

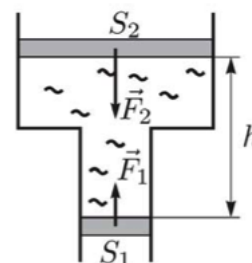
# Гидростатика

## Содержание

1	Всероссийская олимпиада школьников по физике . . . . .	1
2	Московская олимпиада школьников по физике . . . . .	12
3	«Физтех» и МФТИ . . . . .	19
4	«Покори Воробьёвы горы!» . . . . .	24
5	«Росатом» . . . . .	24
6	«Курчатов» . . . . .	27

## 1 Всероссийская олимпиада школьников по физике

ЗАДАЧА 1. (Всеросс., 2014, ШЭ, 9) В сосуде, закреплённом в штативе, между двумя невесомыми поршнями находится вода ( $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ ). На поршень 1 площадью  $S_1 = 110 \text{ см}^2$  действует сила  $F_1 = 1,76 \text{ кН}$ , на поршень 2 площадью  $S_2 = 2200 \text{ см}^2$  действует сила  $F_2 = 3,3 \text{ кН}$ . Поршни неподвижны, жидкость несжимаема, ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Определите расстояние  $h$  между поршнями.



$$h = \left( \frac{F_2}{S_2} - \frac{F_1}{S_1} \right) \frac{1}{\rho g} = 4$$

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2015, ШЭ, 9–11) Ледяной кубик с длиной ребра 10 см плавает в цилиндрическом аквариуме с водой так, что верхняя грань кубика горизонтальна.

- 1) Найдите высоту верхней грани кубика над уровнем воды.
- 2) Поверх воды доливают слой керосина так, что поверхность керосина оказывается на одном уровне с верхней гранью кубика. Какова высота слоя керосина?

Плотности воды, льда и керосина равны соответственно  $1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $900 \text{ кг/м}^3$  и  $800 \text{ кг/м}^3$ .

$$h_1 = 1 \text{ см}; h_2 = 2 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 3. (Всеросс., 2017, ШЭ, 9) Найдите глубину  $h$  погружения в воду плавающего в озере пустого внутри понтона (герметично закрытого ящика), ширина, длина и высота которого равны 4 м, 10 м и 2 м соответственно. Понтон сделан из стального листа, имеющего толщину 5 мм. Плотность стали  $\rho_c = 7800 \text{ кг/м}^3$ , плотность воды  $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

$$h \approx 13,3 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 2014, ШЭ, 11) Тело с герметичной полостью изготовлено из стеклопластика ( $\rho = 2,0 \text{ г/см}^3$ ). Если это тело подвесить на нити в воздухе, сила натяжения нити равна  $T_0 = 3,5 \text{ Н}$ . Для удержания этого тела в воде (тело полностью погружено в воду и не касается дна сосуда) к нити прикладывают силу  $T_1 = 1,5 \text{ Н}$ . Определите возможные значения отношения  $\alpha$  объёма полости к полному объёму тела.

$$\alpha = \frac{T_0 - \rho V g}{\rho V g} = 0,125 \text{ или } \alpha = \frac{T_1 - \rho V g}{\rho V g} = 0,65$$

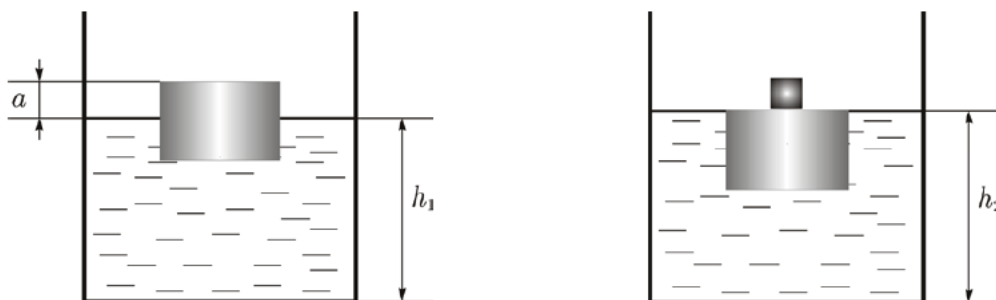
ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2017, ШЭ, 11) В вертикальном цилиндрическом сосуде, частично заполненном тетрахлорметаном, имеющим плотность  $1600 \text{ кг/м}^3$  и не смешивающимся с водой, плавает кусок льда массой  $1 \text{ кг}$ . Как и на сколько изменится высота уровня тетрахлорметана после того, как весь лёд растает? Площадь дна сосуда  $200 \text{ см}^2$ .

Понизится на  $3,125 \text{ см}$

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2015, МЭ, 8–10) В воде плавает пустая плоская прямоугольная коробка (без крышки) с площадью поперечного сечения  $100 \text{ см}^2$ . После того как в середину коробки положили брусок объёмом  $75 \text{ см}^3$ , она погрузилась ещё на  $3 \text{ см}$ . Определите плотность бруска. Какую плотность должен иметь брусок объёмом  $150 \text{ см}^3$ , чтобы коробка с одним таким бруском утонула? Масса коробки  $100 \text{ г}$ , а её высота  $13 \text{ см}$ . Плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ .

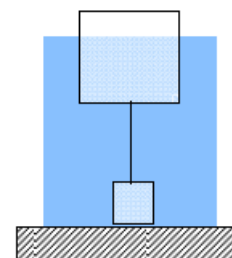
$4 \text{ г/см}^3$ ; не менее  $8 \text{ г/см}^3$

ЗАДАЧА 7. (Всеросс., 2016, МЭ, 8–9) Деревянный цилиндр плавает в цилиндрическом сосуде с водой, как показано на рисунке слева, выступая на  $a = 60 \text{ мм}$  над уровнем жидкости, который равен  $h_1 = 300 \text{ мм}$ . На верхнюю поверхность цилиндра ставят алюминиевый кубик так, что цилиндр полностью погружается в воду (верхняя поверхность цилиндра совпадает с уровнем воды, рисунок справа). При этом уровень воды в сосуде становится равным  $h_2 = 312 \text{ мм}$ . Затем сосуд слегка толкнули, кубик съехал с поверхности цилиндра и утонул. Найдите уровень воды  $h_3$ , который установился после этого в сосуде. Плотность воды  $\rho_0 = 1,0 \text{ г/см}^3$ , плотность алюминия  $\rho_1 = 2,7 \text{ г/см}^3$ .



$h_3 \approx 304,4 \text{ мм}$

ЗАДАЧА 8. (Всеросс., 2017, МЭ, 9) Два кубика, связанные **натянутой** нитью, находятся в воде (см. рисунок). Верхний кубик со стороной  $a = 10 \text{ см}$  плавает, погрузившись в воду на три четверти своего объёма. Нижний кубик касается дна (вода под него подтекает). Сторона нижнего кубика равна  $a/2$ , а его плотность в 2 раза больше, чем у верхнего. Определите, при каких значениях плотности материала верхнего кубика возможно такое состояние системы. Плотность воды  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ , ускорение свободного падения можно принять равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

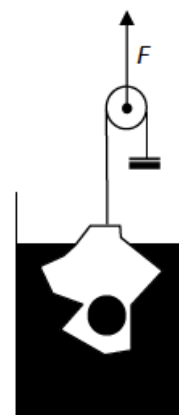


$700 \text{ кг/м}^3 < \rho < 750 \text{ кг/м}^3$

ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 2017, МЭ, 10) Льдинка с замороженной в неё пулей висит на нити и частично погружена в воду, находящуюся в тонкостенном цилиндрическом стакане, стоящем на столе. Лёд не касается стенок и дна стакана. Площадь дна стакана  $S = 100 \text{ см}^2$ . Сила натяжения нити равна  $F = 1 \text{ Н}$ . На сколько изменится уровень воды в стакане после того как льдинка растает? Повысится он или понизится? Пуля имеет массу  $m = 10 \text{ г}$  и плотность  $\rho = 10000 \text{ кг/м}^3$ . Плотность воды  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

$$\Delta h = \frac{S \rho_0 d}{(\rho - \rho_0) g} = \frac{100 \cdot 1000 \cdot 0.01}{(10000 - 1000) \cdot 10} = 0.01 \text{ м}$$

ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 2017, МЭ, 11) Льдинка с замороженным в неё металлическим слитком подвешена на лёгкой нити и частично погружена в цилиндрический стакан с водой так, что лёд не касается стенок стакана. Площадь дна стакана  $S = 100 \text{ см}^2$ . Для того чтобы удержать льдинку в таком положении, нить перекидывают через идеальный блок, к оси которого прикладывают вертикально направленную силу  $F = 10 \text{ Н}$ . На другой конец нити вешают подходящий противовес. На сколько изменится уровень воды в стакане после того, как льдинка растает? Повысится он или понизится? Масса слитка  $m = 100 \text{ г}$ , плотность металла  $\rho = 10000 \text{ кг/м}^3$ , плотность воды  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Ускорение свободного падения можно считать равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Противовес после таяния льда не падает в стакан.



$$\Delta h = \frac{S \rho_0 d}{(\rho - \rho_0) g} = \frac{100 \cdot 1000 \cdot 0.01}{(10000 - 1000) \cdot 10} = 0.01 \text{ м}$$

ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 1992, ОЭ, 9) «Вечерело. Уставший за нелёгкий день бедный рыбак Абдулла присел на берегу реки отдохнуть. Вдруг видит — плывёт по волнам какой-то предмет, почти полностью погружённый в воду, только самый краешек виден на поверхности воды. Абдулла бросился в реку и вытащил его. Смотрит, а это старинный глиняный кувшин, с горлышком, плотно закрытым пробкой и залитым сургучной печатью. Распечатал Абдулла кувшин и обомлел: из кувшина высыпалось 147 одинаковых золотых монет. Монеты Абдулла спрятал, а кувшин закрыл, залил горлышко сургучом и бросил кувшин обратно в реку. И поплыл кувшин дальше, примерно на треть выступая над водой» — так говорится в одной из восточных сказок.

Полагая, что кувшин был двухлитровым, оцените массу одной золотой монеты.

$$m = \frac{2 \text{ л} \cdot \rho_{\text{зол}}}{147} \approx 0.1 \text{ г}$$

ЗАДАЧА 12. (Всеросс., 1993, ОЭ, 9) Для участия в Технической Олимпиаде по подводному плаванию в Баренцевом море Чебурашка изготовил модель крокодила Гены. Однако модель оказалась слишком тяжёлой и тонула в воде. Чебурашка прикрепил к ней несколько герметичных полиэтиленовых пакетов с воздухом. Оказалось, что в Баренцевом море, где плотность воды  $\rho_c = 1050 \text{ кг/м}^3$ , при погружении на глубину, не превышающую критической величины  $h_c = 7 \text{ м}$ , модель всплывает, а при погружении на большую глубину тонет. В устье реки Печоры, где плотность воды равна  $\rho_{\text{п}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ , критическая глубина погружения модели крокодила составила всего  $h_{\text{п}} = 1 \text{ м}$ . Найдите плотность модели крокодила Гены.

*Примечание.* Для воздуха применим закон Бойля — Мариотта: для постоянного количества газа при неизменной температуре произведение давления  $p$  газа на занимаемый им объём  $V$  постоянно:  $pV = \text{const}$ .

$$\rho = \frac{\rho_c h_c}{h_{\text{п}}} = \frac{1050 \cdot 7}{1} = 7350 \text{ кг/м}^3$$

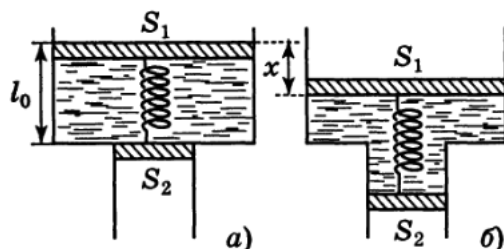
ЗАДАЧА 13. (Всеросс., 1994, ОЭ, 9) При плавании порожней рыболовной шхуны в одном из морей ватерлиния (уровень максимального погружения шхуны) находится на высоте  $h_{\text{п}} = 0,5$  м от поверхности воды, а в другом (более солёном) — на высоте  $h_{\text{с}} = 0,6$  м. При этом максимальная загрузка рыбой в первом море составляет  $m_{\text{п}} = 50$  т, а во втором —  $m_{\text{с}} = 63$  т. Найдите массу  $m_0$  корабля без груза. Борта шхуны в рассматриваемом диапазоне погружений можно считать вертикальными.

$$\frac{\rho_{\text{с}} h_{\text{с}} - \rho_{\text{п}} h_{\text{п}}}{\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{п}}} = m_0$$

ЗАДАЧА 14. (Всеросс., 1996, ОЭ, 9) В кастрюле плавает пористый кусок льда. Ровно половина по объёму этого «айсберга» находится над водой. Лёд вынули из воды, при этом её уровень понизился на  $\Delta h = 6$  см. Найдите суммарный объём воздушных полостей в куске льда, если поперечное сечение кастрюли  $S = 200$  см<sup>2</sup>, а плотность льда  $\rho_{\text{л}} = 917$  кг/м<sup>3</sup>.

