

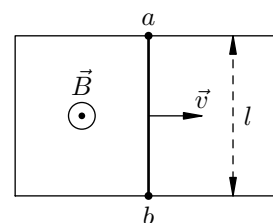
## Эффект Холла

Если проводник находится в магнитном поле, то упорядоченное движение свободных зарядов проводника приводит к появлению поперечной разности потенциалов (*эффект Холла*). Упорядоченное движение зарядов — это либо ток в проводнике, либо перемещение самого проводника в магнитном поле.

**Задача 1.** Металлический стержень длиной  $l$ , расположенный в горизонтальной плоскости, движется равномерно и поступательно в вертикальном однородном магнитном поле  $B$ . Скорость  $v$  стержня горизонтальна и направлена перпендикулярно стержню. Объясните, почему внутри стержня при этом появляется электрическое поле, и найдите разность потенциалов между концами стержня.

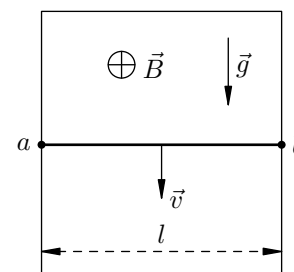
$$U = Blv$$

**Задача 2.** Прямоугольная проволочная рамка со стороной  $l$  находится в магнитном поле с индукцией  $B$ , перпендикулярной плоскости рамки. По рамке параллельно одной из её сторон без нарушения контакта скользит с постоянной скоростью  $v$  перемычка  $ab$  (см. рисунок), сопротивление которой равно  $R$ . Определите силу тока через перемычку. Сопротивлением остальной части рамки пренебречь.



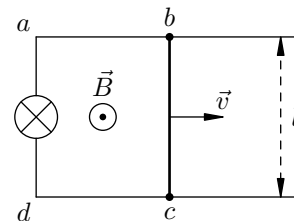
$$I = \frac{Blv}{R}$$

**Задача 3.** В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 10^{-2}$  Тл расположены вертикально на расстоянии  $l = 50$  см два металлических прута, замкнутых наверху (см. рисунок). Плоскость, в которой расположены прутья, перпендикулярна направлению индукции магнитного поля. По прутьям без трения и без нарушения контакта скользит вниз с постоянной скоростью  $v = 1$  м/с перемычка  $ab$  массой  $m = 1$  г. Определите сопротивление  $R$  перемычки. Сопротивлением остальной части системы пренебречь.



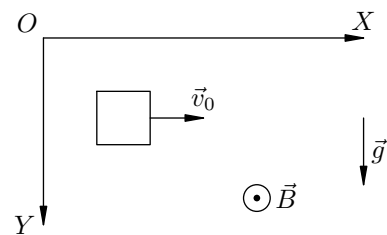
$$R = \frac{m}{2Blv} = 2,5 \text{ Ом}$$

**Задача 4.** Плоскость прямоугольной проволочной рамки  $abcd$  перпендикулярна однородному магнитному полю с индукцией  $B = 10^{-3}$  Тл (см. рисунок). Сторона рамки  $bc$  длиной  $l = 1$  см может скользить без нарушения контакта с постоянной скоростью  $v = 10$  см/с по сторонам  $ab$  и  $dc$ . Между точками  $a$  и  $d$  включена лампочка сопротивлением  $R = 5$  Ом. Какую силу необходимо приложить к стороне  $bc$  для осуществления такого движения? Сопротивлением остальной части рамки пренебречь.



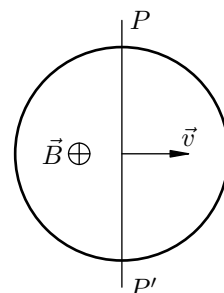
$$F = \frac{R}{2Blv} = 0,1 \text{ Н}$$

ЗАДАЧА 5. Проволочной квадратной рамке массой  $m$  со стороной  $a$ , расположенной в вертикальной плоскости  $OXY$ , сообщают в горизонтальном направлении (вдоль оси  $X$ ) начальную скорость  $v_0$  (см. рисунок). Рамка движется в гравитационном поле, всё время находясь в магнитном поле, перпендикулярном плоскости рамки. Индукция магнитного поля зависит только от координаты  $y$  по закону  $B = B_0 + ky$ , где  $k$  — заданная константа. Найдите установившуюся скорость рамки. Сопротивление рамки равно  $R$ , ускорение свободного падения  $g$ .



