

# Гидростатика

## Содержание

1	Всероссийская олимпиада школьников по физике . . . . .	1
2	Московская олимпиада школьников по физике . . . . .	7
3	«Физтех» и МФТИ . . . . .	15
4	«Курчатов» . . . . .	20
5	«Покори Воробьёвы горы!» . . . . .	21
6	«Росатом» . . . . .	22

## 1 Всероссийская олимпиада школьников по физике

ЗАДАЧА 1. (Всеросс., 2017, ШЭ, 9) Найдите глубину  $h$  погружения в воду плавающего в озере пустого внутри понтона (герметично закрытого ящика), ширина, длина и высота которого равны 4 м, 10 м и 2 м соответственно. Понтон сделан из стального листа, имеющего толщину 5 мм. Плотность стали  $\rho_c = 7800 \text{ кг/м}^3$ , плотность воды  $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

13,3 см

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2015, ШЭ, 9–11) Ледяной кубик с длиной ребра 10 см плавает в цилиндрическом аквариуме с водой так, что верхняя грань кубика горизонтальна.

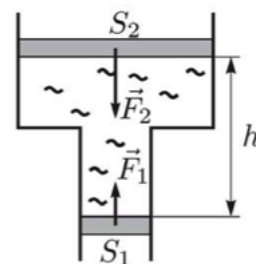
1) Найдите высоту верхней грани кубика над уровнем воды.

2) Поверх воды доливают слой керосина так, что поверхность керосина оказывается на одном уровне с верхней гранью кубика. Какова высота слоя керосина?

Плотности воды, льда и керосина равны соответственно  $1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $900 \text{ кг/м}^3$  и  $800 \text{ кг/м}^3$ .

1) 1 см; 2) 5 см

ЗАДАЧА 3. (Всеросс., 2014, ШЭ, 9) В сосуде, закреплённом в штативе, между двумя невесомыми поршнями находится вода ( $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ ). На поршень 1 площадью  $S_1 = 110 \text{ см}^2$  действует сила  $F_1 = 1,76 \text{ кН}$ , на поршень 2 площадью  $S_2 = 2200 \text{ см}^2$  действует сила  $F_2 = 3,3 \text{ кН}$ . Поршни неподвижны, жидкость несжимаема, ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Определите расстояние  $h$  между поршнями.



$$h = \left( \frac{F_2}{S_2} - \frac{F_1}{S_1} \right) \frac{6d}{\rho} = 4$$

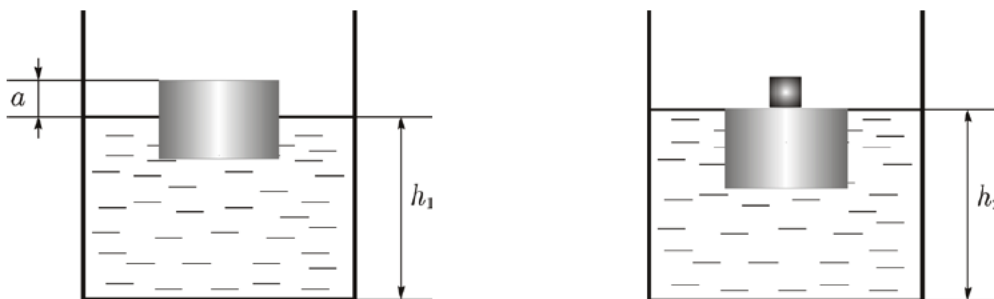
ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 2017, ШЭ, 11) В вертикальном цилиндрическом сосуде, частично заполненном тетрахлорметаном, имеющим плотность  $1600 \text{ кг/м}^3$  и не смешивающимся с водой, плавает кусок льда массой 1 кг. Как и на сколько изменится высота уровня тетрахлорметана после того, как весь лёд растает? Площадь дна сосуда  $200 \text{ см}^2$ .

Понижен на 3,125 см

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2014, ШЭ, 11) Тело с герметичной полостью изготовлено из стеклопластика ( $\rho = 2,0 \text{ г/см}^3$ ). Если это тело подвесить на нити в воздухе, сила натяжения нити равна  $T_0 = 3,5 \text{ Н}$ . Для удержания этого тела в воде (тело полностью погружено в воду и не касается дна сосуда) к нити прикладывают силу  $T_1 = 1,5 \text{ Н}$ . Определите возможные значения отношения  $\alpha$  объёма полости к полному объёму тела.

$$\alpha = \frac{T_0 - T_1}{\rho_0 g V} \text{ или } \alpha = \frac{T_0 - T_1}{\rho_0 g V} - 1 = \nu$$

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2016, МЭ, 8–9) Деревянный цилиндр плавает в цилиндрическом сосуде с водой, как показано на рисунке слева, выступая на  $a = 60 \text{ мм}$  над уровнем жидкости, который равен  $h_1 = 300 \text{ мм}$ . На верхнюю поверхность цилиндра ставят алюминиевый кубик так, что цилиндр полностью погружается в воду (верхняя поверхность цилиндра совпадает с уровнем воды, рисунок справа). При этом уровень воды в сосуде становится равным  $h_2 = 312 \text{ мм}$ . Затем сосуд слегка толкнули, кубик съехал с поверхности цилиндра и утонул. Найдите уровень воды  $h_3$ , который установился после этого в сосуде. Плотность воды  $\rho_0 = 1,0 \text{ г/см}^3$ , плотность алюминия  $\rho_1 = 2,7 \text{ г/см}^3$ .

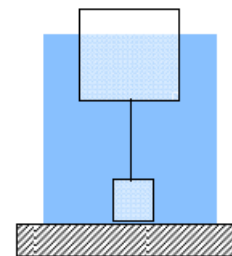


$$h_3 \approx 304,4 \text{ мм}$$

ЗАДАЧА 7. (Всеросс., 2015, МЭ, 8–10) В воде плавает пустая плоская прямоугольная коробка (без крышки) с площадью поперечного сечения  $100 \text{ см}^2$ . После того как в середину коробки положили брусок объёмом  $75 \text{ см}^3$ , она погрузилась ещё на  $3 \text{ см}$ . Определите плотность бруска. Какую плотность должен иметь брусок объёмом  $150 \text{ см}^3$ , чтобы коробка с одним таким бруском утонула? Масса коробки  $100 \text{ г}$ , а её высота  $13 \text{ см}$ . Плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ .

$$4 \text{ г/см}^3; \text{ не менее } 8 \text{ г/см}^3$$

ЗАДАЧА 8. (Всеросс., 2017, МЭ, 9) Два кубика, связанные **натянутой** нитью, находятся в воде (см. рисунок). Верхний кубик со стороной  $a = 10 \text{ см}$  плавает, погрузившись в воду на три четверти своего объёма. Нижний кубик касается дна (вода под него подтекает). Сторона нижнего кубика равна  $a/2$ , а его плотность в 2 раза больше, чем у верхнего. Определите, при каких значениях плотности материала верхнего кубика возможно такое состояние системы. Плотность воды  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ , ускорение свободного падения можно принять равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

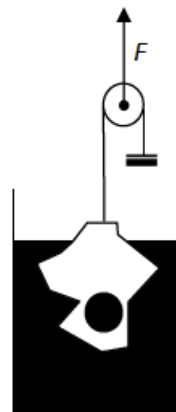


$$750 \text{ кг/м}^3 > \rho > 1000 \text{ кг/м}^3$$

ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 2017, МЭ, 10) Льдинка с вмороженной в неё пулей висит на нити и частично погружена в воду, находящуюся в тонкостенном цилиндрическом стакане, стоящем на столе. Лёд не касается стенок и дна стакана. Площадь дна стакана  $S = 100 \text{ см}^2$ . Сила натяжения нити равна  $F = 1 \text{ Н}$ . На сколько изменится уровень воды в стакане после того как льдинка растает? Повысится он или понизится? Пуля имеет массу  $m = 10 \text{ г}$  и плотность  $\rho = 10000 \text{ кг/м}^3$ . Плотность воды  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

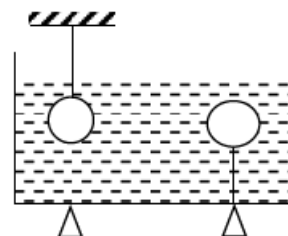
$$\Delta h = \frac{S \rho_0 d}{(\rho - \rho_0) g} = \frac{100 \cdot 1000 \cdot 1}{(10000 - 1000) \cdot 10} = 0,1 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 2017, МЭ, 11) Льдинка с вмороженным в неё металлическим слитком подвешена на лёгкой нити и частично погружена в цилиндрический стакан с водой так, что лёд не касается стенок стакана. Площадь дна стакана  $S = 100 \text{ см}^2$ . Для того чтобы удержать льдинку в таком положении, нить перекидывают через идеальный блок, к оси которого прикладывают вертикально направленную силу  $F = 10 \text{ Н}$ . На другой конец нити вешают подходящий противовес. На сколько изменится уровень воды в стакане после того, как льдинка растает? Повысится он или понизится? Масса слитка  $m = 100 \text{ г}$ , плотность металла  $\rho = 10000 \text{ кг/м}^3$ , плотность воды  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Ускорение свободного падения можно считать равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Противовес после таяния льда не падает в стакан.