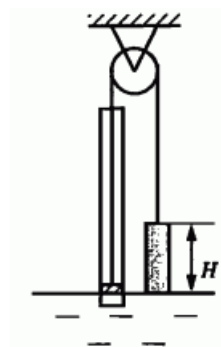
$$\Delta h \approx \left( \frac{V_{\text{д}}}{S} - \tau \right) \rho_{\text{л}} S = x \Delta$$

ЗАДАЧА 15. (Всеросс., 1999, ОЭ, 9) В вертикально расположенных цилиндрах, площади сечений которых  $S_1$  и  $S_2$ , находятся два невесомых поршня, соединённых невесомой пружиной жёсткостью  $k$ . Пространство между поршнями заполнено водой. Нижний поршень (площадью  $S_2$ ) в начальном состоянии поддерживаетя так, что пружина не напряжена, её длина при этом равна  $l_0$  (рис. а). Затем поршень площадью  $S_2$  отпускают, и оба поршня опускаются (рис. б). На какое расстояние  $x$  сместится поршень площадью  $S_1$ ? Изобразите графически зависимость  $x$  от жёсткости  $k$  пружины. Оба цилиндра сообщаются с атмосферой.



$$\left. \begin{aligned} \frac{\rho_1 (S_2 - S_1)}{\rho_1 S_2 S_1} > k \text{ и т.д.} \\ \frac{\rho_1 (S_2 - S_1)}{\rho_1 S_2 S_1} \leq k \text{ и т.д.} \end{aligned} \right\} = x$$

ЗАДАЧА 16. (Всеросс., 2002, ОЭ, 9) Система состоит из лёгкого неподвижного блока, длинной нерастяжимой нити, груза цилиндрической формы и длинной трубы с поршнем, опущенной в глубокий водоём. Плотность воды  $\rho_0$ , плотность материала груза  $\rho_1$ , высота цилиндра  $H$ , площади основания цилиндра и внутреннего сечения трубы одинаковы. Вначале нить удерживают так, что поршень и груз касаются воды, при этом нить натянута (рис.). В некоторый момент времени нить отпускают. Определите расстояние  $h$ , на которое груз опустится в воду после установления равновесия, в следующих случаях:

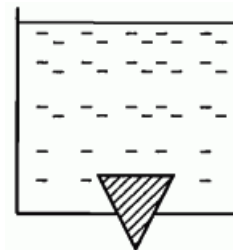


- 1)  $\rho_1 = \rho_0, H = 1$  м;
- 2)  $\rho_1 = 3\rho_0, H = 4$  м;
- 3)  $\rho_1 = 1,5\rho_0, H = 16$  м.

Трением в системе пренебречь, нить и поршень считать лёгкими.

$$h = \frac{H}{2} \left( \frac{\rho_1}{\rho_0} - 1 \right)$$

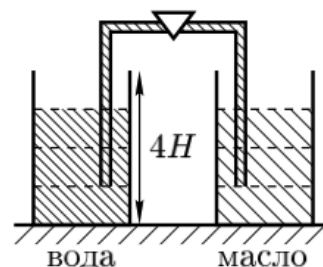
ЗАДАЧА 17. (Всеросс., 2004, ОЭ, 9) В дне сосуда имеется сужающееся отверстие, плотно закрытое конической пробкой (рис.). Площадь основания пробки  $S$ , высота —  $L$ . Уровень дна сосуда пересекает конус на половине его высоты. Плотности пробки и жидкости составляют  $\rho_0$  и  $\rho$  соответственно. Какой должна быть высота уровня жидкости  $H > 0$  над основанием конуса, чтобы пробка не всплывала? Какую минимальную внешнюю силу  $F$ , направленную вверх, нужно в этом случае приложить к пробке, чтобы её вытащить?



Примечание. Объём конуса  $V = \frac{LS}{3}$ .

$$\left( \frac{V}{H} - \frac{q}{T} \right) S b d - \frac{g}{T} S b^0 d = \mathcal{L} \left\{ \begin{array}{l} z/d \leq 0d \text{ илгэ} \\ z/d > 0d \text{ илгэ} \end{array} \right. \left( \frac{d}{0d z} - 1 \right) T \frac{g}{z} \right\} = H$$

ЗАДАЧА 18. (Всеросс., 2009, РЭ, 9) Два одинаковых стакана высотой  $4H$  заполнены до уровня  $3H$  водой и маслом соответственно (рис.). Плотность воды  $\rho_0 = 10^3 \text{ кг/м}^3$ , а плотность масла  $\rho_m = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Сверху стаканы соединены заполненной водой тонкой трубкой с краном. Открытые концы трубки погружены на  $2H$  в каждую из жидкостей. Какие уровни установятся в стаканах, если кран открыть?



$$H \frac{6}{g z} = \tau \eta \left( H \frac{6}{g z} - \tau \eta \right)$$

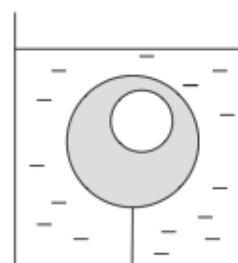
ЗАДАЧА 19. (Всеросс., 2011, РЭ, 9) Для стирки белья в квадратном душевом поддоне с размером стороны  $a = 80 \text{ см}$  и высотой бортика  $h = 20 \text{ см}$  хозяйка использует находящийся в поддоне частично заполненный водой и бельём квадратный тазик с размером стороны  $a/2$ , высотой бортика  $h$  и общей массой  $m = 2,4 \text{ кг}$ . Для полоскания белья хозяйка использует находящийся в том же поддоне круглый цилиндрический тазик, полностью заполненный водой. Радиус дна тазика  $R = a/4$  и высота его бортика  $h$  (см. рисунок). Каким будет уровень  $H$  воды в поддоне, если вылить в него всю воду из круглого тазика? После выливания воды круглый тазик убирают из поддона. Сливное отверстие поддона закрыто пробкой.



Примечание. Плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Площадь круга вычисляется по формуле  $S = \pi R^2$ , где  $\pi \approx 3,14$ .

$$\pi \rho \frac{V}{S} = \frac{z^{0d}}{u} + \frac{g \Gamma}{q x} = H$$

ЗАДАЧА 20. (Всеросс., 2012, РЭ, 9) В цилиндрическом сосуде с площадью дна  $S$  с помощью нити удерживают под водой кусок льда, внутри которого имеется воздушная полость (см. рисунок). Объём льда вместе с полостью равен  $V$ , плотность льда  $\rho_l$ . После того как лёд растаял, уровень воды в сосуде уменьшился на  $h$ . Найдите:



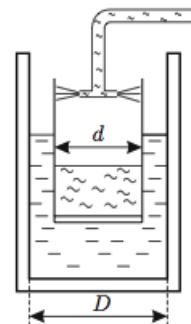
- 1) объём  $V_{\text{п}}$  воздушной полости;
- 2) силу  $T$  натяжения нити в начале опыта.

Примечание. Плотность воды  $\rho_v$  и ускорение свободного падения  $g$  считайте известными.

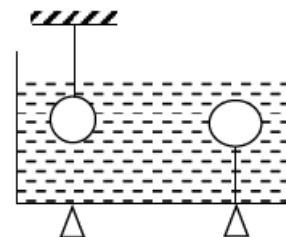
$$q S b^a d = \mathcal{L} \left( q S - \Lambda \right) \frac{v^d}{q d} - \Lambda = \mu \Lambda$$

ЗАДАЧА 21. (Всеросс., 2013, РЭ, 9) В цилиндрическом сосуде, внутренний диаметр которого  $D = 10$  см, плавает в вертикальном положении узкий длинный тонкостенный цилиндрический стакан диаметром  $d = 8$  см. В стакан через распылитель наливают воду (см. рисунок). Её массовый расход  $\mu = 14$  г/с. Какова скорость  $v$  стакана относительно дна цилиндра? Плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>.

$$\frac{d\mu}{dt} = \left( \frac{dQ}{dt} - \frac{dP}{dt} \right) \frac{dv}{v} = a$$



ЗАДАЧА 22. (Всеросс., 2017, РЭ, 9) Лёгкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погружённый в жидкость поплавок объёмом  $V = 10$  см<sup>3</sup> и плотностью  $\rho = 500$  кг/м<sup>3</sup>. Над другой опорой висит привязанный снаружи шарик такого же объёма  $V$  и плотностью  $3\rho$  (рис.). Плотность жидкости в сосуде равна  $\rho_0 = 1200$  кг/м<sup>3</sup>. Найдите модуль разности сил реакции опор. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



$$N_2 - N_1 = \Delta F = \rho_0 V g$$

ЗАДАЧА 23. (Всеросс., 1998, ОЭ, 10) В бесконечную однородную жидкую среду плотностью  $\rho_0$  поместили шарик массой  $m_1$  и плотностью  $\rho_1$ . Затем на расстоянии  $r \gg a$  ( $a$  — радиус шарика) поместили такой же по объёму шарик массой  $m_2$  и плотностью  $\rho_2$ . Найдите появившуюся в результате этого силу, действующую на шарик  $m_1$ . Рассмотрите случаи:

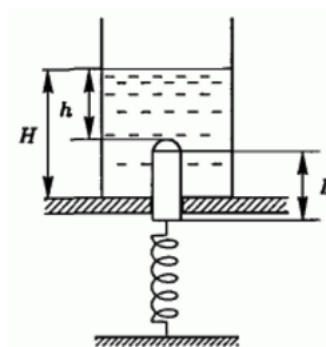
- 1)  $\rho_1 > \rho_0, \rho_2 > \rho_0$ ;
- 2)  $\rho_1 > \rho_0, \rho_2 < \rho_0$ ;
- 3)  $\rho_1 < \rho_0, \rho_2 < \rho_0$ .

$$F = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho_0 \left( \frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1} - \frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_2} \right) \frac{1}{r^2}$$

ЗАДАЧА 24. (Всеросс., 2004, ОЭ, 10) Отверстие в дне сосуда закрыто поршнем, состоящим из цилиндра длиной  $L$  и радиусом  $R$  и полусферы того же радиуса (рис.). Поршень может перемещаться вертикально без трения. Пружиной жёсткостью  $k$  поршень прикреплён к неподвижному основанию. В сосуд наливают жидкость плотностью  $\rho$ , после чего верхняя точка поршня оказывается на глубине  $h$  под поверхностью воды, а толщина слоя воды в сосуде равна  $H$ . На какое расстояние  $x$  переместится поршень по сравнению с его положением в пустом сосуде?

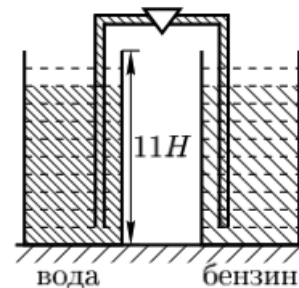
Примечание. Объём шара  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ .

$$\left( \frac{\rho}{\rho_0} + \eta \right) \frac{y}{2MR} = x$$



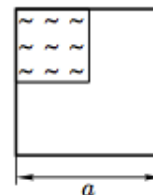


ЗАДАЧА 25. (Всеросс., 2009, РЭ, 10) Два стакана высотой  $11H$  заполнены до уровня  $9H$  водой и бензином соответственно (рис.). Плотность воды  $\rho_0 = 10 \text{ г/см}^3$ , а плотность бензина  $\rho_6 = 0,72 \text{ г/см}^3$ . Сверху стаканы соединены заполненной водой тонкой трубочкой с краном. Открытые концы трубки погружены на  $8H$  в каждую из жидкостей. Какие уровни установятся в стаканах, если кран открыть?



$$H_9H \text{ — на уровне } 7,74H; \text{ бензин — на уровне } 10,26H$$

ЗАДАЧА 26. (Всеросс., 2011, РЭ, 10) Для стирки белья в квадратном душевом поддоне с размером стороны  $a = 80 \text{ см}$  и высотой бортика  $h = 20 \text{ см}$  хозяйка использует находящийся в поддоне частично заполненный водой и бельём квадратный тазик с размером стороны  $a/2$ , высотой бортика  $h$  и общей массой  $m = 16 \text{ кг}$  (см. рисунок). Для полоскания белья хозяйка использует находящийся в том же поддоне круглый цилиндрический тазик с радиусом дна  $R$  и высотой бортика  $h$ . Чему равен максимально возможный радиус  $R_M$  круглого тазика, полностью заполненного водой, если при вылипании воды из него в поддон квадратный тазик не всплывёт?



