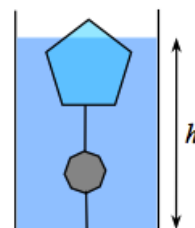


Гидростатика

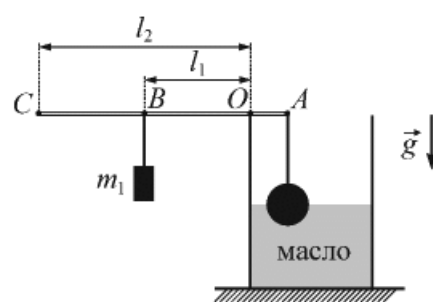
В этом листке собраны задачи по гидростатике, в основном использующие разные комбинированные идеи.

Задача 1. (МОШ, 2018, 8) В цилиндрическом сосуде с водой плавает льдинка с привязанной к ней детской игрушкой. Силы натяжения всех нитей одинаковы и равны T . Определите, в какую сторону и на сколько изменится уровень воды в стакане после того, как лёд растает. Площадь дна сосуда S , плотность воды ρ .



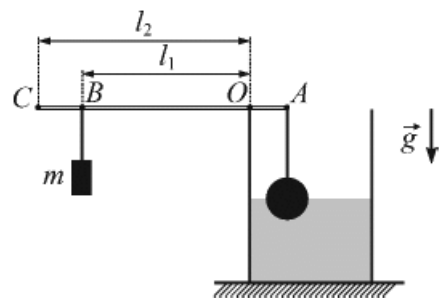
$$\frac{\delta h}{h} = \frac{\rho_{\text{ice}}}{\rho_{\text{water}}}$$

Задача 2. (МОШ, 2016, 7) К правому концу A стержня, масса которого пренебрежимо мала, подвесили на тонкой нити алюминиевый шарик. Стержень положили на край сосуда с машинным маслом (как показано на рисунке), а к точке B , находящейся на расстоянии $l_1 = 50$ см слева от точки опоры O , подвесили груз массой $m_1 = 2,3$ кг. При этом шарик оказался погружен в масло на половину своего объёма. Затем груз m_1 сняли, а стержень с шаром перенесли и положили на край сосуда с водой так, что точка опоры O осталась прежней. Груз какой массой m_2 надо подвесить к другому концу стержня C , находящемуся на расстоянии $l_2 = 110$ см от точки O , чтобы алюминиевый шарик снова оказался погруженным на половину своего объёма? Плотности алюминия, машинного масла и воды равны $\rho_a = 2700$ кг/м³, $\rho_m = 800$ кг/м³ и $\rho_v = 1000$ кг/м³ соответственно. Перед погружением шарика в воду его тщательно протерли от масла.



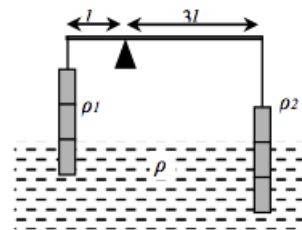
$$\text{для } \Gamma = \frac{\tau_1}{\tau_2} \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{V_1}{V_2} \Gamma_{\text{ш}} = \tau_{\text{ш}}$$

Задача 3. (МОШ, 2016, 8) К правому концу A стержня, масса которого пренебрежимо мала, подвесили на тонкой нити алюминиевый шарик. Стержень положили на край сосуда с водой (как показано на рисунке), а к точке B , находящейся на расстоянии $l_1 = 50$ см слева от точки опоры O , подвесили груз такой массой m , что шарик оказался погруженным в воду на половину своего объёма. На какую часть своего объёма окажется погруженным в воду этот шарик, если груз m перевесить из точки B в точку C , находящуюся на расстоянии $l_2 = 60$ см слева от точки O ? Плотность алюминия $\rho_a = 2700$ кг/м³, плотность воды $\rho_v = 1000$ кг/м³.