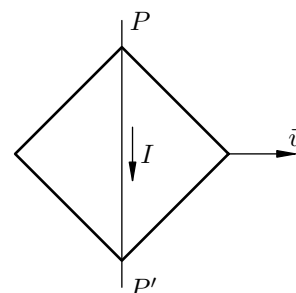
$$\frac{1}{c} \left( \frac{v^2 z y}{y^2 b u} \right) + \frac{0}{c} a \Lambda = a$$

ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 1992) Неподвижное проволочное кольцо расположено в однородном магнитном поле, линии индукции  $\vec{B}$  которого перпендикулярны плоскости кольца (см. рисунок). По кольцу скользит со скоростью  $\vec{v}$  (без нарушения электрического контакта) проволочная перемычка  $PP'$  ( $\vec{v} \perp PP'$ ). Определить направление и силу индукционного тока в кольце и в перемычке в тот момент, когда перемычка пересекает центр кольца, как это изображено на рисунке. Кольцо и перемычка выполнены из одного куска проволоки с удельным электрическим сопротивлением  $\rho$  и площадью поперечного сечения  $S$ .



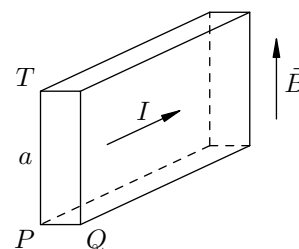
$$\text{хдэвд, } \frac{d(x+y)}{S B a^2} = \mu I; \text{иния: } \frac{d(x+y)}{2 a B S} = \mu I$$

ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 1992) Неподвижная проволочная перемычка  $PP'$  расположена в однородном магнитном поле, линии индукции которого перпендикулярны плоскости рисунка. По перемычке скользит в плоскости рисунка проволочная квадратная рамка со скоростью  $\vec{v}$  ( $\vec{v} \perp PP'$ ) без нарушения электрического контакта. В тот момент, когда центр рамки пересекает перемычку, по ней течёт ток силой  $I$ . Определить направление и величину индукции магнитного поля. Рамка и перемычка выполнены из одного куска проволоки с удельным электрическим сопротивлением  $\rho$  и площадью поперечного сечения  $S$ .



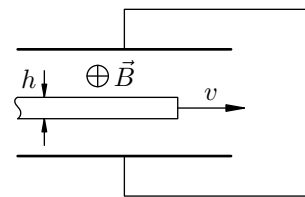
$$B = \frac{I \rho (1 + \sqrt{2})}{\sqrt{2} a S}, \text{ от нас}$$

ЗАДАЧА 8. Металлическую полоску, по которой течёт ток  $I$ , помещают в однородное магнитное поле с индукцией  $B$  (см. рисунок). Объясните, почему внутри полоски при этом возникает поперечное электрическое поле (параллельное прямой  $PQ$ ), и найдите разность потенциалов между точками  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $PT = a$  и концентрация свободных электронов равна  $n$ .



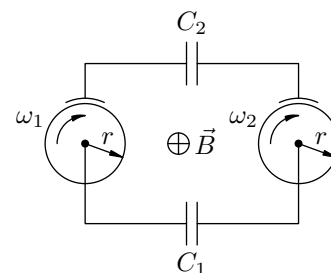
$$\frac{a n e}{I B} = \Omega$$

Задача 9. (МФТИ, 1996) Между закороченными пластинами плоского конденсатора с площадью пластин  $S$  и расстоянием  $d$  между ними движется параллельно пластинам с постоянной скоростью  $v$  проводящая лента толщиной  $h$  (см. рисунок). Ширина ленты больше размеров конденсатора. Конденсатор находится в магнитном поле с индукцией  $B$ , направленной вдоль пластин и перпендикулярно скорости ленты. Найди наведённый заряд на пластинах конденсатора.



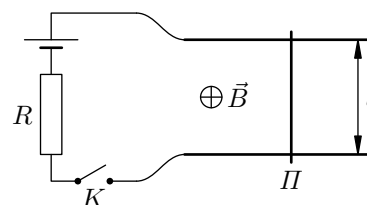
$$\frac{q-p}{4\pi^2 S v_0^2} = b$$

Задача 10. (МФТИ, 1996) Два одинаковых проводящих диска радиусами  $r$  вращаются с угловыми скоростями  $\omega_1$  и  $\omega_2$  ( $\omega_1 > \omega_2$ ) в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , перпендикулярной их плоскостям (см. рисунок). Центры дисков с помощью проводников присоединены к конденсатору ёмкостью  $C_1$ , а ободы — через скользящие контакты к конденсатору ёмкостью  $C_2$ . Найти напряжения, которые установятся на конденсаторах.