После вылипания воды круглый тазик убирают из поддона. Сливное отверстие поддона закрыто пробкой. Плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Площадь круга вычисляется по формуле  $S = \pi R^2$ , где  $\pi \approx 3,14$ .

$$R_M \text{ м} = \left\{ \frac{3m}{2\rho h} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right\} \text{ м} = 23,4 \text{ см}$$

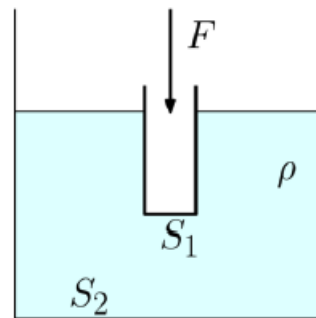
ЗАДАЧА 27. (Всеросс., 2012, РЭ, 10) В частично заполненный водой цилиндрический сосуд, площадь дна которого равна  $S$ , положили кусок льда с воздушной полостью, в которой находился алюминиевый шарик массой, равной массе льда. При этом уровень воды поднялся на  $h$ , а полностью погружённый в воду лёд плавает, не касаясь дна и стенок сосуда.

1. Найдите объём  $V_{\text{п}}$  воздушной полости.
2. Повысится или понизится уровень воды в сосуде после того, как весь лёд растает?
3. На сколько изменится уровень воды в сосуде после того, как лёд растает?

Плотность воды —  $\rho_{\text{в}}$ , плотность льда —  $\rho_{\text{л}}$ , плотность алюминия —  $\rho_{\text{ш}}$ , ускорение свободного падения —  $g$ .

$$\left( \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} - 1 \right) \frac{g}{\rho_{\text{л}}} = x \text{ м} \text{ — уровень понизится; } \left( \frac{\rho_{\text{ш}}}{\rho_{\text{в}}} - 1 \right) \rho_{\text{ш}} S = \Delta V_{\text{п}}$$

ЗАДАЧА 28. (Всеросс., 2017, РЭ, 10) В цилиндрическом сосуде, площадь дна которого  $S_2$ , плавает тонкостенный цилиндрический стакан с площадью дна  $S_1$  и высотой  $h = 24$  см. Стакан начинают медленно погружать в воду, измеряя зависимость приложенной силы  $F$  от перемещения  $x$  стакана вниз относительно дна сосуда (рис.). Оказалось, что силе  $F_1 = 1,0$  Н соответствуют два значения  $x$ :  $x_{1,1} = 1,5$  см и  $x_{1,2} = 7,5$  см, а силе  $F_2 = 2,0$  Н значения  $x$ :  $x_{2,1} = 3,0$  см и  $x_{2,2} = 7,0$  см. Полагая, что плотность воды  $\rho = 1,0$  г/см<sup>3</sup>, а ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, вычислите:

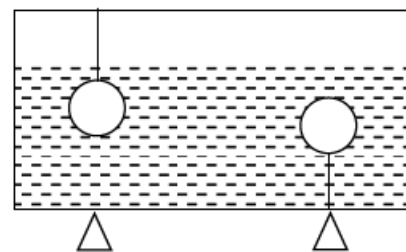


- а) массу стакана;
- б) площадь  $S_1$  дна стакана;
- в) площадь  $S_2$  дна сосуда.

Объёмом стекла, из которого изготовлен стакан, можно пренебречь по сравнению с объёмом воды, которой можно наполнить стакан.

$$F_1 = 1,0 \text{ Н}; F_2 = 2,0 \text{ Н}; x_{1,1} = 1,5 \text{ см}; x_{1,2} = 7,5 \text{ см}; x_{2,1} = 3,0 \text{ см}; x_{2,2} = 7,0 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 29. (Всеросс., 2017, РЭ, 10) Лёгкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погружённый в жидкость поплавок объёмом  $V = 10$  см<sup>3</sup> и плотностью  $\rho = 500$  кг/м<sup>3</sup>. Над другой опорой висит привязанный к верху сосуда шарик такого же объёма  $V$  и плотностью  $3\rho$  (рис.). Найдите модуль разности сил реакции опор.



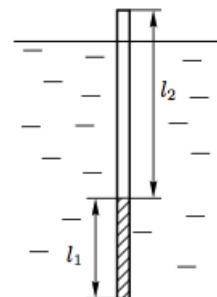
$$F_{\text{реакции}} = \Delta F = N_1 - N_2$$

ЗАДАЧА 30. (Всеросс., 2012, РЭ, 11) Пустая стеклянная бутылка плавает в цилиндрическом сосуде с водой. Площадь дна сосуда  $S = 250$  см<sup>2</sup>. Из чайника в бутылку медленно наливают воду, и, когда масса воды достигает  $m = 300$  г, бутылка начинает тонуть. Оказалось, что, когда весь воздух из бутылки вышел, уровень воды в сосуде изменился на  $\Delta h = 0,60$  см по сравнению с тем моментом, когда в бутылку начали наливать воду. Вычислите вместимость бутылки  $V$ .

Плотность воды  $\rho = 1,0$  г/см<sup>3</sup>.

$$V = \frac{m}{\rho} + S \Delta h; V_1 = 750 \text{ мл}; V_2 = 450 \text{ мл}$$

ЗАДАЧА 31. (Всеросс., 2011, РЭ, 11) Тонкий стержень постоянного сечения состоит из двух частей. Первая из них имеет длину  $l_1 = 10$  см и плотность  $\rho_1 = 1,5$  г/см<sup>3</sup>, вторая — плотность  $\rho_2 = 0,5$  г/см<sup>3</sup> (см. рисунок). При какой длине  $l_2$  второй части стержня он будет плавать в воде (плотность  $\rho_0 = 1$  г/см<sup>3</sup>) в вертикальном положении?



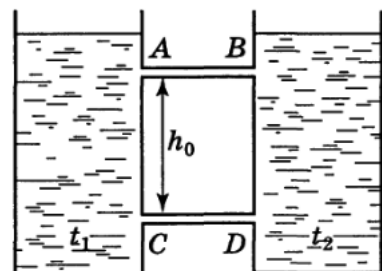
$$10 \text{ см} < l_2 < 30 \text{ см}$$



ЗАДАЧА 32. (Всеросс., 1994, финал, 9) В прямой цилиндрический сосуд, площадь основания которого  $S = 100 \text{ см}^2$ , наливают 1 л солёной воды плотности  $\rho_1 = 1,15 \text{ г/см}^3$  и опускают льдинку из пресной воды. Масса льдинки  $m = 1 \text{ кг}$ . Определите, как изменится уровень воды в сосуде, если половина льдинки растает. Считайте, что при растворении соли в воде объём жидкости не изменяется.

$$\Delta h \approx \frac{(\rho_1 - \rho_0) V_{\text{льдинки}}}{\rho_0 S} = \frac{m(\rho_1 - \rho_0)}{\rho_0 S}$$

ЗАДАЧА 33. (Всеросс., 1998, финал, 9) Два высоких цилиндра, сообщающихся с атмосферой, соединены одинаковыми тонкими трубками  $AB$  и  $CD$  и заполнены водой (рис.). Расстояние между трубками равно  $h_0 = 1 \text{ м}$ . Температуры воды в цилиндрах поддерживаются постоянными и равными  $t_1 = 100^\circ\text{C}$  и  $t_2 = 40^\circ\text{C}$ . Плотность воды зависит от температуры по закону



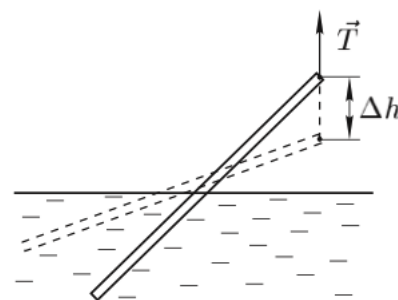
$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(t - t_0)],$$

где  $t_0$  — комнатная температура,  $\rho_0 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  — плотность воды при комнатной температуре, коэффициент  $\beta = 2,1 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}$ . В такой системе возникает круговая циркуляция воды по трубкам между цилиндрами. Известно, что масса воды, перетекающей по трубкам в единицу времени, пропорциональна разности давлений на их концах.

Определите разность давлений  $\Delta p_{AB}$  и  $\Delta p_{CD}$  на концах трубок  $AB$  и  $CD$ .

$$\Delta p_{AB} - \Delta p_{CD} = \rho_0 \beta (t_1 - t_2) g h_0 = \rho_0 \beta g h_0 (t_1 - t_2)$$

ЗАДАЧА 34. (Всеросс., 2009, финал, 9) Подъёмный кран медленно поднимает с помощью троса плавающее в воде бревно (рис.). Трос прикреплен к одному концу бревна, которое можно считать тонким цилиндром с постоянной плотностью. Масса бревна  $m$ , длина —  $L$ . Отношение плотностей воды и древесины  $\gamma = 4/3$ . Ускорение свободного падения  $g$ .



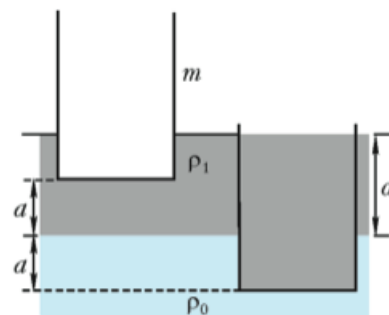
1) Какую минимальную работу нужно совершить крану, чтобы полностью вытащить бревно из воды?

2) Постройте график зависимости силы натяжения  $T$  троса от высоты над водой  $h$  приподнимаемого конца бревна. Укажите характерные точки графика.

3) Какую работу  $A_h$  совершит кран при переводе бревна из одного наклонного положения в другое наклонное положение, в котором верхний конец бревна поднялся на высоту  $\Delta h = L/5$ ?

$$A_h = \int_0^L T dh = \int_0^L \left( \frac{\gamma m}{L} h + \frac{m}{L} (L - h) \right) dh = \frac{\gamma m}{2L} L^2 + \frac{m}{2L} L^2 = \frac{mL}{2} (\gamma + 1)$$

ЗАДАЧА 35. (Всеросс., 2010, финал, 9) В сильно загрязнённом водоёме толщина слоя нефти на поверхности воды составляет  $d = 1,0$  см. На поверхность водоёма пустили плавать лёгкий цилиндрический стаканчик массой  $m = 4,0$  г с площадью дна  $S = 25$  см<sup>2</sup>. Стакан был сначала пустым, а его дно было выше середины уровня нефти. Затем в него долили нефти так, чтобы её уровни в стакане и снаружи сравнялись. В обоих случаях дно находилось на одном и том же расстоянии  $a$  от уровня воды (рис.). Определите плотность нефти  $\rho_1$ , зная, что плотность воды  $\rho_0 = 1,0$  г/см<sup>3</sup>.



$$\rho_1 = \rho_0 \left( \frac{m}{\rho_0 S d} + 1 \right)$$

ЗАДАЧА 36. (Всеросс., 2011, финал, 9) Цилиндр составлен из двух сочленённых отрезков труб и закреплён так, что его ось симметрии вертикальна. Снизу к цилиндру прижата заслонка, которая полностью закрывает первую трубу. Чтобы удерживать заслонку в прижатом состоянии, к ней снизу нужно прикладывать силу  $F \geq F_0$ . После того как в цилиндр налили  $V_0$  литров воды, минимальная сила, необходимая для удержания заслонки в прижатом состоянии, возросла в два раза. Когда в цилиндр налили ещё  $V_0$  литров воды, минимальная сила возросла ещё в два раза. Наконец, когда в цилиндр добавили  $V_0/3$  литров воды, минимальная сила возросла ещё на  $F_0$ , а цилиндр оказался полностью заполнен.