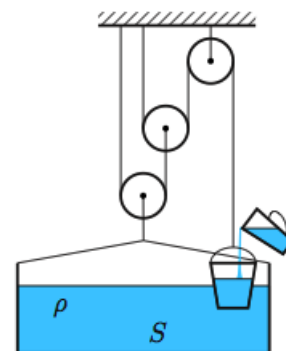
$$90^\circ = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \frac{l_1}{l_2} - \frac{\rho_1}{\rho_2} = \nu$$

Задача 4. (МОШ, 2017, 8) На лёгком рычаге уравновешены два цилиндра, имеющие одинаковые размеры. При этом точка опоры делит рычаг в отношении 1 к 3, а цилиндры погружены в жидкость (левый — на треть, а правый — на две трети объёма). Плотность левого цилиндра $\rho_1 = 4,0 \text{ г/см}^3$, а правого — $\rho_2 = 2,2 \text{ г/см}^3$. Определите плотность жидкости ρ .



$$\rho_1 V_1 (1 - \frac{2}{3}) = \rho_2 V_2 (\frac{2}{3}) + \rho V_2 (\frac{2}{3})$$

Задача 5. («Максвелл», 2017, финал, 7) Небольшое ведёрко частично погружено в воду, налитую в сосуд с вертикальными стенками. Сосуд связан с ведёрком с помощью лёгких блоков и нитей. Вся система находится в равновесии. Площадь дна сосуда S , плотность воды ρ .



1) На сколько изменится уровень жидкости в сосуде, если в ведёрко добавить Δm воды?

2) На сколько изменится уровень жидкости в сосуде, если в него добавить Δm воды?

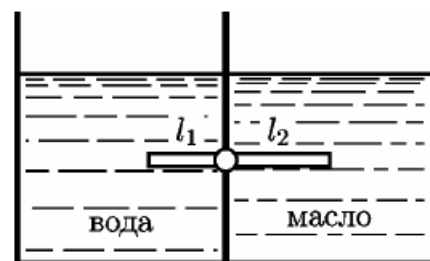
3) На сколько изменится уровень жидкости в сосуде, если добавить $\Delta m/2$ воды в ведёрко и $\Delta m/2$ воды в сосуд?

4) Если суммарно добавить в сосуд и в ведёрко Δm воды, то какую долю из добавленного надо налить в ведёрко, чтобы глубина его погружения в воду не изменилась?

Ведёрко не касается дна сосуда.

$$\Delta h = \frac{\Delta m}{\rho S} (1 - \frac{\rho_{\text{bucket}}}{\rho})$$

Задача 6. (МОШ, 2007, 8) Плотность масла измеряют в опыте, схема которого показана на рисунке. Сосуд разделён на две части вертикальной перегородкой. В одну часть сосуда налита вода, в другую — масло. В перегородку встроен шарнир, который может вращаться без трения. В шарнир вставлена однородная сосновая линейка, которая находится в равновесии. Длина левой части линейки равна $l_1 = 40 \text{ см}$, правой — $l_2 = 60 \text{ см}$. Плотность воды равна $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$, плотность линейки $\rho = 600 \text{ кг/м}^3$. Чему равна плотность масла $\rho_{\text{м}}$?



$$\rho_{\text{water}} l_1 = \rho_{\text{oil}} l_2 + \rho l_1$$

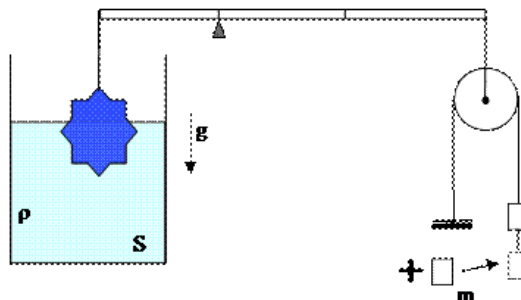
Задача 7. (МОШ, 2010, 8) В вертикальный цилиндрический стакан высотой $H = 10 \text{ см}$ и площадью дна $S = 100 \text{ см}^2$ налита вода до уровня $h = 8 \text{ см}$. В стакан опустили, не разбрызгивая воду, $N_1 = 100$ стальных шариков объёмом $V_1 = 1 \text{ см}^3$ каждый, а затем ещё $N_2 = 50$ ледяных кубиков объёмом $V_2 = 2,5 \text{ см}^3$. Какова оказалась после этого сила F давления на дно стакана? Плотность воды $\rho = 1 \text{ г/см}^3$, стали — $\rho_1 = 7,8 \text{ г/см}^3$, льда — $\rho_2 = 0,9 \text{ г/см}^3$, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$, трением и атмосферным давлением пренебречь.