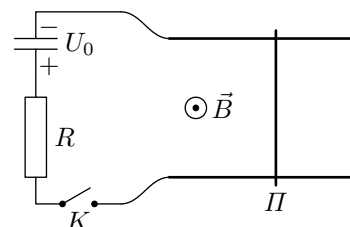
$$U_1 = \frac{B r^2 (\omega_1 + \omega_2) C_1}{C_1 + C_2}; U_2 = \frac{B r^2 (\omega_1 - \omega_2) C_2}{C_1 + C_2}$$

Задача 11. (МФТИ, 1997) На двух длинных гладких параллельных и горизонтально расположенных проводящих штангах лежит проводящая перемычка массой  $M$ . Расстояние между штангами равно  $l$ . Через резистор сопротивлением  $R$  и разомкнутый ключ  $K$  к штангам подключена батарея с некоторой постоянной ЭДС (см. рисунок). Штанги расположены в области однородного магнитного поля с вертикально направленной индукцией  $B$ . Пренебрегая внутренним сопротивлением батареи, сопротивлением штанг и перемычки, определить ускорение перемычки сразу после замыкания ключа, если известно, что после замыкания ключа максимальная установившаяся скорость, которую приобретает перемычка, равна  $v_0$ .



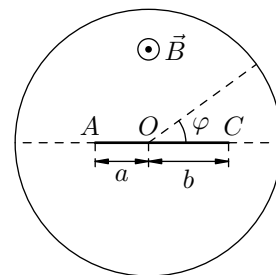
$$\frac{M}{B^2 l^2 v_0} = v$$

Задача 12. (МФТИ, 1997) На двух длинных гладких параллельных и горизонтально расположенных проводящих штангах лежит проводящая перемычка  $\Pi$  массой  $M$  (см. рисунок). Через резистор сопротивлением  $R$  и разомкнутый ключ  $K$  к штангам подключён конденсатор ёмкостью  $C$ , заряженный до напряжения  $U_0$ . Штанги расположены в области однородного магнитного поля с вертикально направленным вектором индукции. Пренебрегая сопротивлением штанг и перемычки, определить ускорение перемычки сразу после замыкания ключа, если при замкнутом ключе и принудительном перемещении перемычки вдоль штанг с постоянной скоростью  $v_0$  на конденсаторе устанавливается разность потенциалов, равная  $U_1$ .



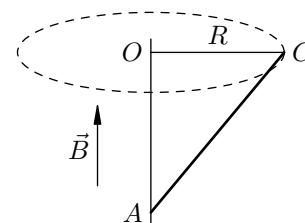
$$\frac{0.2 M U_1}{U_0 R} = v$$

Задача 13. (МФТИ, 2002) На горизонтальном непроводящем диске по его диаметру укреплен тонкий проводящий стержень  $AC$ . Диск находится в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 10^{-2}$  Тл, перпендикулярной плоскости диска (см. рисунок), и совершает крутильные колебания относительно вертикальной оси, проходящей через точку  $O$ :  $\varphi = \varphi_0 \cos \omega t$ , где  $t$  — время. Длина стержня  $L = a + b$ , где  $a = 0,5$  м, а  $b = 1$  м. Определить максимальную разность потенциалов между концами стержня  $A$  и  $C$ , если  $\varphi_0 = 0,6$  рад, а  $\omega = 0,2$  рад/с.



$$U^{\max} = \frac{1}{2} B \omega \varphi_0 (b^2 - a^2) = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ В}$$

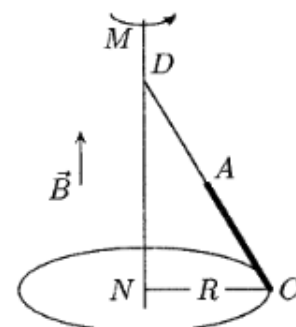
Задача 14. (МФТИ, 2002) Металлический стержень  $AC$  одним концом (точка  $A$ ) шарнирно закреплён на вертикальном диэлектрическом стержне  $AO$ . Другой конец (точка  $C$ ) связан с вертикальным стержнем с помощью нерастяжимой непроводящей горизонтальной нити  $OC$  длиной  $R = 1$  м (см. рисунок). Стержень  $AC$  вращается вокруг стержня  $AO$  в однородном магнитном поле, индукция которого вертикальна и равна  $B = 10^{-2}$  Тл. Угловая скорость вращения стержня  $AC$  равна  $\omega = 60$  рад/с. Определить разность потенциалов между точками  $A$  и  $C$ .