$$\Delta h = \frac{S \rho_0 d}{(\rho - \rho_0) g} = \frac{100 \cdot 1000 \cdot 1}{(10000 - 1000) \cdot 10} = 0,1 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 2017, РЭ, 9) Лёгкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погружённый в жидкость поплавок объёмом  $V = 10 \text{ см}^3$  и плотностью  $\rho = 500 \text{ кг/м}^3$ . Над другой опорой висит привязанный снаружи шарик такого же объёма  $V$  и плотностью  $3\rho$  (рис.). Плотность жидкости в сосуде равна  $\rho_0 = 1200 \text{ кг/м}^3$ . Найдите модуль разности сил реакции опор. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

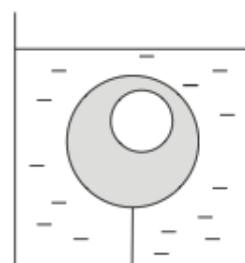


$$\Delta F = \rho_0 g V = 1200 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 0,012 \text{ Н}$$

ЗАДАЧА 12. (Всеросс., 2012, РЭ, 9) В цилиндрическом сосуде с площадью дна  $S$  с помощью нити удерживают под водой кусок льда, внутри которого имеется воздушная полость (см. рисунок). Объём льда вместе с полостью равен  $V$ , плотность льда  $\rho_{\text{л}}$ . После того как лёд растаял, уровень воды в сосуде уменьшился на  $h$ . Найдите:

- 1) объём  $V_{\text{п}}$  воздушной полости;
- 2) силу  $T$  натяжения нити в начале опыта.

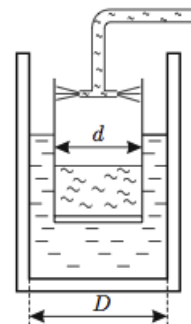
Примечание. Плотность воды  $\rho_{\text{в}}$  и ускорение свободного падения  $g$  считайте известными.



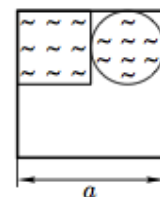
$$T = \rho_{\text{л}} g V - \rho_{\text{в}} g V = (\rho_{\text{л}} - \rho_{\text{в}}) g V$$

ЗАДАЧА 13. (Всеросс., 2013, РЭ, 9) В цилиндрическом сосуде, внутренний диаметр которого  $D = 10$  см, плавает в вертикальном положении узкий длинный тонкостенный цилиндрический стакан диаметром  $d = 8$  см. В стакан через распылитель наливают воду (см. рисунок). Её массовый расход  $\mu = 14$  г/с. Какова скорость  $v$  стакана относительно дна цилиндра? Плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>.

$$\rho \frac{d^2}{4} \frac{dv}{dt} = \left( \frac{\rho D^2}{4} - \frac{\rho d^2}{4} \right) \frac{dv}{dt} = a$$



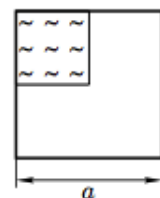
ЗАДАЧА 14. (Всеросс., 2011, РЭ, 9) Для стирки белья в квадратном душевом поддоне с размером стороны  $a = 80$  см и высотой бортика  $h = 20$  см хозяйка использует находящийся в поддоне частично заполненный водой и бельём квадратный тазик с размером стороны  $a/2$ , высотой бортика  $h$  и общей массой  $m = 2,4$  кг. Для полоскания белья хозяйка использует находящийся в том же поддоне круглый цилиндрический тазик, полностью заполненный водой. Радиус дна тазика  $R = a/4$  и высота его бортика  $h$  (см. рисунок). Каким будет уровень  $H$  воды в поддоне, если вылить в него всю воду из круглого тазика? После выливания воды круглый тазик убирают из поддона. Сливное отверстие поддона закрыто пробкой.



Примечание. Плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>. Площадь круга вычисляется по формуле  $S = \pi R^2$ , где  $\pi \approx 3,14$ .

$$\rho \frac{\pi R^2 h}{4} = \frac{\rho a^2 h}{4} + \frac{\rho \pi R^2 h}{4} = H$$

ЗАДАЧА 15. (Всеросс., 2011, РЭ, 10) Для стирки белья в квадратном душевом поддоне с размером стороны  $a = 80$  см и высотой бортика  $h = 20$  см хозяйка использует находящийся в поддоне частично заполненный водой и бельём квадратный тазик с размером стороны  $a/2$ , высотой бортика  $h$  и общей массой  $m = 16$  кг (см. рисунок). Для полоскания белья хозяйка использует находящийся в том же поддоне круглый цилиндрический тазик с радиусом дна  $R$  и высотой бортика  $h$ . Чему равен максимально возможный радиус  $R_M$  круглого тазика, полностью заполненного водой, если при выливании воды из него в поддон квадратный тазик не всплывёт?



После выливания воды круглый тазик убирают из поддона. Сливное отверстие поддона закрыто пробкой. Плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>. Площадь круга вычисляется по формуле  $S = \pi R^2$ , где  $\pi \approx 3,14$ .

$$R_M = \min \left\{ \sqrt{\frac{3m}{\rho h}}, \frac{a}{2} \right\} = 23,4 \text{ см}$$

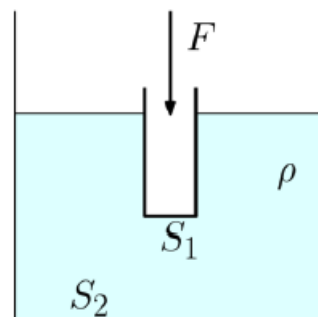
ЗАДАЧА 16. (Всеросс., 2012, РЭ, 10) В частично заполненный водой цилиндрический сосуд, площадь дна которого равна  $S$ , положили кусок льда с воздушной полостью, в которой находился алюминиевый шарик массой, равной массе льда. При этом уровень воды поднялся на  $h$ , а полностью погружённый в воду лёд плавает, не касаясь дна и стенок сосуда.

1. Найдите объём  $V_{\text{п}}$  воздушной полости.
2. Повысится или понизится уровень воды в сосуде после того, как весь лёд растает?
3. На сколько изменится уровень воды в сосуде после того, как лёд растает?

Плотность воды —  $\rho_{\text{в}}$ , плотность льда —  $\rho_{\text{л}}$ , плотность алюминия —  $\rho_{\text{ш}}$ , ускорение свободного падения —  $g$ .

$$\left(\frac{m_{\text{ш}}}{m_{\text{л}}} - 1\right) \frac{g}{4} = x \text{ и в кзлнзлнлп чнзззлл : } \left(\frac{v_{\text{ш}}}{v_{\text{л}}} - 1\right) \eta S = \text{''}\Lambda$$

ЗАДАЧА 17. (Всеросс., 2017, РЭ, 10) В цилиндрическом сосуде, площадь дна которого  $S_2$ , плавает тонкостенный цилиндрический стакан с площадью дна  $S_1$  и высотой  $h = 24$  см. Стакан начинают медленно погружать в воду, измеряя зависимость приложенной силы  $F$  от перемещения  $x$  стакана вниз относительно дна сосуда (рис.). Оказалось, что силе  $F_1 = 1,0$  Н соответствуют два значения  $x$ :  $x_{1,1} = 1,5$  см и  $x_{1,2} = 7,5$  см, а силе  $F_2 = 2,0$  Н значения  $x$ :  $x_{2,1} = 3,0$  см и  $x_{2,2} = 7,0$  см. Полагая, что плотность воды  $\rho = 1,0$  г/см<sup>3</sup>, а ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, вычислите:

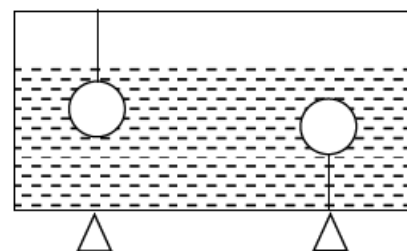


- а) массу стакана;
- б) площадь  $S_1$  дна стакана;
- в) площадь  $S_2$  дна сосуда.