$$F = \rho g S h + \rho_1 g V_1 N_1 + \rho_2 g V_2 N_2$$

ЗАДАЧА 8. («Физтех», 2014, 8–10) В цилиндрическом сосуде с водой плавает поплавок, к которому привязан груз массой $m = 3$ кг и объёмом $V = 1$ л. Как изменится уровень воды в сосуде, если нить оборвётся и груз утонет? Площадь дна сосуда $S = 100$ см², плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³. Ответ выразите в сантиметрах. Если ответ не целый, то округлить до сотых. Вводите положительное число, если уровень воды повысится, и отрицательное, если понизится.

07-

ЗАДАЧА 9. («Физтех», 2016, 8) Тело, частично погружённое в жидкость, находящуюся в сосуде с вертикальными стенками, уравновешено с помощью рычага, блока и груза. Опора делит рычаг в отношении 1 : 2. На сколько изменится (по модулю) высота уровня жидкости в сосуде, если к грузу добавить довесок, имеющий массу 0,3 кг? Тело остаётся частично погружённым в жидкость. Площадь дна сосуда $S = 100$ см². Плотность жидкости 1200 кг/м³. Ответ выразить в см, округлить до целых.



01

ЗАДАЧА 10. («Максвелл», 2017, РЭ, 8) Лёгкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погружённый в жидкость шарик объёмом $V = 10$ см³ и плотностью $\rho = 500$ кг/м³ (рис.). Плотность жидкости в сосуде равна $\rho_0 = 1200$ кг/м³. Найдите модуль разности сил реакции опор.

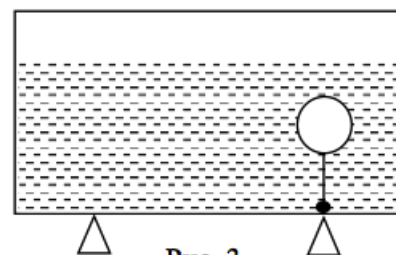
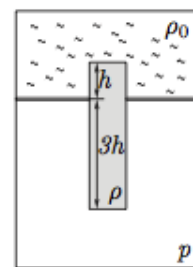


Рис. 3

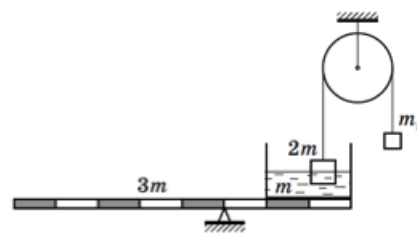
$$\Delta F = \rho_0 V (\rho - \rho_0) = \Delta F$$

ЗАДАЧА 11. («Максвелл», 2014, 8) В герметичном сосуде сверху находится жидкость с плотностью $\rho_0 = 800$ кг/м³, отделённая легким подвижным поршнем от газа (см. рисунок), находящегося внизу и имеющего давление $p = 20$ кПа. В поршне есть круглое отверстие, в которое вставлен цилиндрический поплавок, причём в жидкость поплавок погружён на некоторую длину h , а в газ — на длину $3h$. Площадь основания поплавка S . Поплавок может свободно скользить относительно поршня, а поршень — относительно стенок сосуда. Жидкость нигде не подтекает. Какой должна быть плотность поплавка ρ , чтобы система могла оставаться в равновесии? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



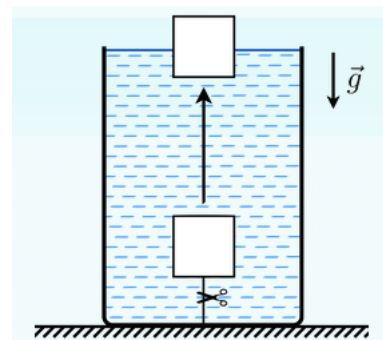
$$\rho = 200 \text{ кг/м}^3$$

ЗАДАЧА 12. («Максвелл», 2018, РЭ, 8) Прямоугольный лёгкий сосуд с жидкостью массой m помещён на однородный рычаг массой $3m$. В жидкость опущено тело массой $2m$, не касающееся дна сосуда и удерживаемое нитью, перекинутой через блок (см. рисунок). Какой массы m_x груз необходимо подвесить к противоположному концу нити для равновесия всей системы? Трения в осях рычага и блока нет. Необходимые расстояния можно взять из рисунка.