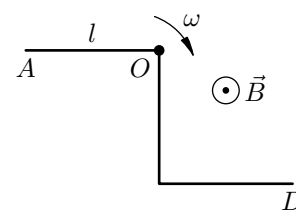
$$U = \frac{1}{2} B \omega R^2 = 0,3 \text{ В}$$

Задача 15. (МФТИ, 2002) Составной стержень, состоящий из проводящего стержня  $AC$  и непроводящего стержня  $AD$  (см. рисунок), вращается с угловой скоростью  $\omega = 100$  рад/с вокруг вертикальной оси  $MN$  в вертикально направленном однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,01$  Тл. Длины стержней одинаковы. Определить разность потенциалов между точками  $A$  и  $C$ , если точка  $C$  описывает в горизонтальной плоскости окружность радиуса  $R = 0,4$  м.

$$U = \frac{8}{3} B \omega R^2 = 0,06 \text{ В}$$

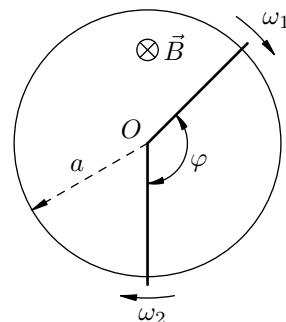


Задача 16. («Физтех», 2014, 11) В однородном магнитном поле в плоскости, перпендикулярной вектору магнитной индукции  $B = 200$  мТл, вращается с угловой скоростью  $\omega = 1$  рад/с относительно оси, проходящей через точку  $O$ , изогнутый проводящий стержень, состоящий из трёх одинаковых звеньев, соединённых под прямым углом. Длина каждого звена  $l = 60$  см. Определите разность потенциалов  $\varphi_A - \varphi_D$ , возникающую между точками  $A$  и  $D$ .



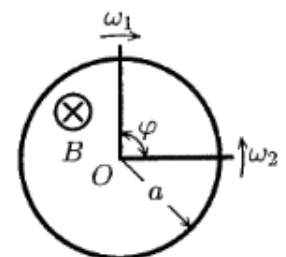
$$\varphi_A - \varphi_D = \frac{1}{2} B \omega l^2 = 36 \text{ мВ}$$

Задача 17. (МФТИ, 2003) Тонкое проволочное кольцо радиусом  $a$  расположено в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , перпендикулярной плоскости кольца. По кольцу скользят в одном направлении две перемычки с угловыми скоростями  $\omega_1$  и  $\omega_2$  ( $\omega_1 > \omega_2$ , см. рисунок). Перемычки и кольцо сделаны из одного куска провода, сопротивление единицы длины которого равно  $\rho$ . Определить величину и направление тока через перемычки, когда угол  $\varphi = 3\pi/4$ . Между перемычками в точке  $O$  и между кольцом и перемычками хороший электрический контакт.



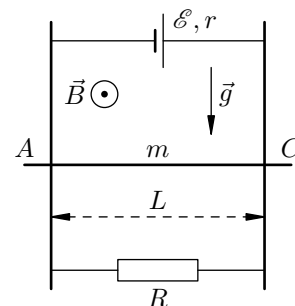
$$I = \frac{d(\omega_1 + \omega_2)}{2a\rho(B\omega_1 - \omega_2)} = I$$

Задача 18. (МФТИ, 2003) Тонкое проволочное кольцо радиусом  $a$  расположено в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , перпендикулярной плоскости кольца. По кольцу скользят в противоположных направлениях две перемычки с угловыми скоростями  $\omega_1$  и  $\omega_2$  (см. рисунок). Перемычки и кольцо сделаны из одного куска провода, сопротивление единицы длины которого равно  $\rho$ . Определить величину и направление тока через перемычки, когда угол  $\varphi = \pi/2$ . Между перемычками в точке  $O$  и между кольцом и перемычками хороший электрический контакт.