Объёмом стекла, из которого изготовлен стакан, можно пренебречь по сравнению с объёмом воды, которой можно наполнить стакан.

$$\text{''}\Lambda = 800 \text{ г} \cdot 50 \text{ см}^2 \cdot 200 \text{ см}^2$$

ЗАДАЧА 18. (Всеросс., 2017, РЭ, 10) Лёгкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погружённый в жидкость поплавков объёмом  $V = 10$  см<sup>3</sup> и плотностью  $\rho = 500$  кг/м<sup>3</sup>. Над другой опорой висит привязанный к верху сосуда шарик такого же объёма  $V$  и плотностью  $3\rho$  (рис.). Найдите модуль разности сил реакции опор.



$$\text{''}\Lambda = \rho V g = N \Delta$$

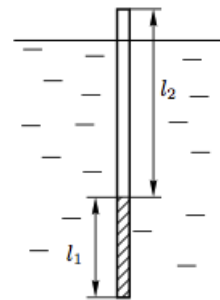
ЗАДАЧА 19. (Всеросс., 2012, РЭ, 11) Пустая стеклянная бутылка плавает в цилиндрическом сосуде с водой. Площадь дна сосуда  $S = 250$  см<sup>2</sup>. Из чайника в бутылку медленно наливают воду, и, когда масса воды достигает  $m = 300$  г, бутылка начинает тонуть. Оказалось, что, когда весь воздух из бутылки вышел, уровень воды в сосуде изменился на  $\Delta h = 0,60$  см по сравнению с тем моментом, когда в бутылку начали наливать воду. Вычислите вместимость бутылки  $V$ .

Плотность воды  $\rho = 1,0$  г/см<sup>3</sup>.

$$\text{''}\Lambda = \rho S \Delta h = \frac{m}{V} V = \rho V$$

Задача 20. (Всеросс., 2011, РЭ, 11) Тонкий стержень постоянного сечения состоит из двух частей. Первая из них имеет длину  $l_1 = 10$  см и плотность  $\rho_1 = 1,5$  г/см<sup>3</sup>, вторая — плотность  $\rho_2 = 0,5$  г/см<sup>3</sup> (см. рисунок). При какой длине  $l_2$  второй части стержня он будет плавать в воде (плотность  $\rho_0 = 1$  г/см<sup>3</sup>) в вертикальном положении?

$$10 \text{ см} < l_2 < 30 \text{ см}$$



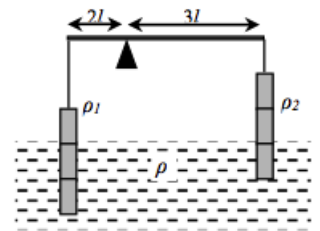
## 2 Московская олимпиада школьников по физике

Задача 21. (МОШ, 2016, 8–9) Алюминиевый шарик с герметичной внутренней полостью аккуратно опустили в измерительный цилиндр, заполненный водой. При этом объём вытесненной жидкости был равен 18 мл. Затем этот же шарик аккуратно опустили в измерительный цилиндр, заполненный керосином. В этом случае объём вытесненной жидкости равнялся 20 мл. Найдите массу шарика, его объём и объём полости.

Плотность алюминия  $\rho_0 = 2,7 \text{ г/см}^3$ , воды  $\rho_1 = 1,0 \text{ г/см}^3$ , керосина  $\rho_2 = 0,8 \text{ г/см}^3$ . Шарик не касался стенок цилиндра, уровень жидкости в цилиндре всегда был в несколько раз больше диаметра шарика.

$$18 \text{ г}; 20 \text{ см}^3; \approx 13,3 \text{ см}^3$$

Задача 22. (МОШ, 2017, 9) На лёгком рычаге уравновешены два цилиндра, имеющие одинаковые размеры. При этом точка опоры делит рычаг в отношении 2 к 3, а цилиндры погружены в жидкость (левый — на две трети, а правый — на треть объёма). Плотность левого цилиндра  $\rho_1 = 4,0 \text{ г/см}^3$ , а правого —  $\rho_2 = 2,5 \text{ г/см}^3$ . Определите плотность жидкости  $\rho$ .

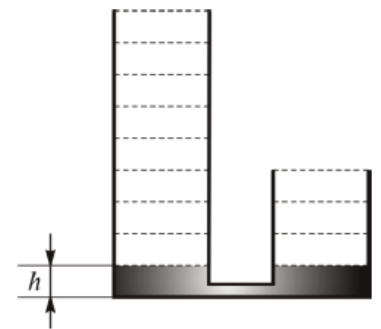


$$\rho_1 \cdot \frac{2}{3} = \rho_2 \cdot \frac{1}{3} + \rho$$

Задача 23. (МОШ, 2017, 9) На крючке динамометра висит ведро с водой. Динамометр показывает 95 Н. В воду полностью погрузили кирпич массой 2,5 кг с размерами  $5 \times 10 \times 20 \text{ см}$ , удерживая его на верёвочке. Кирпич стенок и дна ведра не касается. Теперь динамометр показывает 100 Н. Сколько воды вылилось из ведра? Ускорение свободного падения принять равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

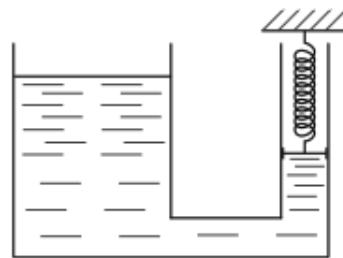
$$0,5 \text{ л}$$

Задача 24. (МОШ, 2016, 9) Какой максимальный объём масла плотностью  $0,8\rho$  можно налить в  $L$ -образную трубку с открытыми концами, частично заполненную водой плотностью  $\rho$ ? Площадь сечения вертикальных колен трубки  $S$ . Объёмом горизонтальной соединительной трубочки можно пренебречь. Размеры  $L$ -образной трубки и высота столба воды указаны на рисунке. Пунктирные метки сделаны на одинаковых расстояниях  $h$  друг от друга. Затыкать открытые концы, наклонять трубку и выливать из неё воду нельзя.



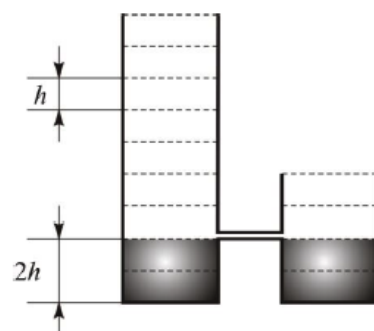
$$V_{\text{max}} = 13Sh/2$$

Задача 25. (МОШ, 2006, 9) В два сообщающихся цилиндра налита вода. Один из цилиндров с площадью поперечного сечения  $S_1$  открыт, а другой закрыт сверху поршнем, к которому прикреплена пружина (см. рис.) Система находится в равновесии. Если точку подвеса пружины сместить вниз на расстояние  $a$ , то свободная поверхность воды в первом цилиндре поднимется на расстояние  $\alpha_1 a$ , а поршень опустится на расстояние  $\alpha_2 a$  ( $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — положительные коэффициенты). Чему равна площадь поперечного сечения  $S_2$  закрытого цилиндра? На какое расстояние  $b_2$  сместился бы поршень, если бы в открытый цилиндр долили объём  $V$  воды, не смещая точку подвеса пружины? Чему равна жёсткость пружины  $k$ ? Ускорение свободного падения равно  $g$ , плотность воды равна  $\rho$ .



$$\frac{(z_0 - 1) z_0}{(z_0 + 1) z_0} I S_1 d d = \eta : \frac{I S_2 (z_0 + 1) z_0}{\lambda (z_0 - 1) z_0} = z q : \frac{z_0}{z_0} I S = z S$$

Задача 26. (МОШ, 2016, 10) Какой максимальный объём воды плотностью  $\rho$  можно налить в h-образную трубку с открытыми концами, частично заполненную маслом плотностью  $0,8\rho$ ? Площадь сечения вертикальных колен трубки  $S$ . Объёмом горизонтальной соединительной трубочки можно пренебречь. Размеры h-образной трубки и высота столба воды указаны на рисунке. Пунктирные деления на трубке сделаны через одинаковое расстояние  $h$ , которое известно. Затыкать открытые концы, наклонять трубку и выливать из неё жидкости нельзя.



$$V_{\max} = 4 S h^2$$

Задача 27. (МОШ, 2014, 8–9) В сосуде площадью поперечного сечения  $2 \text{ дм}^2$  плавает шайба площадью  $0,85 \text{ дм}^2$  и высотой  $5 \text{ см}$ . Шайба выступает из воды на  $0,3 \text{ см}$ , а расстояние между нижней гранью шайбы и дном сосуда составляет  $12 \text{ см}$ . Когда в сосуд дополнительно налили масло, верхняя грань шайбы оказалась в точности на уровне масла, а толщина слоя масла составила  $4 \text{ см}$ . Плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ .

- А) Найдите объём воды в сосуде. Ответ представьте в литрах и округлите до второй значащей цифры.
- В) Найдите массу шайбы. Ответ представьте в граммах и округлите до второй значащей цифры.
- С) Найдите расстояние от нижней грани шайбы до дна сосуда после доливания масла. Ответ представьте в сантиметрах и округлите до третьей значащей цифры.
- Д) Найдите объём масла, долитого в сосуд. Ответ представьте в литрах и округлите до второй значащей цифры.
- Е) Найдите отношение плотности масла к плотности воды. Ответ округлите до второй значащей цифры.

$$\text{A) } 2,9; \text{ B) } 400; \text{ C) } 14,1; \text{ D) } 0,46; \text{ E) } 0,93$$



Задача 28. (МОШ, 2014, 8–10) В цилиндрическом стакане, наполненном водой (плотность воды  $1,00 \text{ г/см}^3$ ), плавает кусочек пробки массой  $18 \text{ г}$  (плотность пробки  $0,24 \text{ г/см}^3$ ). Площадь поперечного сечения стакана  $40 \text{ см}^2$ .

А) Найдите объём пробки. Ответ представьте в кубических сантиметрах и округлите до целых.

В) Найдите объём подводной части пробки. Ответ представьте в кубических сантиметрах и округлите до целых.

С) Груз какой максимальной массы можно положить на пробку, чтобы пробка ещё могла оставаться на плаву? Ответ выразите в граммах и округлите до целых.

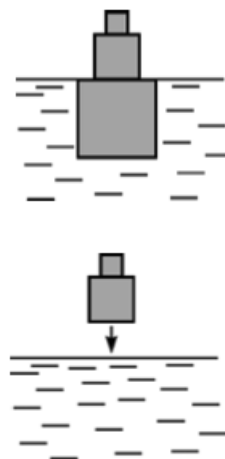
Д) На пробку сверху положили гайку массой  $20 \text{ г}$ . Пробка осталась на плаву, причем гайка не коснулась воды. На сколько миллиметров поднялся уровень воды в стакане? Ответ округлите до десятых.

(A) 75; (B) 18; (C) 57; (D) 5

Задача 29. (МОШ, 2012, 9) Когда на льдину поставили груз массой  $M = 90 \text{ кг}$ , объём её надводной части уменьшился на  $30\%$ . Потом на льдину вышел школьник Антон, и объём надводной части уменьшился ещё на  $30\%$ . Найдите массу Антона и массу льдины. Отношение плотностей льда и воды  $\rho_{\text{л}} : \rho_{\text{в}} = 0,9$ .

м Антона = 0,7M = 63 кг, м льдины = 30M = 2700 кг

Задача 30. (МОШ, 2013, 9) У школьника Вовы есть три кубика разных размеров. Длина ребра первого кубика равна  $l = 10 \text{ см}$ , второго —  $2l = 20 \text{ см}$ , а третьего —  $3l = 30 \text{ см}$ . Вова поставил кубики один на другой так, как показано на рисунке сверху, погрузил в воду и отпустил. При установившемся равновесии самый большой кубик полностью погрузился в воду, а два других находились над водой. Кубики однородны и сделаны из одного и того же материала.



(а) Определите плотность этого материала, если известно, что плотность воды равна  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

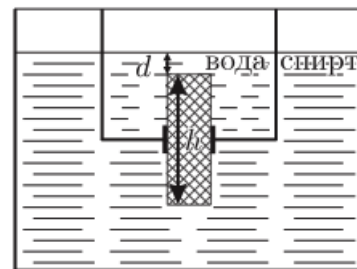
(б) Вова хочет погрузить в воду два кубика (маленький и средний), рисунок снизу. Определите, где будет находиться граница раздела кубиков: над водой, под водой или точно на уровне воды. Если над водой или под водой, то вычислите, на каком расстоянии от поверхности воды окажется граница раздела кубиков.

маленький кубик полностью погружен (г)  $\rho = \frac{3}{2} \rho_0 = 1500 \text{ кг/м}^3 = d$  (в)

Задача 31. (МОШ, 2015, 9) На горизонтальном глинистом дне водоёма стоит кубик с длиной ребра  $a$  и плотностью  $\rho$ . Высота уровня воды над верхней гранью кубика равна  $H$ . В начальный момент времени воды под кубиком нет. Вода начинает очень медленно подтекать под кубик. Чему будет равна площадь  $S$  части нижней грани, которая останется сухой к моменту, когда кубик начнет всплывать? Плотность воды равна  $\rho_0$ , кубик легче воды.

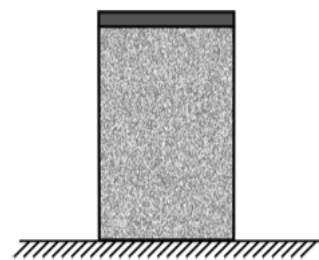
$\frac{(H+a)\rho_0}{\rho(\rho-\rho_0)} = S$

Задача 32. (МОШ, 2009, 9) Малый сосуд удерживают внутри большого так, как показано на рисунке. В дне малого сосуда есть отверстие со втулкой, в которое вставлен цилиндр. Высота цилиндра  $h = 21$  см, он может перемещаться относительно втулки без трения и только по вертикали. В малом сосуде находится вода, в большом — спирт, и при этом цилиндр покоится. На какой глубине под водой находится верхнее основание цилиндра? Плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, плотность спирта  $\rho_{\text{с}} = 790$  кг/м<sup>3</sup>, плотность цилиндра  $\rho = 600$  кг/м<sup>3</sup>.



$$\rho_{\text{с}} g \pi r^2 h = \rho_{\text{в}} g \pi r^2 d = p$$

Задача 33. (МОШ, 2011, 9) В цилиндрическом сосуде высотой  $h = 20$  см находится смесь воды и мелких кусочков льда (см. рисунок). На поверхности плавает круглая стальная крышка толщиной  $d = 2$  мм, нижний край которой находится точно на поверхности воды. Найдите среднюю плотность смеси воды и льда. Плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, плотность льда  $\rho_{\text{л}} = 922$  кг/м<sup>3</sup>, плотность стали  $\rho_{\text{с}} = 7800$  кг/м<sup>3</sup>. Трением льда о стенки сосуда пренебречь.

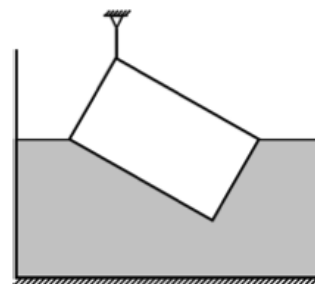


$$\rho_{\text{с}} g \pi r^2 d = \rho_{\text{см}} g \pi r^2 h = p$$

Задача 34. (МОШ, 2015, 8–10) Экспериментатор проводит опыты с однородной деревянной линейкой длиной 40 см и грузиком. Оказалось, что если уравнивать линейку с грузиком на краю стола, то линейка начинает падать, когда длина её выступающей части превосходит 10 см (грузик при этом подвешивают на нитку за конец линейки). Если же при этом опустить грузик в стакан с водой, плотность которой равна 1000 кг/м<sup>3</sup>, эта длина становится равной 15 см (грузик при этом оказывается полностью погружён в воду). Определите отношение массы груза к массе линейки и плотность груза.

$$\rho_{\text{г}} g \pi r^2 l = p$$

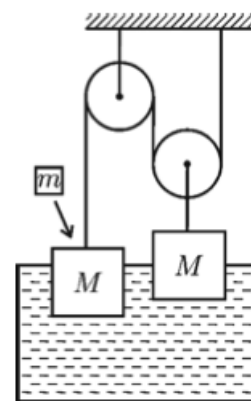
Задача 35. (МОШ, 2015, 9) Длинный однородный брусок с поперечным сечением в виде прямоугольника со сторонами  $a \neq b$  подвешен на двух вертикальных нитях, прикрепленных к одному из рёбер, над сосудом, в который наливают воду. Когда в сосуд налили некоторое количество воды, два ребра бруска оказались точно на поверхности воды (вид сбоку со стороны вышеупомянутого поперечного сечения показан на рисунке). Найдите плотность материала, из которого сделан брусок. Плотность воды равна  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>.



$$\rho_{\text{б}} g \pi r^2 l = \rho_{\text{в}} g \pi r^2 x = p$$

*Примечание:* центр масс однородного треугольника расположен на пересечении его медиан.