- 1) Вычислите отношение  $S_1 : S_2$  площадей нижней и верхней труб.
- 2) Вычислите отношение  $L_1 : L_2$  длин нижней и верхней труб.

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{L_1}{L_2}$$

ЗАДАЧА 37. (Всеросс., 2012, финал, 9) В ракете, готовой к старту, находится большой аквариум, частично заполненный водой плотностью  $\rho_0$ . Внутри аквариума помещён тонкий цилиндрический поплавок плотностью  $\rho$  с поперечным сечением  $S$ , прикрепленный ко дну лёгкой пружиной жесткостью  $k$ . Перед стартом ракеты пружина растянута на  $x_0$ , а поплавок частично выступает из воды.

- 1) Определите, увеличится или уменьшится высота выступающей части поплавка, если система придёт в движение с постоянным ускорением, направленным вверх. Ответ обоснуйте.
- 2) При достижении ракетой ускорения  $a$  высота выступающей над водой части поплавка изменилась на  $x$ . Найдите аналитическую зависимость  $x$  от  $a$ .
- 3) Рассчитайте численное значение  $x$  для следующих параметров задачи:  $k = 10$  Н/м,  $x_0 = 1$  см,  $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $S = 10^{-4}$  м<sup>2</sup>,  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>,  $a = 3g$ .

$$x = \frac{\rho_0 S g}{k} \left( \frac{a}{g} + 1 \right) - x_0$$

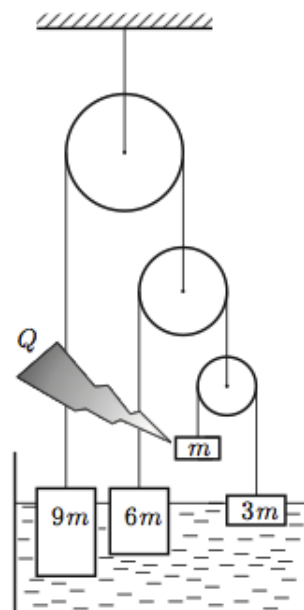
ЗАДАЧА 38. (Всеросс., 2013, финал, 9) Для изучения свойств льда в лаборатории собрали установку из блоков и нитей на штативе, к которым прикрепили четыре льдинки разной массы, поместив их в цилиндрический стакан с водой. Система пришла в равновесие, когда тяжёлые льдинки частично погрузились в воду, а самая лёгкая массой  $m$  осталась висеть в воздухе (рис.).

По ходу эксперимента на льдинку, висящую в воздухе, направили луч лазера, и она стала плавиться. Талая вода при этом стекала в стакан.

После сообщения льдинке количества теплоты  $Q = 825$  Дж уровень воды в стакане изменился на  $\Delta h_1 = 1$  см. После полного плавления висящей льдинки изменение уровня по сравнению с первоначальным составило  $\Delta h_2 = 3$  см.

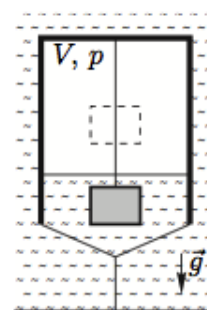
- 1) Увеличивается или уменьшается уровень воды в стакане?
- 2) Определите, чему равна площадь дна стакана.
- 3) В каком диапазоне изменялась сила натяжения нити, удерживающей льдинку массой  $6m$ ?

Считайте, что вплоть до полного плавления висящая льдинка  $m$  оставалась на нити, не касаясь воды. Блоки и нити невесомаы. Температура льда и воды в начале и во время эксперимента равнялась комнатной  $t_k = 0^\circ\text{C}$ . Плотность льда  $\rho_{\text{л}} = 900$  кг/м<sup>3</sup>, плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>. Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 330$  кДж/кг. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



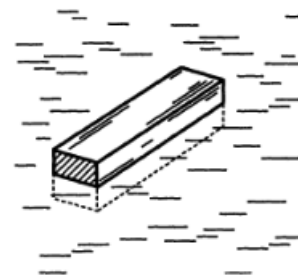
$$\Delta T_{\text{треса}} = d \rho V \frac{d\Delta + d}{\Delta} \lambda \delta \theta = 133 \text{ Н}; \Delta T_{\text{верёвки}} = \Delta T_{\text{треса}} + S \Delta p = 1133 \text{ Н}$$

ЗАДАЧА 39. (Всеросс., 2014, финал, 9) Водолазный колокол в форме цилиндра без дна, частично заполненный воздухом, находится под водой. Чтобы колокол не всплывал, его прикрепили тросом к дну водоёма. На верёвке к колоколу привязан груз, находящийся в воде (см. рисунок). Площадь горизонтального сечения колокола  $S = 4$  м<sup>2</sup>, объём воздуха в нём  $V = 8$  м<sup>3</sup> при давлении  $p = 1,5 \cdot 10^5$  Па. Когда груз в колоколе поднимают над уровнем воды, давление возрастает на  $\Delta p = 250$  Па, при этом трос остаётся натянутым. Найдите изменение натяжения троса и верёвки. Плотность воды  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Воздух в колоколе подчиняется закону Бойля-Мариотта:  $pV = \text{const}$ , где  $p$  — давление,  $V$  — объём воздуха в колоколе.



$$\frac{\rho_0}{\rho} > 0,21 \text{ или } 0,79 > \frac{\rho_0}{\rho} > 1$$

ЗАДАЧА 40. (Всеросс., 1994, финал, 10) Длинный брусок квадратного сечения свободно плавает в воде, при этом одна из боковых граней находится над поверхностью воды и параллельна ей (рис.). При какой плотности материала бруска это возможно?



$$\frac{\rho_0}{\rho} > 0,21 \text{ или } 0,79 > \frac{\rho_0}{\rho} > 1$$

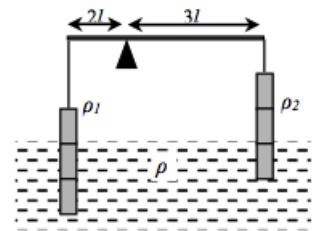
## 2 Московская олимпиада школьников по физике

Задача 41. (МОШ, 2016, 8–9) Алюминиевый шарик с герметичной внутренней полостью аккуратно опустили в измерительный цилиндр, заполненный водой. При этом объём вытесненной жидкости был равен 18 мл. Затем этот же шарик аккуратно опустили в измерительный цилиндр, заполненный керосином. В этом случае объём вытесненной жидкости равнялся 20 мл. Найдите массу шарика, его объём и объём полости.

Плотность алюминия  $\rho_0 = 2,7 \text{ г/см}^3$ , воды  $\rho_1 = 1,0 \text{ г/см}^3$ , керосина  $\rho_2 = 0,8 \text{ г/см}^3$ . Шарик не касался стенок цилиндра, уровень жидкости в цилиндре всегда был в несколько раз больше диаметра шарика.

$$18 \text{ г}; 20 \text{ см}^3; \approx 13,3 \text{ см}^3$$

Задача 42. (МОШ, 2017, 9) На лёгком рычаге уравновешены два цилиндра, имеющие одинаковые размеры. При этом точка опоры делит рычаг в отношении 2 к 3, а цилиндры погружены в жидкость (левый — на две трети, а правый — на треть объёма). Плотность левого цилиндра  $\rho_1 = 4,0 \text{ г/см}^3$ , а правого —  $\rho_2 = 2,5 \text{ г/см}^3$ . Определите плотность жидкости  $\rho$ .

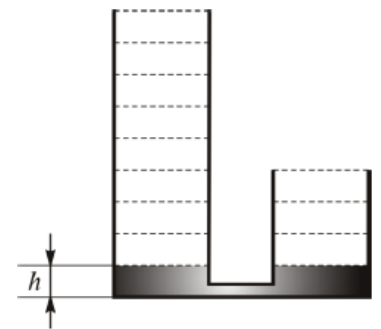


$$\rho_1 \cdot \frac{2}{3} = \rho_2 \cdot \frac{1}{3} + \rho$$

Задача 43. (МОШ, 2017, 9) На крючке динамометра висит ведро с водой. Динамометр показывает 95 Н. В воду полностью погрузили кирпич массой 2,5 кг с размерами  $5 \times 10 \times 20 \text{ см}$ , удерживая его на верёвочке. Кирпич стенок и дна ведра не касается. Теперь динамометр показывает 100 Н. Сколько воды вылилось из ведра? Ускорение свободного падения принять равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

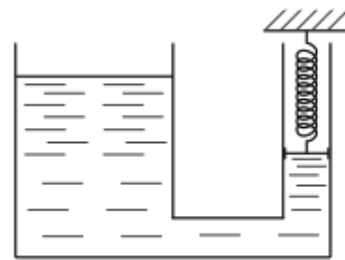
$$0,5 \text{ л}$$

Задача 44. (МОШ, 2016, 9) Какой максимальный объём масла плотностью  $0,8\rho$  можно налить в  $L$ -образную трубку с открытыми концами, частично заполненную водой плотностью  $\rho$ ? Площадь сечения вертикальных колен трубки  $S$ . Объёмом горизонтальной соединительной трубочки можно пренебречь. Размеры  $L$ -образной трубки и высота столба воды указаны на рисунке. Пунктирные метки сделаны на одинаковых расстояниях  $h$  друг от друга. Затыкать открытые концы, наклонять трубку и выливать из неё воду нельзя.



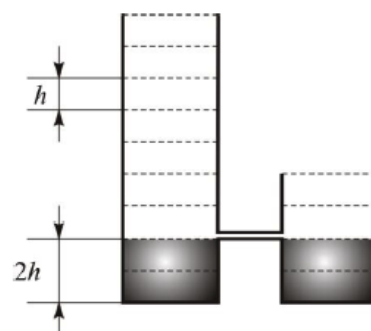
$$V_{\text{max}} = 13Sh/2$$

Задача 45. (МОШ, 2006, 9) В два сообщающихся цилиндра налита вода. Один из цилиндров с площадью поперечного сечения  $S_1$  открыт, а другой закрыт сверху поршнем, к которому прикреплена пружина (см. рис.) Система находится в равновесии. Если точку подвеса пружины сместить вниз на расстояние  $a$ , то свободная поверхность воды в первом цилиндре поднимется на расстояние  $\alpha_1 a$ , а поршень опустится на расстояние  $\alpha_2 a$  ( $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — положительные коэффициенты). Чему равна площадь поперечного сечения  $S_2$  закрытого цилиндра? На какое расстояние  $b_2$  сместился бы поршень, если бы в открытый цилиндр долили объём  $V$  воды, не смещая точку подвеса пружины? Чему равна жёсткость пружины  $k$ ? Ускорение свободного падения равно  $g$ , плотность воды равна  $\rho$ .



$$\frac{(z_0 - 1) z_0}{(z_0 + 1) z_0} \int S_1 dz = \eta \int \frac{1_S (z_0 + 1) z_0}{\lambda (z_0 - 1) z_0} = z_0 \int \frac{z_0}{1_S} = z_0 S$$

Задача 46. (МОШ, 2016, 10) Какой максимальный объём воды плотностью  $\rho$  можно налить в h-образную трубку с открытыми концами, частично заполненную маслом плотностью  $0,8\rho$ ? Площадь сечения вертикальных колен трубки  $S$ . Объёмом горизонтальной соединительной трубочки можно пренебречь. Размеры h-образной трубки и высота столба воды указаны на рисунке. Пунктирные деления на трубке сделаны через одинаковое расстояние  $h$ , которое известно. Затыкать открытые концы, наклонять трубку и выливать из неё жидкости нельзя.



$$V_{\max} = 4S\lambda$$

Задача 47. (МОШ, 2014, 8–9) В сосуде площадью поперечного сечения  $2 \text{ дм}^2$  плавает шайба площадью  $0,85 \text{ дм}^2$  и высотой  $5 \text{ см}$ . Шайба выступает из воды на  $0,3 \text{ см}$ , а расстояние между нижней гранью шайбы и дном сосуда составляет  $12 \text{ см}$ . Когда в сосуд дополнительно налили масло, верхняя грань шайбы оказалась в точности на уровне масла, а толщина слоя масла составила  $4 \text{ см}$ . Плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ .

- А) Найдите объём воды в сосуде. Ответ представьте в литрах и округлите до второй значащей цифры.
- В) Найдите массу шайбы. Ответ представьте в граммах и округлите до второй значащей цифры.
- С) Найдите расстояние от нижней грани шайбы до дна сосуда после доливания масла. Ответ представьте в сантиметрах и округлите до третьей значащей цифры.
- Д) Найдите объём масла, долитого в сосуд. Ответ представьте в литрах и округлите до второй значащей цифры.
- Е) Найдите отношение плотности масла к плотности воды. Ответ округлите до второй значащей цифры.

$$\text{A) } 2,9; \text{ B) } 400; \text{ C) } 14,1; \text{ D) } 0,46; \text{ E) } 0,93$$

Задача 48. (МОШ, 2014, 8–10) В цилиндрическом стакане, наполненном водой (плотность воды  $1,00 \text{ г/см}^3$ ), плавает кусочек пробки массой  $18 \text{ г}$  (плотность пробки  $0,24 \text{ г/см}^3$ ). Площадь поперечного сечения стакана  $40 \text{ см}^2$ .

А) Найдите объём пробки. Ответ представьте в кубических сантиметрах и округлите до целых.

В) Найдите объём подводной части пробки. Ответ представьте в кубических сантиметрах и округлите до целых.

С) Груз какой максимальной массы можно положить на пробку, чтобы пробка ещё могла оставаться на плаву? Ответ выразите в граммах и округлите до целых.

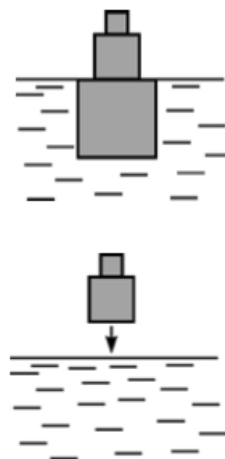
Д) На пробку сверху положили гайку массой  $20 \text{ г}$ . Пробка осталась на плаву, причем гайка не коснулась воды. На сколько миллиметров поднялся уровень воды в стакане? Ответ округлите до десятых.

(A) 75; (B) 18; (C) 57; (D) 5

Задача 49. (МОШ, 2012, 9) Когда на льдину поставили груз массой  $M = 90 \text{ кг}$ , объём её надводной части уменьшился на  $30\%$ . Потом на льдину вышел школьник Антон, и объём надводной части уменьшился ещё на  $30\%$ . Найдите массу Антона и массу льдины. Отношение плотностей льда и воды  $\rho_{\text{л}} : \rho_{\text{в}} = 0,9$ .

масса Антона =  $0,7M = 63 \text{ кг}$ , масса льдины =  $30M = 2700 \text{ кг}$

Задача 50. (МОШ, 2013, 9) У школьника Вовы есть три кубика разных размеров. Длина ребра первого кубика равна  $l = 10 \text{ см}$ , второго —  $2l = 20 \text{ см}$ , а третьего —  $3l = 30 \text{ см}$ . Вова поставил кубики один на другой так, как показано на рисунке сверху, погрузил в воду и отпустил. При установившемся равновесии самый большой кубик полностью погрузился в воду, а два других находились над водой. Кубики однородны и сделаны из одного и того же материала.



(а) Определите плотность этого материала, если известно, что плотность воды равна  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

(б) Вова хочет погрузить в воду два кубика (маленький и средний), рисунок снизу. Определите, где будет находиться граница раздела кубиков: над водой, под водой или точно на уровне воды. Если над водой или под водой, то вычислите, на каком расстоянии от поверхности воды окажется граница раздела кубиков.

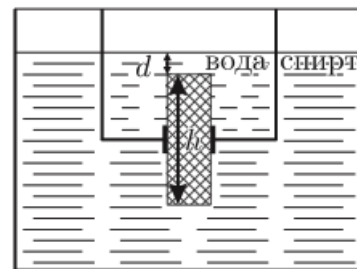
но  $l^3 \approx l \frac{9l^2}{\rho}$  инновации в инновации (г)  $\rho = \frac{9 \rho_0 l^2}{10 l^3} = \frac{9 \rho_0}{10} = \rho$  (в)

Задача 51. (МОШ, 2015, 9) На горизонтальном глинистом дне водоёма стоит кубик с длиной ребра  $a$  и плотностью  $\rho$ . Высота уровня воды над верхней гранью кубика равна  $H$ . В начальный момент времени воды под кубиком нет. Вода начинает очень медленно подтекать под кубик. Чему будет равна площадь  $S$  части нижней грани, которая останется сухой к моменту, когда кубик начнет всплывать? Плотность воды равна  $\rho_0$ , кубик легче воды.

$\frac{(H+a)^2 \rho_0}{\rho a (\rho - \rho_0)} = S$

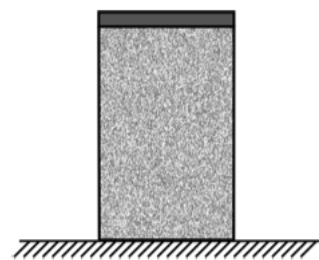


Задача 52. (МОШ, 2009, 9) Малый сосуд удерживают внутри большого так, как показано на рисунке. В дне малого сосуда есть отверстие со втулкой, в которое вставлен цилиндр. Высота цилиндра  $h = 21$  см, он может перемещаться относительно втулки без трения и только по вертикали. В малом сосуде находится вода, в большом — спирт, и при этом цилиндр покоится. На какой глубине под водой находится верхнее основание цилиндра? Плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, плотность спирта  $\rho_{\text{с}} = 790$  кг/м<sup>3</sup>, плотность цилиндра  $\rho = 600$  кг/м<sup>3</sup>.



$$\rho_{\text{с}} g \pi r^2 h = \rho_{\text{в}} g \pi r^2 d = p$$

Задача 53. (МОШ, 2011, 9) В цилиндрическом сосуде высотой  $h = 20$  см находится смесь воды и мелких кусочков льда (см. рисунок). На поверхности плавает круглая стальная крышка толщиной  $d = 2$  мм, нижний край которой находится точно на поверхности воды. Найдите среднюю плотность смеси воды и льда. Плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, плотность льда  $\rho_{\text{л}} = 922$  кг/м<sup>3</sup>, плотность стали  $\rho_{\text{с}} = 7800$  кг/м<sup>3</sup>. Трением льда о стенки сосуда пренебречь.

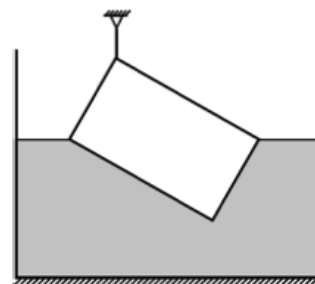


$$\rho_{\text{с}} g \pi r^2 d = \rho_{\text{см}} g \pi r^2 h = p$$

Задача 54. (МОШ, 2015, 8–10) Экспериментатор проводит опыты с однородной деревянной линейкой длиной 40 см и грузиком. Оказалось, что если уравнивать линейку с грузиком на краю стола, то линейка начинает падать, когда длина её выступающей части превосходит 10 см (грузик при этом подвешивают на нитку за конец линейки). Если же при этом опустить грузик в стакан с водой, плотность которой равна 1000 кг/м<sup>3</sup>, эта длина становится равной 15 см (грузик при этом оказывается полностью погружён в воду). Определите отношение массы груза к массе линейки и плотность груза.

$$\rho_{\text{г}} g \pi r^2 l = p$$

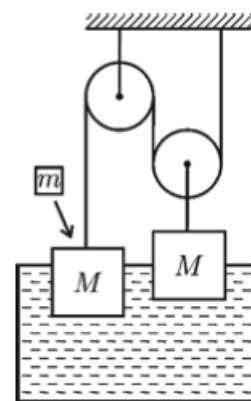
Задача 55. (МОШ, 2015, 9) Длинный однородный брусок с поперечным сечением в виде прямоугольника со сторонами  $a \neq b$  подвешен на двух вертикальных нитях, прикрепленных к одному из рёбер, над сосудом, в который наливают воду. Когда в сосуд налили некоторое количество воды, два ребра бруска оказались точно на поверхности воды (вид сбоку со стороны вышеупомянутого поперечного сечения показан на рисунке). Найдите плотность материала, из которого сделан брусок. Плотность воды равна  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>.



$$\rho_{\text{б}} g \pi r^2 l = \rho_{\text{в}} g \pi r^2 x = p$$

*Примечание:* центр масс однородного треугольника расположен на пересечении его медиан.

Задача 56. (МОШ, 2017, 9) В находящуюся в широком сосуде жидкость частично погружены одинаковые кубики со стороной  $a$  и массой  $M$ , которые удерживаются в равновесии при помощи системы, состоящей из невесомых блоков, соединённых очень лёгкой и нерастяжимой нитью (см. рис.). Трение в осях блоков отсутствует, плотность жидкости равна плотности кубиков. Изначально правый кубик погружён в жидкость ровно наполовину.



1) На какую величину изменится глубина погружения правого кубика, если на левый кубик поместить небольшой перегрузок массой  $m = M/16$ ?

2) На сколько в результате этого изменятся модуль силы натяжения нити и модуль силы давления жидкости на дно?

3) При каких значениях массы перегрузка оба кубика останутся частично погружёнными в жидкость?

Явлениями, связанными со смачиванием поверхностей кубиков жидкостями, можно пренебречь.

$$M \frac{91}{8} > m \left( \varepsilon : \frac{0V}{bM} = \mathcal{L} \nabla : \frac{08}{bM} = \mathcal{L} \nabla (z : \frac{0V}{b} = \eta \nabla (1$$

Задача 57. (МОШ, 2014, 9) В сосуде с водой плавает куб массой  $m = 2048$  г, он прикреплен ко дну пружиной, другой конец которой прицеплен к центру нижней грани куба. Вначале пружина находится в недеформированном состоянии, а ровно половина куба выступает над водой, причём четыре его ребра вертикальны. Прошел дождь, и уровень воды в сосуде вырос на  $h = 20,48$  см, а вода оказалась как раз на уровне верхней поверхности куба. Определите удлинение  $\Delta l$  пружины и силу упругости  $F_{\text{упр}}$ , с которой пружина воздействует на куб. Считайте, что плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, а ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

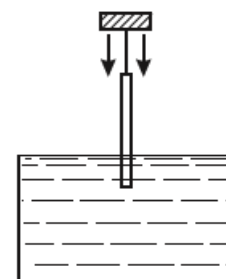
$$\Delta l = 12,48 \text{ см}, F_{\text{упр}} = 20,48 \text{ Н}$$

Задача 58. (МОШ, 2011, 9) После завершения строительства пирамиды Хеопса все её ребра, согласно легенде, имели одинаковую длину  $A \approx 230$  м. В основании пирамиды — квадрат со стороной  $A$ . По преданиям, во время «Великого потопа» уровень воды совпал с вершиной пирамиды. С какой силой давила вода на северную боковую грань пирамиды? Плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

*Замечание.* Объём пирамиды вычисляется по формуле  $V = \frac{1}{3}Sh$ , где  $S$  — площадь основания пирамиды,  $h$  — высота пирамиды (длина перпендикуляра, опущенного из вершины пирамиды на её основание).

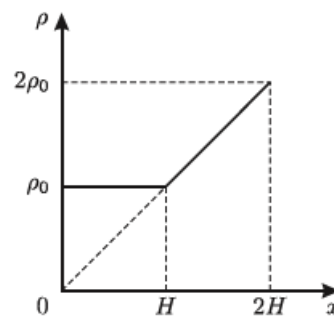
$$F \approx 10^8 \cdot 2,5 \approx \frac{9 \wedge 2}{\varepsilon \wedge 3} = \mathcal{L}$$

Задача 59. (МОШ, 2008, 9) Тонкий карандаш, подвешенный на нитке за один из концов, начинают погружать в воду, медленно опуская точку подвеса (см. рисунок). Определите максимальную глубину  $h$  погружения нижнего конца карандаша, если длина карандаша  $l = 18$  см, а его средняя плотность в  $n = 2$  раза меньше плотности воды.



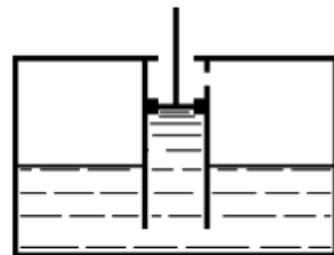
$$m \varepsilon : \varepsilon \approx \left( \frac{u}{1} - 1 \wedge - 1 \right) l = \eta$$

Задача 60. (МОШ, 2009, 9) В широком сосуде глубиной  $2H$  находится жидкость, плотность  $\rho$  которой зависит от глубины  $x$  так, как показано на рисунке (величина  $\rho_0$  известна). В сосуд аккуратно опускают плоскую шайбу высотой  $h < H$  и плотностью  $\rho_1$ . Найти, на какую глубину будет погружено нижнее основание шайбы после установления её равновесия. Считать, что основания шайбы все время остаются горизонтальными, а слои жидкости при погружении шайбы не перемешиваются.