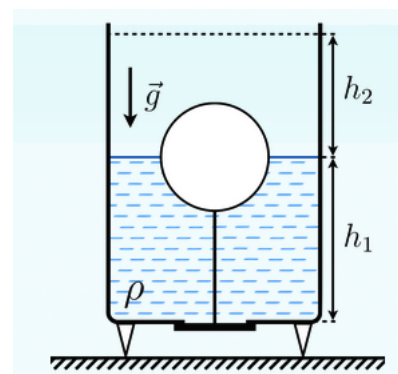
$$u_{\xi}^{\zeta} = x u$$

ЗАДАЧА 13. (Олимпиада Физтех-лицея, 2015, 10–11) С помощью нити пластиковый кубик массой $m = 24$ г прикреплен ко дну цилиндрического сосуда, наполненного водой, причём кубик целиком погружён в воду. После того как перерезали нить, кубик всплывает. Как и на сколько изменился уровень воды в сосуде? Ответ выразить в мм, округлив до целых. Если уровень повысился, то ответ следует внести со знаком «+», если же понизился, то со знаком «-». Длина ребра кубика равна $a = 4$ см. Площадь поперечного сечения сосуда равна $S = 200$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³.



$$\zeta -$$

ЗАДАЧА 14. (Олимпиада Физтех-лицея, 2015, 8–9) Сосуд заполнен жидкостью плотности $\rho = 1,5$ г/см³ до уровня $h_1 = 30$ см. Отверстие площади $S = 120$ см² в дне перекрыто снизу пластинкой, которая связана нитью с поплавком, наполовину погружённым в жидкость. С какой силой пластинка давит на дно, если при повышении уровня жидкости на величину $h_2 = 50$ см (при которой поплавок полностью погружён) жидкость начинает выдавливаться из отверстия? Ответ выразить в Н, округлив до целых. Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг. Массами поплавка, нити и пластинки пренебречь.



$$81$$

ЗАДАЧА 15. («Физтех», 2015, 10) В цилиндрическом сосуде с вертикальными стенками, заполненном солёной водой с плотностью 1250 кг/м³, плавает кусок пресного льда. Когда лёд растаял, глубина жидкости в сосуде увеличилась на 5%. Какой стала плотность жидкости после таяния льда? Ответ выразите в кг/м³ и округлите до целых.

$$0611$$

ЗАДАЧА 16. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 7–9) Наземникус решил спрятать один из вынесенных золотых слитков в глубоком цилиндрическом колодце, площадь поперечного сечения которого $S = 0,5 \text{ м}^2$. В колодце была вода и поддерживалась температура 0°С . Наземникус поместил слиток в кусок льда, причем лёд со слитком плавал на поверхности воды в колодце, не касаясь стенок. Из-за небольшого повышения температуры лёд все-таки растаял, и уровень воды в колодце понизился на $\Delta h_1 \approx 9,48 \text{ мм}$ (вода из колодца не выливается и в колодец не поступает). После извлечения слитка из колодца уровень понизился ещё на $\Delta h_2 \approx 0,52 \text{ мм}$. Найдите массу золотого слитка и определите его плотность (слитки содержат небольшое количество примесей, и их плотность может отличаться от «табличной» плотности чистого золота). Плотность воды в колодце $\rho_0 = 1,00 \text{ г/см}^3$, тепловым расширением всех материалов при небольшом нагревании пренебечь.

$$\rho_{\text{зол}} V_{\text{слитка}} \approx \frac{\rho_0 \Delta h_1}{\Delta h_1 + \Delta h_2} S d = d \rho_{\text{л}} S \approx (\rho_0 \Delta h_1 + \rho_{\text{л}} \Delta h_2) S d = m$$