Задача 36. (МОШ, 2017, 9) В находящуюся в широком сосуде жидкость частично погружены одинаковые кубики со стороной  $a$  и массой  $M$ , которые удерживаются в равновесии при помощи системы, состоящей из невесомых блоков, соединённых очень лёгкой и нерастяжимой нитью (см. рис.). Трение в осях блоков отсутствует, плотность жидкости равна плотности кубиков. Изначально правый кубик погружён в жидкость ровно наполовину.



1) На какую величину изменится глубина погружения правого кубика, если на левый кубик поместить небольшой перегрузок массой  $m = M/16$ ?

2) На сколько в результате этого изменятся модуль силы натяжения нити и модуль силы давления жидкости на дно?

3) При каких значениях массы перегрузка оба кубика останутся частично погружёнными в жидкость?

Явлениями, связанными со смачиванием поверхностей кубиков жидкостями, можно пренебречь.

$$M \frac{91}{8} > m \left( \varepsilon : \frac{0V}{bM} = \mathcal{L} \nabla : \frac{08}{bM} = \mathcal{L} \nabla (z : \frac{0V}{b} = \eta \nabla (1$$

Задача 37. (МОШ, 2014, 9) В сосуде с водой плавает куб массой  $m = 2048$  г, он прикреплен ко дну пружиной, другой конец которой прицеплен к центру нижней грани куба. Вначале пружина находится в недеформированном состоянии, а ровно половина куба выступает над водой, причём четыре его ребра вертикальны. Прошел дождь, и уровень воды в сосуде вырос на  $h = 20,48$  см, а вода оказалась как раз на уровне верхней поверхности куба. Определите удлинение  $\Delta l$  пружины и силу упругости  $F_{\text{упр}}$ , с которой пружина воздействует на куб. Считайте, что плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, а ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

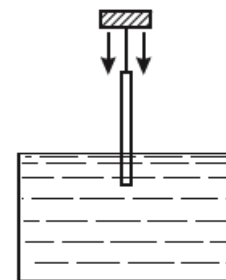
$$\Delta l = 12,48 \text{ см}, F_{\text{упр}} = 20,48 \text{ Н}$$

Задача 38. (МОШ, 2011, 9) После завершения строительства пирамиды Хеопса все её ребра, согласно легенде, имели одинаковую длину  $A \approx 230$  м. В основании пирамиды — квадрат со стороной  $A$ . По преданиям, во время «Великого потопа» уровень воды совпал с вершиной пирамиды. С какой силой давила вода на северную боковую грань пирамиды? Плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

*Замечание.* Объём пирамиды вычисляется по формуле  $V = \frac{1}{3}Sh$ , где  $S$  — площадь основания пирамиды,  $h$  — высота пирамиды (длина перпендикуляра, опущенного из вершины пирамиды на её основание).

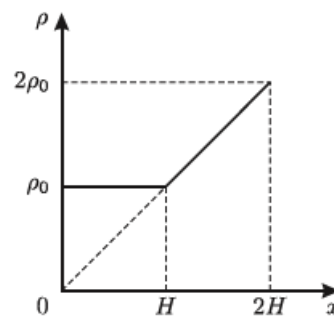
$$F \approx 10^7 \cdot 2,5 \approx \frac{9 \wedge 2}{\varepsilon \wedge 3} = \mathcal{L}$$

Задача 39. (МОШ, 2008, 9) Тонкий карандаш, подвешенный на нитке за один из концов, начинают погружать в воду, медленно опуская точку подвеса (см. рисунок). Определите максимальную глубину  $h$  погружения нижнего конца карандаша, если длина карандаша  $l = 18$  см, а его средняя плотность в  $n = 2$  раза меньше плотности воды.



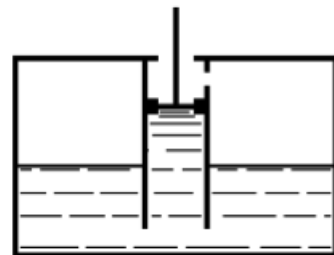
$$m \varepsilon : \varepsilon \approx \left( \frac{u}{\Gamma} - \Gamma \wedge - \Gamma \right) l = \eta$$

Задача 40. (МОШ, 2009, 9) В широком сосуде глубиной  $2H$  находится жидкость, плотность  $\rho$  которой зависит от глубины  $x$  так, как показано на рисунке (величина  $\rho_0$  известна). В сосуд аккуратно опускают плоскую шайбу высотой  $h < H$  и плотностью  $\rho_1$ . Найти, на какую глубину будет погружено нижнее основание шайбы после установления её равновесия. Считать, что основания шайбы все время остаются горизонтальными, а слои жидкости при погружении шайбы не перемешиваются.



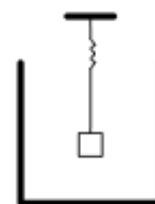
См. конец листка

Задача 41. (МОШ, 2007, 9) «Чёрный ящик» представляет собой систему, изображённую на рисунке. Внутри него находятся вода и погружённый в неё узкий вертикальный цилиндр с поршнем. К поршню прикреплен выходящий наружу вертикальный шток. Потянув за шток и подвигав его вверх-вниз, школьник решил, что в «чёрном ящике» находится прикрепленная к штоку пружина, и измерил её коэффициент жёсткости. Он оказался равным  $k = 100$  Н/м. Чему равна площадь  $S$  поршня? Трением и массой поршня можно пренебречь. Плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



$$S = \frac{6d}{\rho} = 10^{-4} \text{ м}^2$$

Задача 42. (МОШ, 2015, 10–11) Школьница Алиса проводит опыты с пружиной. Она подвесила пружину с грузом над сосудом в форме прямоугольного параллелепипеда, как показано на рисунке, и стала наливать в сосуд воду. Груз имеет форму куба длиной ребра 10 см, его плотность равна плотности воды. В начале опыта расстояние от нижней грани груза до дна сосуда составляет 30 см. Площадь основания сосуда составляет 1000 см<sup>2</sup>. Нижняя грань куба во время опыта сохраняла горизонтальное положение. Жёсткость пружины 100 Н/м, её длина в нерастянутом состоянии составляет 10 см. Ускорение свободного падения 10 м/с<sup>2</sup>. Постройте график зависимости длины пружины  $l$  от объёма воды  $V$ , налитой в сосуд. При каких значениях объёма  $V$  груз находился в воздухе? был частично погружен в воду? был полностью погружён в воду?



См. конец листка

Задача 43. (МОШ, 2011, 10) В интернете сейчас можно легко найти видеозаписи различных физических опытов, в частности, такого.

Группа студентов напускает в большое корыто до краёв какой-то тяжелый газ из баллона, а потом кладёт на поверхность этого газа в корыте модель корабля, согнутую из алюминиевой фольги, и этот «корабль» плавает, как настоящий «летучий голландец»! Потом студенты зачерпывают ковшиком газ из корыта, переливают его внутрь «корабля», и он тонет.

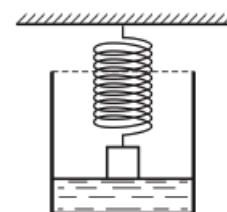
Найдите, какой минимальной молярной массой  $\mu$  должен обладать этот тяжёлый газ, чтобы в нём мог плавать «корабль» в форме прямоугольного параллелепипеда (с открытым верхом), согнутый из бытовой алюминиевой фольги толщиной  $h = 25$  мкм. Размеры «корабля»: длина  $a = 50$  см, ширина  $b = 20$  см, высота бортов  $c = 10$  см. Считать, что лишние куски, образовавшиеся при сгибании параллелепипеда из листа фольги, удалены. Плотность алюминия  $\rho_{Al} = 2,7$  г/см<sup>3</sup>, плотность воздуха при данных условиях равна  $\rho_v = 1,3$  кг/м<sup>3</sup>, средняя молярная масса воздуха  $\mu_v = 29$  г/моль.

$$\rho_{\text{газ}}/\rho_v \approx \left( \frac{\rho_{\text{ал}} a b c}{\rho_v (a b c + c^2 b + c a b)} + 1 \right) \mu_v \approx \mu$$

Задача 44. (МОШ, 2017, 10) Деревянный брусок плотностью  $\rho = 500$  кг/м<sup>3</sup> в форме прямоугольного параллелепипеда имеет длину  $L = 1$  м и квадратное поперечное сечение со стороной  $a = 10$  см. Брусок опустили в воду большого озера и удерживали его в таком неустойчивом положении равновесия, что одна из длинных граней бруска была сухой и горизонтальной, при этом половина объёма бруска была погружена в воду. Брусок отпустили, и он принял устойчивое положение, повернувшись вокруг своей оси симметрии на угол  $45^\circ$ . На сколько в результате этого уменьшилась потенциальная энергия системы «вода + брусок»? Плотность воды равна  $2\rho$ .