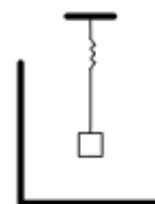
См. конец листка

Задача 61. (МОШ, 2007, 9) «Чёрный ящик» представляет собой систему, изображённую на рисунке. Внутри него находятся вода и погружённый в неё узкий вертикальный цилиндр с поршнем. К поршню прикреплен выходящий наружу вертикальный шток. Потянув за шток и подвигав его вверх-вниз, школьник решил, что в «чёрном ящике» находится прикрепленная к штоку пружина, и измерил её коэффициент жёсткости. Он оказался равным  $k = 100$  Н/м. Чему равна площадь  $S$  поршня? Трением и массой поршня можно пренебречь. Плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



$$S = \frac{6d}{g} = 10^{-4} \text{ м}^2$$

Задача 62. (МОШ, 2015, 10–11) Школьница Алиса проводит опыты с пружиной. Она подвесила пружину с грузом над сосудом в форме прямоугольного параллелепипеда, как показано на рисунке, и стала наливать в сосуд воду. Груз имеет форму куба длиной ребра 10 см, его плотность равна плотности воды. В начале опыта расстояние от нижней грани груза до дна сосуда составляет 30 см. Площадь основания сосуда составляет 1000 см<sup>2</sup>. Нижняя грань куба во время опыта сохраняла горизонтальное положение. Жёсткость пружины 100 Н/м, её длина в нерастянутом состоянии составляет 10 см. Ускорение свободного падения 10 м/с<sup>2</sup>. Постройте график зависимости длины пружины  $l$  от объёма воды  $V$ , налитой в сосуд. При каких значениях объёма  $V$  груз находился в воздухе? был частично погружен в воду? был полностью погружён в воду?



См. конец листка

Задача 63. (МОШ, 2011, 10) В интернете сейчас можно легко найти видеозаписи различных физических опытов, в частности, такого.

Группа студентов напускает в большое корыто до краёв какой-то тяжелый газ из баллона, а потом кладёт на поверхность этого газа в корыте модель корабля, согнутую из алюминиевой фольги, и этот «корабль» плавает, как настоящий «летучий голландец»! Потом студенты зачерпывают ковшиком газ из корыта, переливают его внутрь «корабля», и он тонет.

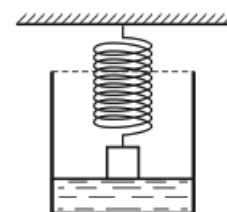
Найдите, какой минимальной молярной массой  $\mu$  должен обладать этот тяжёлый газ, чтобы в нём мог плавать «корабль» в форме прямоугольного параллелепипеда (с открытым верхом), согнутый из бытовой алюминиевой фольги толщиной  $h = 25$  мкм. Размеры «корабля»: длина  $a = 50$  см, ширина  $b = 20$  см, высота бортов  $c = 10$  см. Считать, что лишние куски, образовавшиеся при сгибании параллелепипеда из листа фольги, удалены. Плотность алюминия  $\rho_{Al} = 2,7$  г/см<sup>3</sup>, плотность воздуха при данных условиях равна  $\rho_{в} = 1,3$  кг/м<sup>3</sup>, средняя молярная масса воздуха  $\mu_{в} = 29$  г/моль.

$$\rho_{\text{газ}} \approx \left( \frac{\rho_{\text{ал}} a b c}{\rho_{\text{в}} a b c + \rho_{\text{газ}} a b c} + 1 \right) \mu \approx \mu$$

Задача 64. (МОШ, 2017, 10) Деревянный брусок плотностью  $\rho = 500$  кг/м<sup>3</sup> в форме прямоугольного параллелепипеда имеет длину  $L = 1$  м и квадратное поперечное сечение со стороной  $a = 10$  см. Брусок опустили в воду большого озера и удерживали его в таком неустойчивом положении равновесия, что одна из длинных граней бруска была сухой и горизонтальной, при этом половина объёма бруска была погружена в воду. Брусок отпустили, и он принял устойчивое положение, повернувшись вокруг своей оси симметрии на угол  $45^\circ$ . На сколько в результате этого уменьшилась потенциальная энергия системы «вода + брусок»? Плотность воды равна  $2\rho$ .

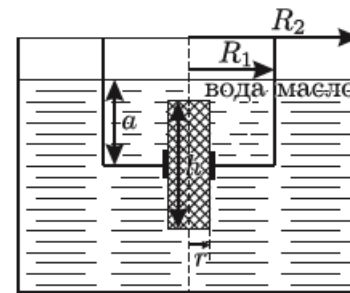
$$\Delta E \approx \left( \frac{\rho}{2\rho} - 1 \right) \rho g L a^2 = \rho g L a^2$$

Задача 65. (МОШ, 2008, 10) Железный кубик со стороной  $a$  подвешен на пружине жёсткостью  $k$ . В начальный момент кубик касается нижней горизонтальной гранью поверхности воды в сосуде. В сосуд начинают медленно доливать воду так, что её уровень поднимается со скоростью  $V_1$ . С какой скоростью  $V_2$  относительно сосуда будет при этом двигаться кубик? Плотность воды равна  $\rho$ , ускорение свободного падения равно  $g$ .



$$0 = \rho g a^3 - kx - \rho g a^2 x \Rightarrow \left( \frac{\rho g a^2}{k} + 1 \right) x = \frac{\rho g a^3}{k} \Rightarrow x = \frac{\rho g a^3}{k \left( \frac{\rho g a^2}{k} + 1 \right)} = \frac{\rho g a^3}{\rho g a^2 + k}$$

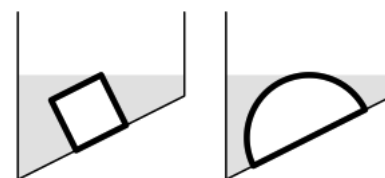
Задача 66. (МОШ, 2009, 11) Один цилиндрический сосуд радиусом  $R_1$  удерживают внутри другого, радиусом  $R_2$ , так, как показано на рисунке. В дне малого сосуда есть отверстие со втулкой, в которое вставлен деревянный цилиндр радиусом  $r$  и высотой  $h = 21$  см; он может перемещаться относительно втулки без трения только по вертикали. В малый сосуд налита вода до уровня  $a = 30$  см, а в большой — масло, и при этом цилиндр покоится. Плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, плотность масла  $\rho_{\text{м}} = 790$  кг/м<sup>3</sup>, плотность цилиндра  $\rho = 600$  кг/м<sup>3</sup>. Какая часть объёма цилиндра находится в воде, а какая — в масле?



При каком соотношении между  $\rho_{\text{в}}$ ,  $\rho_{\text{м}}$ ,  $r$ ,  $R_1$  и  $R_2$  равновесие цилиндра будет устойчивым, то есть при его смещении вверх или вниз будут возникать силы, стремящиеся вернуть его обратно, к положению равновесия?

$$\frac{1}{2} \frac{R_1^2 - R_2^2}{R_1^2 + R_2^2} a d < \frac{1}{2} \frac{R_1^2 - R_2^2}{R_1^2 + R_2^2} h d : (\text{есть } a) \frac{1}{11} = \frac{R_1^2 - R_2^2}{R_1^2 + R_2^2} - \frac{a}{h} = v$$

Задача 67. (МОШ, 2015, 11) Школьница Ирина проводит опыты с сосудами с наклонным дном. На дне первого сосуда — кубик, на дне второго сосуда — полусфера. Уровень воды в каждом сосуде точно совпадает с положением высшей точки кубика или полусферы. Оказалось, что сила давления, действующая со стороны воды как на кубик, так и на полусферу (без учёта атмосферного давления), направлена горизонтально. Под каким углом к горизонту наклонено дно первого сосуда? Второго сосуда? Вода под кубик и полусферу не подтекает.



$$\frac{3}{2} \arccos \frac{1}{2} ; \arcsin \frac{3}{2}$$

Задача 68. (МОШ, 2016, 11) Посередине длинной доски массой  $M = 4$  кг сидит ворона. Доска при этом на три четверти погружена в воду. После того как ворона пересела на один из её концов, верхний край доски с этого конца опустился как раз до уровня воды (нижний край доски по-прежнему полностью погружен в воду). Найдите массу вороны. Чему равна сила Архимеда, действующая на доску, после того как ворона пересела на один из её концов? Ускорение свободного падения принять равным  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>.

$$H \approx 6M \frac{1}{2} = \sqrt{F} ; \text{т.к. } g = 9,8 \text{ м/с}^2 = M/8 = m$$

### 3 «Физтех» и МФТИ

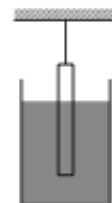
Задача 69. (МФТИ, 1994) U-образная вертикально расположенная трубка частично заполнена жидкостью, так что расстояния от открытых концов трубки до уровня жидкости в коленях трубки равны  $h$ . Какой максимальный по толщине слой более лёгкой жидкости можно налить в одно из колен трубки, чтобы жидкость из трубки не выливалась? Отношение величин плотностей жидкостей равно  $k$  ( $k > 1$ ). Жидкости не смешиваются.

$$h \frac{1 - k}{k} = H$$

ЗАДАЧА 70. (МФТИ, 1994) В одно из колен U-образной вертикально расположенной трубки, частично заполненной жидкостью, долили слой более лёгкой жидкости. Возникшая при этом разность уровней жидкостей в коленах составила  $h = 4$  см. Когда толщину слоя лёгкой жидкости увеличили ещё на  $\Delta h_1 = 3$  см, уровень тяжёлой жидкости переместился на  $\Delta h_2 = 1$  см. Найдите толщину слоя более лёгкой жидкости, первоначально налитой в трубку. Жидкости в трубке не смешиваются.

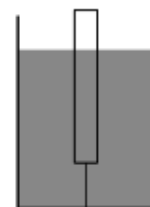
$$\rho_0 z_1 = \frac{\rho_1 \Delta z_1 - \rho_2 \Delta z_2}{\rho_2 \Delta z_2} = \rho_2 h$$

ЗАДАЧА 71. («Физтех», 2010) Однородный тонкий цилиндр висит на нити. При этом 40% длины цилиндра находится в воде. Когда цилиндр переместили вниз, то в воде оказалось 60% его длины и сила натяжения нити уменьшилась на 25% (см. рисунок). Найдите плотность материала цилиндра. Плотность воды  $\rho_0 = 1$  г/см<sup>3</sup>.



$$\rho_0 z_1 z_2 = \rho_0 \Delta z_2 = d$$

ЗАДАЧА 72. («Физтех», 2010) Однородную деревянную палочку в форме цилиндра постоянного поперечного сечения удерживают притопленной в воде с помощью нити. Палочка погружена в воду на 90% своей длины. Если палочку удерживать за нить, погружив в воду 80% её длины, то палочка остаётся в вертикальном положении и сила натяжения нити уменьшается на 1/3. Найдите плотность дерева. Плотность воды  $\rho_0 = 1$  г/см<sup>3</sup>.



$$\rho_0 z_1 g_1 = \rho_0 \frac{z_2}{3} = d$$

ЗАДАЧА 73. («Физтех», 2010) На плоту из брёвен могут находиться несколько человек равной массы, не касаясь воды. Если на плоту находится четыре человека, то над водой остаётся 10% объёма брёвен. Когда на плоту находится три человека, то над водой остаётся 20% объёма брёвен. Найдите плотность брёвен. Плотность воды  $\rho_0 = 1$  г/см<sup>3</sup>.

$$\rho_0 z_1 z_2 = \rho_0 \Delta z_2 = d$$

ЗАДАЧА 74. («Физтех», 2007) Два груза висят на нитях в воздухе (см. рисунок). Сила натяжения верхней нити в два раза больше силы натяжения нижней нити. Когда оба груза полностью погрузили в воду, оказалось, что их взаимное расположение не изменилось; при этом сила натяжения верхней нити уменьшилась на 20%, а нижней — на 30%. Найдите плотности нижнего и верхнего грузов. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>.



$$\rho_0 z_1 z_2 = d \quad \rho_0 z_1 z_2 = d \quad \rho_0 z_1 z_2 = d \quad \rho_0 z_1 z_2 = d$$