$$I = \frac{d(\omega_1 + \omega_2)}{4a\rho(B\omega_1 + \omega_2)} = I$$

Задача 19. (МФТИ, 2006) Две вертикальные проводящие рейки (см. рисунок), расстояние между которыми  $L = 25$  см, находятся в однородном магнитном поле, индукция которого  $B = 1$  Тл направлена перпендикулярно плоскости рисунка. Сверху рейки соединены через батарею с ЭДС  $\mathcal{E} = 6$  В и внутренним сопротивлением  $r = 2$  Ом, а снизу — через резистор с сопротивлением  $R = 6$  Ом. В начальный момент проводящую перемычку  $AC$  массой  $m = 100$  г удерживают неподвижной, а затем отпускают. Через некоторое время перемычка движется вниз с установившейся скоростью.

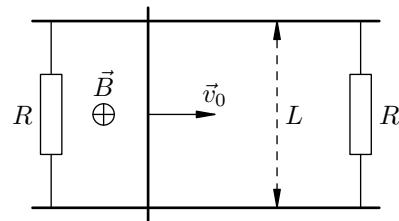


- 1) Найдите ток через перемычку при этой скорости.
- 2) Найдите установившуюся скорость перемычки.

Сопротивлением реек и перемычки пренебречь. При расчёте принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

$$I = \frac{(\mathcal{E} - \frac{mg}{B})}{R} = a(2\sqrt{\frac{mg}{B}}) = I$$

Задача 20. (МФТИ, 2006) По двум горизонтальным проводящим рейкам (см. рисунок), расстояние между которыми  $L = 1$  м, может скользить без трения перемычка, масса которой  $m = 50$  г, а омическое сопротивление  $r = 0,5$  Ом. Слева и справа концы реек соединены через резисторы с сопротивлением  $R = 1$  Ом. Система находится в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1$  Тл. Неподвижной перемычке сообщают начальную скорость  $v_0 = 50$  см/с вдоль реек.



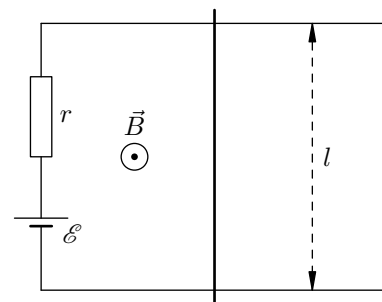
Вид сверху

- 1) Найдите зависимость тока через перемычку от её скорости.
- 2) На какое расстояние сместится перемычка?

Сопротивлением реек пренебречь. Перемычка расположена перпендикулярно рейкам.

$$\frac{2rR\mathcal{E}}{(2r+R)^2} = s \quad (2) \quad \left( \frac{2r+R}{2R} = I \right)$$

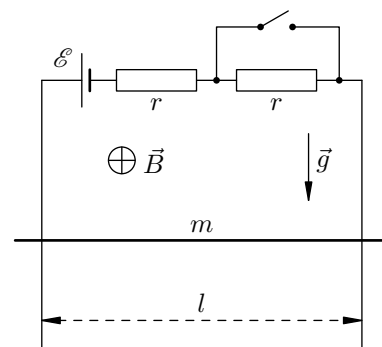
Задача 21. (МФТИ, 2007) По длинным параллельным проводящим горизонтальным рельсам, находящимся на расстоянии  $l$  друг от друга, может без трения скользить, не теряя электрического контакта и оставаясь перпендикулярной рельсам, проводящая перемычка (на рисунке изображён вид сверху). Рельсы соединены через резистор с сопротивлением  $r$  и идеальную батарею с ЭДС  $\mathcal{E}$ . Сопротивлением остальных участков цепи можно пренебречь. Система находится в вертикальном постоянном однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , перпендикулярном плоскости рисунка. Если к перемычке приложить параллельно рельсам силу  $F$ , то перемычка будет оставаться неподвижной, а при вдвое большей силе (в том же направлении) через некоторое время устанавливается равномерное движение перемычки со скоростью  $v$ .



- 1) Найдите величину силы  $F$ .
  - 2) Найдите величину и направление скорости  $v$ .
- Считайте заданными  $\mathcal{E}$ ,  $r$ ,  $B$ ,  $l$ .

$$F = \frac{Bl\mathcal{E}}{r} = a \quad (2) \quad \left( \frac{Bl\mathcal{E}}{r} = I \right) \text{ (вправо)}$$

Задача 22. (МФТИ, 2007) По длинным вертикальным проводящим штангам, находящимся на расстоянии  $l$  друг от друга, может без трения скользить, не теряя электрического контакта и оставаясь перпендикулярной рельсам, проводящая перемычка массой  $m$ . Штанги соединены через два резистора с сопротивлением  $r$  и идеальную батарею с ЭДС  $\mathcal{E}$  (см. рисунок). Сопротивлением остальных участков цепи можно пренебречь. Система находится в горизонтальном постоянном однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , перпендикулярном плоскости рисунка.