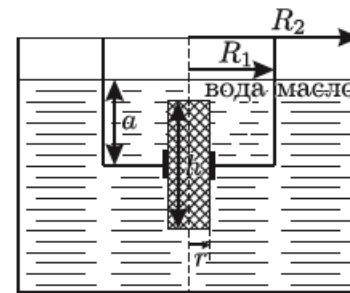
$$\Delta E_{\text{пот}} \approx \left( \frac{\rho}{2\rho} - 1 \right) \rho g L a^2 = \Delta E$$

Задача 45. (МОШ, 2008, 10) Железный кубик со стороной  $a$  подвешен на пружине жёсткостью  $k$ . В начальный момент кубик касается нижней горизонтальной гранью поверхности воды в сосуде. В сосуд начинают медленно доливать воду так, что её уровень поднимается со скоростью  $V_1$ . С какой скоростью  $V_2$  относительно сосуда будет при этом двигаться кубик? Плотность воды равна  $\rho$ , ускорение свободного падения равно  $g$ .



$$0 = \rho g a^3 \left( \frac{V_1}{V_2} + 1 \right) \frac{1}{\rho} \geq 0 \text{ или } \frac{V_1 + \rho g a^3}{\rho g a^3} V_2 = \rho g a^3$$

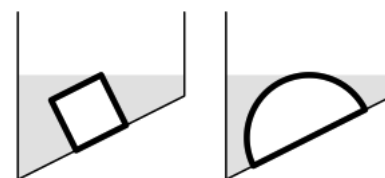
Задача 46. (МОШ, 2009, 11) Один цилиндрический сосуд радиусом  $R_1$  удерживают внутри другого, радиусом  $R_2$ , так, как показано на рисунке. В дне малого сосуда есть отверстие со втулкой, в которое вставлен деревянный цилиндр радиусом  $r$  и высотой  $h = 21$  см; он может перемещаться относительно втулки без трения только по вертикали. В малый сосуд налита вода до уровня  $a = 30$  см, а в большой — масло, и при этом цилиндр покоится. Плотность воды  $\rho_v = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, плотность масла  $\rho_m = 790$  кг/м<sup>3</sup>, плотность цилиндра  $\rho = 600$  кг/м<sup>3</sup>. Какая часть объёма цилиндра находится в воде, а какая — в масле?



При каком соотношении между  $\rho_v$ ,  $\rho_m$ ,  $r$ ,  $R_1$  и  $R_2$  равновесие цилиндра будет устойчивым, то есть при его смещении вверх или вниз будут возникать силы, стремящиеся вернуть его обратно, к положению равновесия?

$$\frac{1}{2} \frac{R_1^2 - R_2^2}{R_1^2 + R_2^2} a d < \frac{1}{2} \frac{R_1^2 - R_2^2}{R_1^2 + R_2^2} h d : (\text{есть } a) \frac{1}{11} = \frac{a d - a d}{d - a d} - \frac{a}{d} = v$$

Задача 47. (МОШ, 2015, 11) Школьница Ирина проводит опыты с сосудами с наклонным дном. На дне первого сосуда — кубик, на дне второго сосуда — полусфера. Уровень воды в каждом сосуде точно совпадает с положением наивысшей точки кубика или полусферы. Оказалось, что сила давления, действующая со стороны воды как на кубик, так и на полусферу (без учёта атмосферного давления), направлена горизонтально. Под каким углом к горизонту наклонено дно первого сосуда? Второго сосуда? Вода под кубик и полусферу не подтекает.



$$\frac{3}{2} \arccos \frac{1}{2}$$

Задача 48. (МОШ, 2016, 11) Посередине длинной доски массой  $M = 4$  кг сидит ворона. Доска при этом на три четверти погружена в воду. После того как ворона пересела на один из её концов, верхний край доски с этого конца опустился как раз до уровня воды (нижний край доски по-прежнему полностью погружен в воду). Найдите массу вороны. Чему равна сила Архимеда, действующая на доску, после того как ворона пересела на один из её концов? Ускорение свободного падения принять равным  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>.

$$m = M/8 = 0,5 \text{ кг}; F_A = \frac{27}{22} M g \approx 44 \text{ Н}$$



ЗАДАЧА 55. («Физтех», 2009) Пустая стеклянная бутылка плавает в воде, погружившись на  $3/4$  своего объёма. Какой минимальный объём воды нужно долить в бутылку, чтобы она утонула? Плотность стекла  $\rho_c = 2,5 \text{ г/см}^3$ , воды  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ , вместимость бутылки  $0,7$  литра.

$$\Delta V = V \frac{d\rho_c - \rho d\rho}{\rho_c \rho} = xV$$

ЗАДАЧА 56. («Физтех», 2009) Пустая стеклянная бутылка плавает в воде, погружившись на  $2/3$  своего объёма. Найти отношение объёма воздуха в бутылке к объёму стекла. Плотность стекла в  $2,5$  раза больше плотности воды.

$$\frac{V}{V_1} = 1 - \frac{\rho_c V_1}{\rho V} = x$$

ЗАДАЧА 57. (МФТИ, 2005) Кусок льда привязан нитью ко дну цилиндрического сосуда с водой (см. рисунок). Над поверхностью воды находится некоторый объём льда. Нить натянута с силой  $T = 1 \text{ Н}$ . На сколько и как изменится уровень воды в сосуде, если лёд растает? Площадь дна сосуда  $S = 400 \text{ см}^2$ , плотность воды  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ .

$$\Delta h = \frac{S \Delta \rho}{\rho} = \Delta h$$



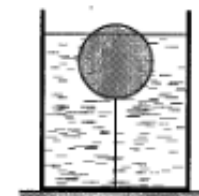
ЗАДАЧА 58. (МФТИ, 2005) На нити, привязанной к стойке, висит кусок льда, частично погружённый в воду, налитую в цилиндрический сосуд (см. рисунок). Найти силу натяжения нити, если после того, как лёд растаял, уровень воды в сосуде изменился на  $\Delta h = 3 \text{ см}$ . Площадь дна сосуда  $S = 60 \text{ см}^2$ , плотность воды  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ .

$$T = L$$



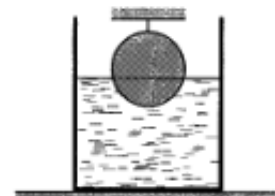
ЗАДАЧА 59. (МФТИ, 2005) Деревянный шарик привязан ко дну цилиндрического сосуда с водой (см. рисунок). Над поверхностью воды находится часть шарика, а нить натянута с некоторой силой. Если нить перерезать, то шарик всплывёт, и уровень воды в сосуде изменится на  $\Delta h = 4 \text{ см}$ . С какой силой была натянута нить? Площадь дна сосуда  $S = 100 \text{ см}^2$ . Плотность воды  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ .

$$T = L$$



ЗАДАЧА 60. (МФТИ, 2005) На нити, привязанной к стойке, висит деревянный шарик, частично погружённый в воду, налитую в цилиндрический сосуд (см. рисунок). Нить натянута с силой  $T = 3 \text{ Н}$ . Если нить перерезать, то шарик станет плавать в сосуде. На сколько и как при этом изменится уровень воды в сосуде? Площадь дна сосуда  $S = 300 \text{ см}^2$ . Плотность воды  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ .

$$\Delta h = 1 \text{ см, повышается}$$





Задача 61. (МФТИ, 2004) В цилиндрическое ведро с водой опустили обрезок доски, так что он стал плавать, а уровень воды в ведре изменился на  $\Delta h = 1$  см. Затем на доску сверху положили пластину из льда. В результате доска погрузилась в воду полностью, а пластина из льда — на  $\alpha = 7/10$  своего объёма. На сколько изменится объём воды в ведре, когда лёд полностью растает? Плотность воды —  $\rho_{\text{в}} = 1$  г/см<sup>3</sup>, льда —  $\rho_{\text{л}} = 0,9$  г/см<sup>3</sup>, дерева —  $\rho = 0,6$  г/см<sup>3</sup>. Площадь внутреннего сечения ведра  $S = 300$  см<sup>2</sup>.

$$\varepsilon_{\text{МФТИ}} 006 = \eta \nabla S \frac{(\alpha d \rho_{\text{л}} - \rho d)}{(\rho_{\text{в}} - \alpha d) \rho d} = \Delta \nabla$$

Задача 62. (МФТИ, 2004) Обрезок доски из дерева опустили в цилиндрическое ведро с водой так, что он стал плавать, а уровень воды в ведре изменился на  $\Delta h = 0,5$  см. Затем на доску положили алюминиевую пластинку объёмом  $V = 30$  см<sup>3</sup>. Доска вместе с пластинкой осталась на плаву. При этом доска погрузилась в воду полностью, а пластинка — на  $\alpha = 7/10$  своего объёма. Найти плотность дерева. Плотность алюминия  $\rho = 2,7$  г/см<sup>3</sup>, плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1$  г/см<sup>3</sup>, площадь внутреннего сечения ведра  $S = 280$  см<sup>2</sup>.