ЗАДАЧА 75. («Физтех», 2009) Пустая стеклянная бутылка плавает в воде, погружившись на 3/4 своего объёма. Какой минимальный объём воды нужно долить в бутылку, чтобы она утонула? Плотность стекла  $\rho_c = 2,5$  г/см<sup>3</sup>, воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, вместимость бутылки 0,7 литра.

$$\rho_0 z_1 z_2 = \rho_0 \frac{d}{3} = x \rho$$



ЗАДАЧА 76. («Физтех», 2009) Пустая стеклянная бутылка плавает в воде, погрузившись на  $2/3$  своего объёма. Найти отношение объёма воздуха в бутылке к объёму стекла. Плотность стекла в 2,5 раза больше плотности воды.

$$\frac{V_{\text{воздуха}}}{V_{\text{стекла}}} = 1 - \frac{\rho_{\text{стекла}}}{\rho_{\text{воды}}} = x$$

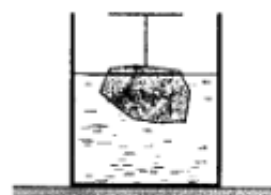
ЗАДАЧА 77. (МФТИ, 2005) Кусок льда привязан нитью ко дну цилиндрического сосуда с водой (см. рисунок). Над поверхностью воды находится некоторый объём льда. Нить натянута с силой  $T = 1$  Н. На сколько и как изменится уровень воды в сосуде, если лёд растает? Площадь дна сосуда  $S = 400$  см<sup>2</sup>, плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>.

$$\Delta h = \frac{S \Delta z}{L} = \frac{T}{\rho g S}$$



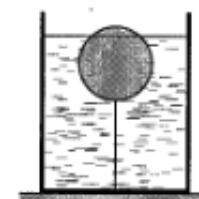
ЗАДАЧА 78. (МФТИ, 2005) На нити, привязанной к стойке, висит кусок льда, частично погружённый в воду, налитую в цилиндрический сосуд (см. рисунок). Найти силу натяжения нити, если после того, как лёд растаял, уровень воды в сосуде изменился на  $\Delta h = 3$  см. Площадь дна сосуда  $S = 60$  см<sup>2</sup>, плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>.

$$T = \rho g S \Delta h$$



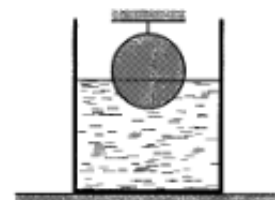
ЗАДАЧА 79. (МФТИ, 2005) Деревянный шарик привязан ко дну цилиндрического сосуда с водой (см. рисунок). Над поверхностью воды находится часть шарика, а нить натянута с некоторой силой. Если нить перерезать, то шарик всплывёт, и уровень воды в сосуде изменится на  $\Delta h = 4$  см. С какой силой была натянута нить? Площадь дна сосуда  $S = 100$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>.

$$T = \rho g S \Delta h$$



ЗАДАЧА 80. (МФТИ, 2005) На нити, привязанной к стойке, висит деревянный шарик, частично погружённый в воду, налитую в цилиндрический сосуд (см. рисунок). Нить натянута с силой  $T = 3$  Н. Если нить перерезать, то шарик станет плавать в сосуде. На сколько и как при этом изменится уровень воды в сосуде? Площадь дна сосуда  $S = 300$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>.

$$\Delta h = \frac{T}{\rho g S}$$



ЗАДАЧА 81. (МФТИ, 2004) В цилиндрическое ведро с водой опустили обрезок доски, так что он стал плавать, а уровень воды в ведре изменился на  $\Delta h = 1$  см. Затем на доску сверху положили пластину из льда. В результате доска погрузилась в воду полностью, а пластина из льда — на  $\alpha = 7/10$  своего объёма. На сколько изменится объём воды в ведре, когда лёд полностью растает? Плотность воды —  $\rho_{\text{в}} = 1$  г/см<sup>3</sup>, льда —  $\rho_{\text{л}} = 0,9$  г/см<sup>3</sup>, дерева —  $\rho = 0,6$  г/см<sup>3</sup>. Площадь внутреннего сечения ведра  $S = 300$  см<sup>2</sup>.

$$\Delta V_{\text{воды}} = \rho_{\text{л}} S \Delta h \left( \frac{\rho_{\text{л}} - \rho_{\text{д}}}{\rho_{\text{л}} - \rho_{\text{в}}} \right) = \Delta V$$

Задача 82. (МФТИ, 2004) Обрезок доски из дерева опустили в цилиндрическое ведро с водой так, что он стал плавать, а уровень воды в ведре изменился на  $\Delta h = 0,5$  см. Затем на доску положили алюминиевую пластинку объёмом  $V = 30$  см<sup>3</sup>. Доска вместе с пластинкой осталась на плаву. При этом доска погрузилась в воду полностью, а пластинка — на  $\alpha = 7/10$  своего объёма. Найти плотность дерева. Плотность алюминия  $\rho = 2,7$  г/см<sup>3</sup>, плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1$  г/см<sup>3</sup>, площадь внутреннего сечения ведра  $S = 280$  см<sup>2</sup>.

$$\rho_{\text{д}} = \frac{\rho_{\text{ал}} V + \rho_{\text{в}} (\alpha V)}{V} = \rho_{\text{ал}} \alpha + \rho_{\text{в}} (1 - \alpha)$$

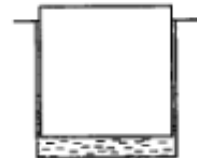
Задача 83. (МФТИ, 1996) В цилиндрическом сосуде с водой (стенки сосуда вертикальны) плавает деревянная дощечка. Если на неё сверху положить стеклянную пластинку, то дощечка с пластинкой останутся на плаву и уровень воды в сосуде увеличится на  $\Delta h$ . На сколько изменится уровень воды в сосуде с плавающей дощечкой, если ту же стеклянную пластинку бросить на дно сосуда? Плотность стекла  $\rho_{\text{с}}$ , плотность воды  $\rho_{\text{в}}$ .

$$\Delta h = \frac{\rho_{\text{с}}}{\rho_{\text{в}}} \Delta h_0$$

Задача 84. (МФТИ, 1996) В цилиндрический сосуд с водой (стенки сосуда вертикальны) опустили кусок льда, в который был вморожен осколок стекла. В результате уровень воды в сосуде поднялся на  $h_1 = 11$  мм, а лёд стал плавать, целиком погрузившись в воду. На сколько опустится уровень воды в сосуде за время таяния всего льда? Плотности стекла  $\rho_{\text{с}} = 2$  г/см<sup>3</sup>, воды  $\rho_{\text{в}} = 1$  г/см<sup>3</sup>, льда  $\rho = 0,9$  г/см<sup>3</sup>.

$$\Delta h_2 = \Delta h_1 \left( \frac{\rho_{\text{с}}}{\rho_{\text{в}}} - \frac{\rho}{\rho_{\text{в}}} \right)$$

Задача 85. (МФТИ, 1997) В лунку размером  $10 \times 10 \times 10$  см, целиком заполненную водой, опускают цилиндрическое тело (ось цилиндра вертикальна). В результате часть воды из лунки выливается, а тело начинает плавать в ней (см. рисунок). После этого из лунки отлили ещё  $m = 250$  г воды, так что цилиндр стал плавать, касаясь дна лунки.

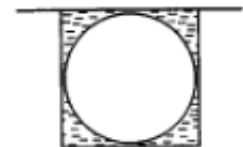


- 1) Какая масса воды  $M$  осталась в лунке?
- 2) Чему равна плотность  $\rho$  материала цилиндра?

Диаметр цилиндра  $d$  немного меньше 10 см, высота цилиндра равна его диаметру. Плотность воды  $\rho_0 = 1$  г/см<sup>3</sup>.

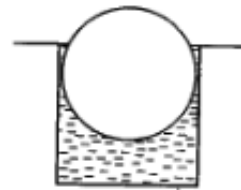
$$\rho = \frac{m}{V} \left( \frac{V}{V_0} - 1 \right) = \frac{m}{V} \left( \frac{V_0}{V} - 1 \right)$$

Задача 86. (МФТИ, 1997) В лунке размером  $10 \times 10 \times 10$  см, полностью заполненной водой, лежит шарик (см. рисунок), плотность материала которого  $\rho = 2$  г/см<sup>3</sup>. Диаметр шарика  $d$  немного меньше 10 см. Какую минимальную по величине работу  $A$  надо совершить, чтобы вытащить шарик из воды? Плотность воды  $\rho_0 = 1$  г/см<sup>3</sup>.



$$A \approx \rho_0 g V \left( \frac{d}{10} - 1 \right) \left( \frac{10}{d} - 1 \right) \frac{10}{2} = V$$

Задача 87. (МФТИ, 1997) На дне лунки размером  $10 \times 10 \times 10$  см лежит шар, диаметр которого  $d$  немного меньше 10 см. В лунку наливают воду до тех пор, пока шар не начинает плавать, касаясь дна лунки. После этого в лунку пришлось долить ещё  $m = 250$  г воды, чтобы она оказалась заполненной водой до верха (см. рисунок).



1) Какую массу воды  $M$  налили в лунку вначале?

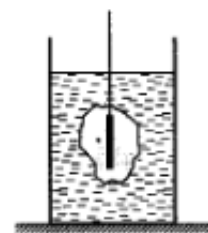
2) Чему равна плотность материала шара?

Плотность воды  $\rho_0 = 1$  г/см<sup>3</sup>.

Указание. Объём шарового сегмента высотой  $h$  равен  $\Delta V = \frac{1}{3}\pi h^2 \left(\frac{3}{2}d - h\right)$ , где  $d$  — диаметр шара.

$$\frac{d}{\rho_0} \frac{d}{\rho_0} = \frac{d}{\rho_0} \frac{d}{\rho_0} = \left[ \left( \frac{d}{\rho_0} - p \frac{d}{\rho_0} \right) \frac{d}{\rho_0} - \frac{d}{\rho_0} \right] \frac{d}{\rho_0} = d \left( \frac{d}{\rho_0} - p \frac{d}{\rho_0} \right) = \frac{d^2}{\rho_0} (1 - p) = \frac{d^2}{\rho_0} (1 - p)$$

Задача 88. (МФТИ, 2000) В цилиндрическом стакане с водой на нити висит проволока, вмороженная в кусок льда. Лёд с проволокой целиком погружён в воду и не касается стенок и дна стакана (см. рисунок). После того как лёд растаял, проволока осталась висеть на нити, целиком погружённая в воду. Уровень воды в стакане за время таяния льда уменьшился на  $\Delta H$  ( $\Delta H > 0$ ), а сила натяжения нити увеличилась в  $k$  раз. Найти объём проволоки. Плотность воды  $\rho_0$ , проволоки —  $\rho$ , площадь внутреннего сечения стакана  $S$ .

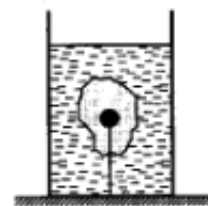


$$H \nabla S \frac{d-d}{d} \frac{1-y}{y} = \Lambda$$

Задача 89. (МФТИ, 2000) Гайка, вмороженная в кусок льда, висит на нити. После того как снизу поднесли цилиндрический стакан с водой, в которую целиком погрузили лёд с гайкой, сила натяжения нити уменьшилась на  $\Delta T$  ( $\Delta T > 0$ ), а уровень воды в стакане повысился. Лёд с гайкой при этом висит на нити в воде и не касается стенок и дна стакана. После того как лёд растаял, гайка осталась висеть на нити, целиком погружённая в воду, а уровень воды в стакане за время таяния льда понизился на  $\Delta H$  ( $\Delta H > 0$ ). Чему равен объём гайки? Плотность воды  $\rho_0$ , льда —  $\rho_л$ , площадь внутреннего сечения стакана  $S$ , ускорение свободного падения  $g$ .

$$H \nabla S \frac{d-d}{d} - \frac{b \cdot d}{L \nabla} = \Lambda$$

Задача 90. (МФТИ, 2000) Деревянный шарик, вмороженный в кусок льда, удерживается внутри цилиндрического стакана с водой нитью, прикреплённой ко дну (см. рисунок). Лёд с шариком целиком погружён в воду и не касается стенок и дна стакана. После того как лёд растаял, шарик остался плавать внутри стакана, целиком погружённый в воду. Сила натяжения нити за время таяния льда уменьшилась при этом в  $k$  раз ( $k > 1$ ), а уровень воды в стакане уменьшился на  $\Delta H$  ( $\Delta H > 0$ ). Чему равен объём шарика? Плотность воды  $\rho_0$ , дерева —  $\rho$  ( $\rho < \rho_0$ ), площадь внутреннего сечения стакана  $S$ .



$$H \nabla S \frac{(d-0d)(1-y)}{d} = \Lambda$$

Задача 91. (МФТИ, 2002) На чашке пружинных весов уравновесили сосуд, в котором находится вода массой  $m_B$ . Для приготовления солёного раствора была использована крупная соль, содержащая нерастворимые в воде примеси. Соль с примесями в марлевом мешочке была опущена на нити в сосуд, так что мешочек оказался полностью погружённым в воду (см. рисунок). После того как соль полностью растворилась в воде, показания весов изменились на  $\Delta P$  ( $\Delta P > 0$ ) по сравнению с их показаниями до опускания соли в воду. Плотность солёного раствора была измерена и оказалась равной  $\rho$ . Найти объём примесей  $V_{\text{п}}$ , оставшихся в мешочке после растворения соли, если он остался висеть на нити целиком погружённым в раствор. Плотность чистой соли равна  $\rho_c$ , плотность воды —  $\rho_B$ , ускорение свободного падения равно  $g$ .