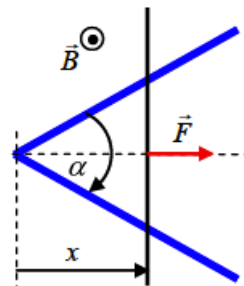
- 1) Найдите массу перемычки  $m$ , если при разомкнутом ключе она оказывается неподвижной.

2) После замыкания ключа через некоторое время устанавливается равномерное движение перемычки. Найдите величину и направление скорости  $v$  этого движения.

Считайте заданными  $\mathcal{E}$ ,  $r$ ,  $B$ ,  $l$ ,  $g$ .

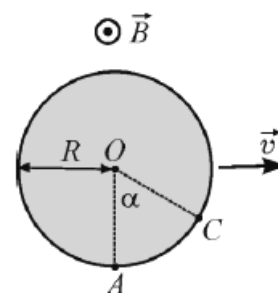
$$m = \frac{2gr}{\mathcal{E}} = a \quad (2) \quad \left( \frac{2gr}{\mathcal{E}} = I \right) \text{ (влево)}$$

Задача 23. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) Проводник, согнутый под углом  $\alpha$ , расположен в горизонтальной плоскости. Металлический стержень может без трения скользить перпендикулярно биссектрисе угла. Индукция однородного вертикального магнитного поля равна  $B$ . К стержню приложена горизонтальная сила  $F = kx$ , где расстояние  $x$  отсчитывается от вершины угла. Определить максимальную скорость стержня. В процессе движения стержень не теряет контакта с обеими сторонами угла. Сопротивление единицы длины стержня равно  $\rho$ , сопротивление проводника пренебрежимо мало.



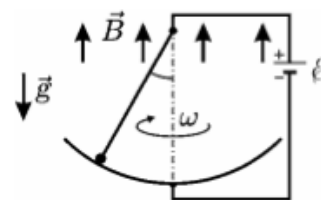
$$\frac{2}{5} \frac{u_{\text{max}}}{\rho} = \frac{k}{\rho} \frac{B^2}{2g}$$

Задача 24. (МОШ, 2016, 11) Незаряженный металлический шарик радиусом  $R = 10$  см движется в однородном магнитном поле перпендикулярно вектору магнитной индукции  $\vec{B}$  с постоянной скоростью  $v = 1$  м/с. Поверхностная плотность зарядов на «полюсе» шара в точке  $A$  оказалась равной  $\sigma_0$ . Определите поверхностную плотность зарядов в точке  $C$ , направление на которую из центра шара составляет угол  $\alpha = 60^\circ$  с направлением  $OA$  (см. рисунок). Чему равна разность потенциалов точек  $A$  и  $C$ ? Модуль вектора индукции магнитного поля  $B = 2$  Тл.



$$\sigma_C = \sigma_0 \cos \alpha = \sigma_0 \cos 60^\circ = 0,1 \sigma_0$$

Задача 25. (МОШ, 2007, 11) На конце невесомого проводящего стержня закреплён маленький металлический шарик, касающийся гладкой проводящей сферической поверхности радиусом  $R = 0,8$  м. Второй конец стержня закреплён в центре сферы при помощи проводящего шарнира так, что стержень может вращаться без трения вокруг него, сохраняя электрический контакт со сферой. Эта система помещена в однородное вертикальное магнитное поле с индукцией  $B = 0,5$  Тл и подключена к батарее так, как показано на рисунке. Если стержень закрутить вокруг вертикальной оси в определённом направлении с частотой  $\omega = 5$  рад/с и под определённым углом к вертикали, то этот угол и частота вращения в дальнейшем не будут меняться. Определите этот угол и ЭДС батареи. Ускорение свободного падения принять равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



$$\epsilon = \left( \frac{B^2 R^2}{2g} \right) \omega^2 \sin^2 \alpha = 0,09 = \left( \frac{B^2 R^2}{2g} \right) \cos^2 \alpha$$