$$\varepsilon_{\text{МФТИ}} 012'0 = \frac{\eta \nabla S + \Lambda \left( \rho_{\text{в}} - \frac{\alpha d}{\rho} \right)}{\eta \nabla S \alpha d} = \rho d$$

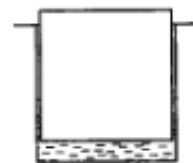
Задача 63. (МФТИ, 1996) В цилиндрическом сосуде с водой (стенки сосуда вертикальны) плавает деревянная дощечка. Если на неё сверху положить стеклянную пластинку, то дощечка с пластинкой останутся на плаву и уровень воды в сосуде увеличится на  $\Delta h$ . На сколько изменится уровень воды в сосуде с плавающей дощечкой, если ту же стеклянную пластинку бросить на дно сосуда? Плотность стекла  $\rho_{\text{с}}$ , плотность воды  $\rho_{\text{в}}$ .

$$\eta \nabla \frac{\rho d}{\alpha d} = \alpha \nabla$$

Задача 64. (МФТИ, 1996) В цилиндрический сосуд с водой (стенки сосуда вертикальны) опустили кусок льда, в который был вморожен осколок стекла. В результате уровень воды в сосуде поднялся на  $h_1 = 11$  мм, а лёд стал плавать, целиком погрузившись в воду. На сколько опустится уровень воды в сосуде за время таяния всего льда? Плотности стекла  $\rho_{\text{с}} = 2$  г/см<sup>3</sup>, воды  $\rho_{\text{в}} = 1$  г/см<sup>3</sup>, льда  $\rho = 0,9$  г/см<sup>3</sup>.

$$\eta \nabla \Gamma = \eta \eta \frac{\alpha d}{\alpha d - \rho d} \frac{d - \rho d}{d - \alpha d} = \tau \eta$$

Задача 65. (МФТИ, 1997) В лунку размером  $10 \times 10 \times 10$  см, целиком заполненную водой, опускают цилиндрическое тело (ось цилиндра вертикальна). В результате часть воды из лунки выливается, а тело начинает плавать в ней (см. рисунок). После этого из лунки отлили ещё  $m = 250$  г воды, так что цилиндр стал плавать, касаясь дна лунки.

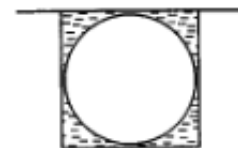


- 1) Какая масса воды  $M$  осталась в лунке?
- 2) Чему равна плотность  $\rho$  материала цилиндра?

Диаметр цилиндра  $d$  немного меньше 10 см, высота цилиндра равна его диаметру. Плотность воды  $\rho_0 = 1$  г/см<sup>3</sup>.

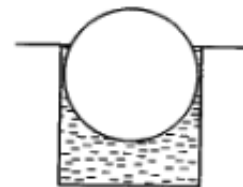
$$\varepsilon_{\text{МФТИ}} 012'0 = \frac{\rho P}{\rho_0} - \rho d = d (\tau - 1) \rho \Gamma = (\rho - \rho_0 d) \left( \frac{V}{\pi d^2} - 1 \right) = M \Gamma$$

Задача 66. (МФТИ, 1997) В лунке размером  $10 \times 10 \times 10$  см, полностью заполненной водой, лежит шарик (см. рисунок), плотность материала которого  $\rho = 2$  г/см<sup>3</sup>. Диаметр шарика  $d$  немного меньше 10 см. Какую минимальную по величине работу  $A$  надо совершить, чтобы вытащить шарик из воды? Плотность воды  $\rho_0 = 1$  г/см<sup>3</sup>.



$$\frac{\partial A}{\partial d} \approx \rho_0 g \left( \frac{d}{2} - d \right) \left( \frac{d}{2} - d \right) \frac{d}{2} = V$$

Задача 67. (МФТИ, 1997) На дне лунки размером  $10 \times 10 \times 10$  см лежит шар, диаметр которого  $d$  немного меньше 10 см. В лунку наливают воду до тех пор, пока шар не начинает плавать, касаясь дна лунки. После этого в лунку пришлось долить ещё  $m = 250$  г воды, чтобы она оказалась заполненной водой до верха (см. рисунок).

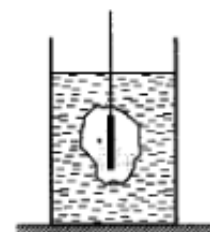


- 1) Какую массу воды  $M$  налили в лунку вначале?
  - 2) Чему равна плотность материала шара?
- Плотность воды  $\rho_0 = 1$  г/см<sup>3</sup>.

Указание. Объём шарового сегмента высотой  $h$  равен  $\Delta V = \frac{1}{3}\pi h^2 \left( \frac{3}{2}d - h \right)$ , где  $d$  — диаметр шара.

$$\frac{\partial W}{\partial d} = \frac{\partial \Delta V}{\partial d} = \left[ \left( \frac{\partial \Delta V}{\partial h} \right) \left( \frac{\partial h}{\partial d} \right) - \rho_0 g \left( \frac{d}{2} - d \right) \right] \frac{\partial \Delta V}{\partial d} = \rho_0 g \left( \frac{d}{2} - d \right) \frac{\partial \Delta V}{\partial d} = W$$

Задача 68. (МФТИ, 2000) В цилиндрическом стакане с водой на нити висит проволока, вмороженная в кусок льда. Лёд с проволокой целиком погружён в воду и не касается стенок и дна стакана (см. рисунок). После того как лёд растаял, проволока осталась висеть на нити, целиком погружённая в воду. Уровень воды в стакане за время таяния льда уменьшился на  $\Delta H$  ( $\Delta H > 0$ ), а сила натяжения нити увеличилась в  $k$  раз. Найти объём проволоки. Плотность воды  $\rho_0$ , проволоки —  $\rho$ , площадь внутреннего сечения стакана  $S$ .

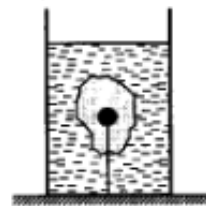


$$H \nabla S \frac{\partial d}{\partial d} - \frac{\rho_0 g}{\rho} = \Delta$$

Задача 69. (МФТИ, 2000) Гайка, вмороженная в кусок льда, висит на нити. После того как снизу поднесли цилиндрический стакан с водой, в которую целиком погрузили лёд с гайкой, сила натяжения нити уменьшилась на  $\Delta T$  ( $\Delta T > 0$ ), а уровень воды в стакане повысился. Лёд с гайкой при этом висит на нити в воде и не касается стенок и дна стакана. После того как лёд растаял, гайка осталась висеть на нити, целиком погружённая в воду, а уровень воды в стакане за время таяния льда понизился на  $\Delta H$  ( $\Delta H > 0$ ). Чему равен объём гайки? Плотность воды  $\rho_в$ , льда —  $\rho_л$ , площадь внутреннего сечения стакана  $S$ , ускорение свободного падения  $g$ .

$$H \nabla S \frac{\partial d}{\partial d} - \frac{\rho_л g}{\rho_в} = \Delta$$

Задача 70. (МФТИ, 2000) Деревянный шарик, замороженный в кусок льда, удерживается внутри цилиндрического стакана с водой нитью, прикреплённой ко дну (см. рисунок). Лёд с шариком целиком погружён в воду и не касается стенок и дна стакана. После того как лёд растаял, шарик остался плавать внутри стакана, целиком погружённый в воду. Сила натяжения нити за время таяния льда уменьшилась при этом в  $k$  раз ( $k > 1$ ), а уровень воды в стакане уменьшился на  $\Delta H$  ( $\Delta H > 0$ ). Чему равен объём шарика? Плотность воды  $\rho_0$ , дерева —  $\rho$  ( $\rho < \rho_0$ ), площадь внутреннего сечения стакана  $S$ .



$$H \nabla S \frac{(d - \rho d)(1 - \eta)}{\rho d} = \Lambda$$

Задача 71. (МФТИ, 2002) На чашке пружинных весов уравновесили сосуд, в котором находится вода массой  $m_B$ . Для приготовления солёного раствора была использована крупная соль, содержащая нерастворимые в воде примеси. Соль с примесями в марлевом мешочке была опущена на нити в сосуд, так что мешочек оказался полностью погружённым в воду (см. рисунок). После того как соль полностью растворилась в воде, показания весов изменились на  $\Delta P$  ( $\Delta P > 0$ ) по сравнению с их показаниями до опускания соли в воду. Плотность солёного раствора была измерена и оказалась равной  $\rho$ . Найти объём примесей  $V_{\text{п}}$ , оставшихся в мешочке после растворения соли, если он остался висеть на нити целиком погружённым в раствор. Плотность чистой соли равна  $\rho_c$ , плотность воды —  $\rho_B$ , ускорение свободного падения равно  $g$ .