Указание. Считать раствор однородным с плотностью  $\rho = (m_c + m_B)/(V_c + V_B)$ , где  $m_c$  и  $m_B$  — массы соли и воды соответственно, а  $V_c$  и  $V_B$  — их объёмы.

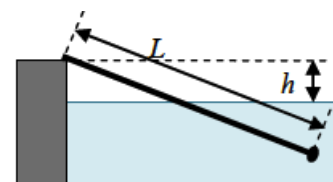
$$\frac{(d - \rho_B) \rho_B}{(\rho_B - \rho) \rho} = \frac{\rho_B}{\rho} = \frac{\Delta P}{P_0}$$

#### 4 «Покори Воробьёвы горы!»

Задача 92. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) В сосуде находятся две несмешивающиеся жидкости с плотностями  $\rho_1 = 800 \text{ кг/м}^3$  и  $\rho_2 = 2000 \text{ кг/м}^3$ . В сосуд опускают тело плотностью  $\rho = 1200 \text{ кг/м}^3$ . При этом жидкости из сосуда не выливаются. Определите, какая часть объёма тела будет находиться в нижней жидкости.

$$\frac{\xi}{1} = \frac{\rho_2 - \rho}{\rho_2 - \rho_1} = \frac{\rho_2 - \rho}{\rho_2 - \rho_1}$$

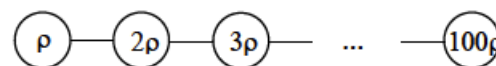
Задача 93. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) Узкая тонкая однородная доска длиной  $L = 1 \text{ м}$  лежит, опираясь одним из концов на борт бассейна. При этом второй конец доски опущен в воду, и к нему прикреплен небольшой груз (см. рисунок). Высота борта над водой  $h = 40 \text{ см}$ . Коэффициент трения между доской и бортом бассейна  $\mu = 0,75$ . При каком максимальном отношении массы груза к массе доски  $x = m/M$  доска может покоиться? Вода в бассейне неподвижна, плотность воды  $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$ , плотность дерева, из которого изготовлена доска,  $\rho = 0,5 \text{ г/см}^3$ .



$$\frac{\xi}{1} = \left[ 1 - \left( \frac{\rho_0 L \mu}{\rho L (\mu + 1)} - 1 \right) \frac{\rho}{\rho_0} \right] \frac{\rho}{\rho_0} = \text{числ} / \text{знам}$$

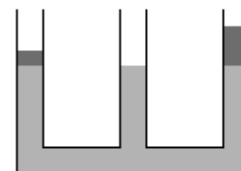
#### 5 «Росатом»

Задача 94. («Росатом», 2017, 7–9) Сто тел одинакового объёма  $V$  имеют плотности  $\rho, 2\rho, \dots, 100\rho$ . Тела связывают верёвками так, как показано на рисунке, и бросают в воду. При какой максимальной плотности  $\rho$  все тела не утонут в воде? Плотность воды  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ .



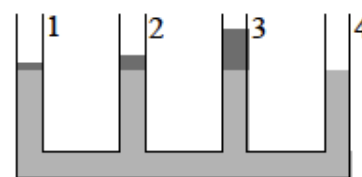
$$\xi_{\text{max}} / \text{знам} = 0,8 \frac{100}{\rho} = \text{числ} / \text{знам}$$

Задача 95. («Росатом», 2017, 9) Имеются три одинаковых цилиндрических сосуда, в которые налито некоторое количество воды. Поверх воды в левый и правый сосуд аккуратно наливают слой масла — в левый сосуд толщиной  $h = 3$  см, в правый —  $3h$ . На сколько изменятся уровни жидкости в левом, среднем и правом сосудах после установления равновесия? Известно, что при налипании масла вода из левого и правого сосудов маслом полностью не вытесняется. Плотность масла  $\rho_0 = 0,9 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, воды —  $\rho_1 = 1 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.



$$\rho_0 \frac{d\sigma}{d\sigma} = \left( \frac{d\sigma}{d\sigma} - \sigma \right) \eta = \rho_1 \frac{d\sigma}{d\sigma} = \left( \frac{d\sigma}{d\sigma} + 1 \right) \eta = \rho_1 \frac{d\sigma}{d\sigma} = \rho_1 \frac{d\sigma}{d\sigma}$$

Задача 96. («Росатом», 2017, 10–11) Имеются четыре одинаковых цилиндрических сосуда, в которые налито некоторое количество воды. Поверх воды в первый, второй и третий сосуда (сосуда перенумерованы на рисунке) аккуратно наливают слой масла толщиной соответственно  $h$ ,  $2h$  и  $3h$ . На сколько изменится уровень жидкости в каждом сосуде по сравнению с первоначальным положением после установления равновесия? Известно, что при налипании масла вода ни из одного сосуда полностью маслом не вытесняется. Плотность масла  $\rho_0$ , воды —  $\rho_1$  ( $\rho_1 > \rho_0$ ).



$$\frac{d\sigma}{d\sigma} = \rho_1 \left( \frac{d\sigma}{d\sigma} - 1 \right) \eta = \rho_1 \left( \frac{d\sigma}{d\sigma} - 1 \right) \eta = \rho_1 \left( \frac{d\sigma}{d\sigma} + 1 \right) \eta = \rho_1 \frac{d\sigma}{d\sigma}$$

Задача 97. («Росатом», 2012, 11) Плавающая в одной жидкости, кубическое тело погружается на глубину  $h_1$ , а в другой — на глубину  $h_2$ . Какова будет глубина погружения тела в жидкость, плотность которой равна среднему арифметическому плотностей первой и второй жидкости?

$$\frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = \rho$$

Задача 98. («Росатом», 2011, 11) В сосуде с жидкостью плавает кубик, погружившись в жидкость на  $2/3$  своего объёма. Чтобы погрузить кубик в жидкость на  $5/6$  объёма, к нему нужно приложить минимальную вертикальную силу  $F_1$ . Какую минимальную вертикальную силу  $F_2$  нужно приложить к кубику, чтобы полностью погрузить его в жидкость?



$$\rho_1 \frac{d\sigma}{d\sigma} = \rho_2$$

Задача 99. («Росатом», 2011, 11) К поплавку массой  $m$  привязана леска с грузом. При этом поплавок погружен в воду на  $2/3$  своего объёма. Найти силу натяжения лески, если свободно плавающий поплавок погружён в воду на половину своего объёма.

$$\rho_1 \frac{d\sigma}{d\sigma} = \rho_2$$

ЗАДАЧА 100. («Росатом», 2013, 9–10) Два сообщающихся сосуда имеют форму цилиндров с площадью сечений  $S$  и  $4S$ . В сосуды налита жидкость, поверхности которой закрыты невесомыми поршнями (см. рисунок). Если некоторый груз положить на поршень в левом сосуде, то этот поршень опустится на величину  $\Delta h$ . На какую величину по сравнению с первоначальным положением (пока груза на поршнях не было) опустится правый поршень, если груз снять с левого поршня и переложить на правый?



$\frac{9L}{4V}$

ЗАДАЧА 101. («Росатом», 2013, 11) В цилиндрический сосуд наливают одинаковые объёмы несмешивающихся жидкостей с плотностями  $\rho$  и  $0,3\rho$ . Тело, объём которого в три раза меньше объёма каждой жидкости и которое тонет в обеих жидкостях, опускают в сосуд на длинной нити. Найти отношение давлений  $p_1/p_2$  жидкости около дна сосуда в положениях, когда тело полностью погружено либо в нижнюю ( $p_1$ ), либо в верхнюю ( $p_2$ ) жидкость.



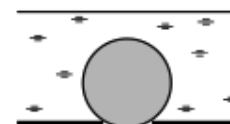
$\frac{9}{2}$

ЗАДАЧА 102. («Росатом», 2013, 11) К сосуду с жидкостью суммарной массой  $m$  прикреплена невесомая и нерастяжимая нить, перекинутая через блок. Ко второму концу нити прикреплено тело с массой  $1,2m$ , в положении равновесия частично погружённое в жидкость. На какую часть своего объёма тело погружено в жидкость? Плотность тела втрое больше плотности жидкости.



$\frac{4}{1}$

ЗАДАЧА 103. («Росатом», 2013, 11) В дне сосуда сделано круглое отверстие, которое заткнуто пробкой в виде шара. Радиус шара вдвое больше радиуса отверстия. В сосуд аккуратно наливают воду. При какой максимальной плотности пробка всплывет? Плотность воды  $\rho$  известна.



Указание. Объём шарового сегмента определяется формулой

$$V = \frac{\pi}{3} \left( 2R^3 - (2R^2 + r^2)\sqrt{R^2 - r^2} \right),$$

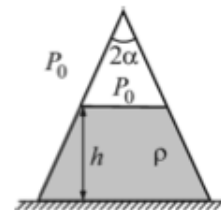
где  $R$  — радиус шара,  $r$  — радиус круга, который является основанием сегмента.

$\rho \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \mathcal{E}} = \text{хши}$



## 6 «Курчатов»

Задача 104. («Курчатов», 2015, 9, 11) Полая прямая призма, сделанная из тонкого прочного листового материала, имеет высоту  $L$ , а её основания представляют собой равнобедренные треугольники с углом  $2\alpha$  между боковыми сторонами. У призмы аккуратно удалили боковую грань, лежащую напротив угла  $2\alpha$ , и поставили призму на гладкий стол так, что упомянутый угол оказался сверху (основание призмы лежит в плоскости рисунка, её высота перпендикулярна плоскости рисунка). Вблизи оказавшегося сверху угла проделали маленькое отверстие, и начали медленно заливать через него внутрь призмы воду плотностью  $\rho$ . В момент, когда уровень воды в призме достиг высоты  $h$ , вода начала вытекать из-под призмы. Найдите массу  $m$  призмы с удалённой гранью, считая, что давление  $p_0$  воздуха над водой в призме и снаружи одинаково и равно атмосферному.



$$\boxed{\text{о 34 } \epsilon \eta \Gamma^d = \omega}$$

### Ответ к задаче 60

- Если  $\rho_1 < \rho_0$ , то  $y = \frac{\rho_1}{\rho_0}h$ .
- Если  $\rho_1 = \rho_0$ , то  $h \leq y \leq H$ .
- Если  $\rho_0 < \rho_1 \leq \rho_0 \left(1 + \frac{h}{2H}\right)$ , то  $y = H + \sqrt{2hH \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} - 1\right)}$ .
- Если  $\rho_0 \left(1 + \frac{h}{2H}\right) < \rho_1 \leq \rho_0 \left(2 - \frac{h}{2H}\right)$ , то  $y = \frac{h}{2} + \frac{\rho_1}{\rho_0}H$ .
- Если  $\rho_1 > \rho_0 \left(2 - \frac{h}{2H}\right)$ , то  $y = 2H$ .

### Ответ к задаче 62

График состоит из горизонтальной линии  $l = 20$  см при  $V < 30$  л (груз в воздухе), наклонного участка, соединяющего точки (20 см; 30 л) и (10 см; 49 л) (груз при  $V$  от 30 л до 49 л частично погружён в воду), горизонтальной линии  $l = 10$  см при  $V > 49$  л (груз полностью в воде).