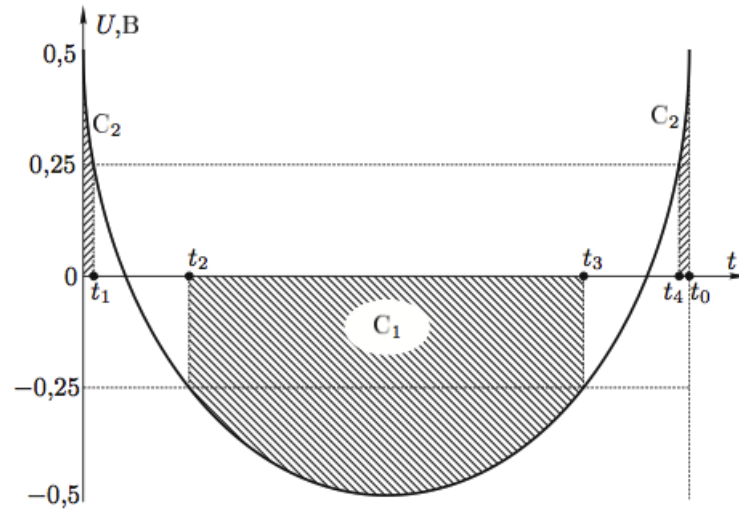
- [Дробный квантовый эффект Холла / The fractional quantum Hall effect.](#)
- [Solution.](#)

Ответ к задаче 46

Напряжение на светодиодах (разность потенциалов между верхней и нижней точками их подключения):

$$U(t) = \mathcal{E}_0 - 2Bv\sqrt{2Rvt - v^2t^2}.$$

График $U(t)$ — полуэллипс ($t_0 = 2R/v$):



Светодиод C_1 светится на интервале $[t_2; t_3]$, где $t_2 = 1,8$ мс, $t_3 = 8,3$ мс.

Светодиод C_2 светится на интервалах $[0; t_1]$ и $[t_4; t_0]$, где $t_1 = 0,15$ мс, $t_4 = 9,85$ мс.