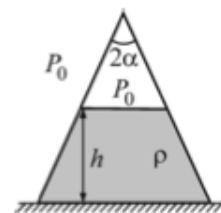


Указание. Считать раствор однородным с плотностью  $\rho = (m_c + m_B)/(V_c + V_B)$ , где  $m_c$  и  $m_B$  — массы соли и воды соответственно, а  $V_c$  и  $V_B$  — их объёмы.

$$\frac{(d - \rho d) \rho d}{(\rho d - d) \rho d} - \frac{\rho d}{d \rho} = \Lambda$$

#### 4 «Курчатов»

Задача 72. («Курчатов», 2015, 9, 11) Полая прямая призма, сделанная из тонкого прочного листового материала, имеет высоту  $L$ , а её основания представляют собой равнобедренные треугольники с углом  $2\alpha$  между боковыми сторонами. У призмы аккуратно удалили боковую грань, лежащую напротив угла  $2\alpha$ , и поставили призму на гладкий стол так, что упомянутый угол оказался сверху (основание призмы лежит в плоскости рисунка, её высота перпендикулярна плоскости рисунка). Вблизи оказавшегося сверху угла проделали маленькое отверстие, и начали медленно заливать через него внутрь призмы воду плотностью  $\rho$ . В момент, когда уровень воды в призме достиг высоты  $h$ , вода начала вытекать из-под призмы. Найдите массу  $m$  призмы с удалённой гранью, считая, что давление  $p_0$  воздуха над водой в призме и снаружи одинаково и равно атмосферному.



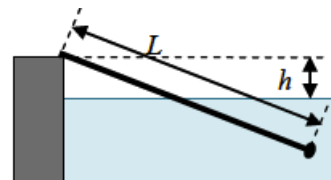
$\rho g h = p_0$

## 5 «Покори Воробьёвы горы!»

ЗАДАЧА 73. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) В сосуде находятся две несмешивающиеся жидкости с плотностями  $\rho_1 = 800 \text{ кг/м}^3$  и  $\rho_2 = 2000 \text{ кг/м}^3$ . В сосуд опускают тело плотностью  $\rho = 1200 \text{ кг/м}^3$ . При этом жидкости из сосуда не выливаются. Определите, какая часть объёма тела будет находиться в нижней жидкости.

$$\frac{\xi}{1} = \frac{\rho_2 - \rho}{\rho_2 - \rho_1} = \frac{\lambda}{\xi \lambda}$$

ЗАДАЧА 74. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) Узкая тонкая однородная доска длиной  $L = 1 \text{ м}$  лежит, опираясь одним из концов на борт бассейна. При этом второй конец доски опущен в воду, и к нему прикреплен небольшой груз (см. рисунок). Высота борта над водой  $h = 40 \text{ см}$ . Коэффициент трения между доской и бортом бассейна  $\mu = 0,75$ . При каком максимальном отношении массы груза к массе доски  $x = m/M$  доска может покоиться? Вода в бассейне неподвижна, плотность воды  $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$ , плотность дерева, из которого изготовлена доска,  $\rho = 0,5 \text{ г/см}^3$ .



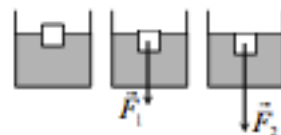
$$\frac{81}{1} = \left[ 1 - \left( \frac{\xi T \xi^{\prime}}{\xi^4 (\xi^{\prime} + 1)} - 1 \right) \frac{d}{\partial d} \right] \frac{\xi}{1} = \text{неш } x$$

## 6 «Росатом»

ЗАДАЧА 75. («Росатом», 2012, 11) Плавающая в одной жидкости, кубическое тело погружается на глубину  $h_1$ , а в другой — на глубину  $h_2$ . Какова будет глубина погружения тела в жидкость, плотность которой равна среднему арифметическому плотностей первой и второй жидкости?

$$\frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = \rho$$

ЗАДАЧА 76. («Росатом», 2011, 11) В сосуде с жидкостью плавает кубик, погрузившись в жидкость на  $2/3$  своего объёма. Чтобы погрузить кубик в жидкость на  $5/6$  объёма, к нему нужно приложить минимальную вертикальную силу  $F_1$ . Какую минимальную вертикальную силу  $F_2$  нужно приложить к кубику, чтобы полностью погрузить его в жидкость?



$$F_2 = F_1$$

ЗАДАЧА 77. («Росатом», 2011, 11) К поплавку массой  $m$  привязана леска с грузом. При этом поплавок погружен в воду на  $2/3$  своего объёма. Найти силу натяжения лески, если свободно плавающий поплавок погружён в воду на половину своего объёма.

$$F = \frac{mg}{2}$$

ЗАДАЧА 78. («Росатом», 2013, 9–10) Два сообщающихся сосуда имеют форму цилиндров с площадью сечений  $S$  и  $4S$ . В сосуды налита жидкость, поверхности которой закрыты невесомыми поршнями (см. рисунок). Если некоторый груз положить на поршень в левом сосуде, то этот поршень опустится на величину  $\Delta h$ . На какую величину по сравнению с первоначальным положением (пока груза на поршнях не было) опустится правый поршень, если груз снять с левого поршня и переложить на правый?



$$\frac{9\Delta h}{4}$$

ЗАДАЧА 79. («Росатом», 2013, 11) В цилиндрический сосуд наливают одинаковые объёмы несмешивающихся жидкостей с плотностями  $\rho$  и  $0,3\rho$ . Тело, объём которого в три раза меньше объёма каждой жидкости и которое тонет в обеих жидкостях, опускают в сосуд на длинной нити. Найти отношение давлений  $p_1/p_2$  жидкости около дна сосуда в положениях, когда тело полностью погружено либо в нижнюю ( $p_1$ ), либо в верхнюю ( $p_2$ ) жидкость.



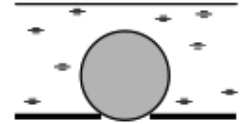
$$\frac{9}{7}$$

ЗАДАЧА 80. («Росатом», 2013, 11) К сосуду с жидкостью суммарной массой  $m$  прикреплена невесомая и нерастяжимая нить, перекинутая через блок. Ко второму концу нити прикреплено тело с массой  $1,2m$ , в положении равновесия частично погружённое в жидкость. На какую часть своего объёма тело погружено в жидкость? Плотность тела втрое больше плотности жидкости.



$$1/4$$

ЗАДАЧА 81. («Росатом», 2013, 11) В дне сосуда сделано круглое отверстие, которое заткнуто пробкой в виде шара. Радиус шара вдвое больше радиуса отверстия. В сосуд аккуратно наливают воду. При какой максимальной плотности пробка всплывет? Плотность воды  $\rho$  известна.



*Указание.* Объём шарового сегмента определяется формулой

$$V = \frac{\pi}{3} \left( 2R^3 - (2R^2 + r^2) \sqrt{R^2 - r^2} \right),$$

где  $R$  — радиус шара,  $r$  — радиус круга, который является основанием сегмента.

$$\rho_{\text{max}} = \frac{3\sqrt{3}}{8} \rho$$

### Ответ к задаче 40

- Если  $\rho_1 < \rho_0$ , то  $y = \frac{\rho_1}{\rho_0}h$ .
- Если  $\rho_1 = \rho_0$ , то  $h \leq y \leq H$ .
- Если  $\rho_0 < \rho_1 \leq \rho_0 \left(1 + \frac{h}{2H}\right)$ , то  $y = H + \sqrt{2hH \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} - 1\right)}$ .
- Если  $\rho_0 \left(1 + \frac{h}{2H}\right) < \rho_1 \leq \rho_0 \left(2 - \frac{h}{2H}\right)$ , то  $y = \frac{h}{2} + \frac{\rho_1}{\rho_0}H$ .
- Если  $\rho_1 > \rho_0 \left(2 - \frac{h}{2H}\right)$ , то  $y = 2H$ .

### Ответ к задаче 42

График состоит из горизонтальной линии  $l = 20$  см при  $V < 30$  л (груз в воздухе), наклонного участка, соединяющего точки (20 см; 30 л) и (10 см; 49 л) (груз при  $V$  от 30 л до 49 л частично погружён в воду), горизонтальной линии  $l = 10$  см при  $V > 49$  л (груз полностью в воде).