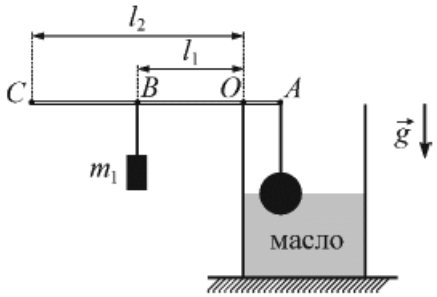
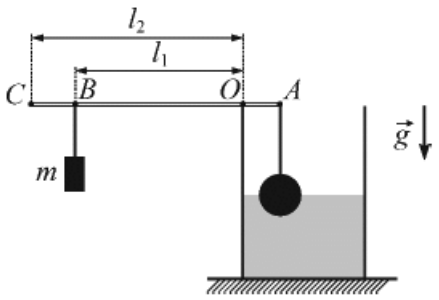
Гидростатика

В этом листке собраны задачи по гидростатике, в основном использующие разные комбинированные идеи.



Задача 1. (*МФО, 2016, 7*) К правому концу A стержня, масса которого пренебрежимо мала, подвесили на тонкой нити алюминиевый шарик. Стержень положили на край сосуда с машинным маслом (как показано на рисунке), а к точке B, находящейся на расстоянии $l_1 = 50$ см слева от точки опоры O, подвесили груз массой $m_1 = 2{,}3$ кг. При этом шарик оказался погружен в масло на половину своего объёма. Затем груз m_1 сняли, а стержень с шаром перенесли и положили на край сосуда с водой так, что точка опоры O осталась прежней. Груз какой массой m_2 надо подвесить к другому концу стержня C, находящемуся на расстоянии $l_2 = 110$ см от точки O, чтобы алюминиевый шарик снова оказался погруженным на половину своего объёма? Плотности алюминия, машинного масла и воды равны $\rho_а = 2700$ кг/м^3, $\rho_м = 800$ кг/м^3 и $\rho_в = 1000$ кг/м^3 соответственно. Перед погружением шарика в воду его тщательно протерли от масла.

$$\boxed{m_2 = m_1 \frac{2\rho_а - \rho_в}{2\rho_а - \rho_м} \frac{l_1}{l_2} = 1 \text{ кг}}$$



Задача 2. (*МФО, 2016, 8*) К правому концу A стержня, масса которого пренебрежимо мала, подвесили на тонкой нити алюминиевый шарик. Стержень положили на край сосуда с водой (как показано на рисунке), а к точке B, находящейся на расстоянии $l_1 = 50$ см слева от точки опоры O, подвесили груз такой массой m, что шарик оказался погруженным в воду на половину своего объёма. На какую часть своего объёма окажется погруженным в воду этот шарик, если груз m перевесить из точки B в точку C, находящуюся на расстоянии $l_2 = 60$ см слева от точки O? Плотность алюминия $\rho_а = 2700$ кг/м^3, плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3.

$$\boxed{\alpha = \frac{\rho_а}{\rho_в} - \frac{l_2}{l_1}\left(\frac{\rho_а}{\rho_в} - \frac{1}{2}\right) = 0{,}06}$$

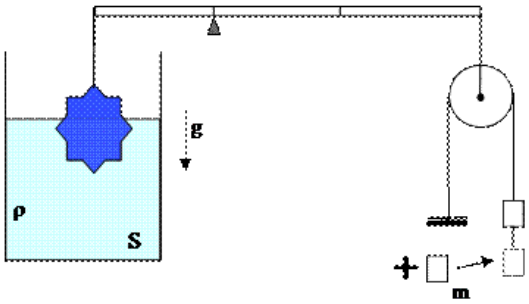
Задача 3. (*МФО, 2010, 8*) В вертикальный цилиндрический стакан высотой $H = 10$ см и площадью дна $S = 100$ см^2 налита вода до уровня $h = 8$ см. В стакан опустили, не разбрызгивая воду, $N_1 = 100$ стальных шариков объёмом $V_1 = 1$ см^3 каждый, а затем ещё $N_2 = 50$ ледяных кубиков объёмом $V_2 = 2{,}5$ см^3. Какова оказалась после этого сила F давления на дно стакана? Плотность воды $\rho = 1$ г/см^3, стали — $\rho_1 = 7{,}8$ г/см^3, льда — $\rho_2 = 0{,}9$ г/см^3, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2, трением и атмосферным давлением пренебречь.

$$\boxed{F = \rho g H S + N_1(\rho_1 - \rho)V_1 g = 16{,}8 \text{ Н}}$$

Задача 4. (*«Физтех», 2014, 8–10*) В цилиндрическом сосуде с водой плавает поплавок, к которому привязан груз массой $m = 3$ кг и объёмом $V = 1$ л. Как изменится уровень воды в сосуде, если нить оборвётся и груз утонет? Площадь дна сосуда $S = 100$ см^2, плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3. Ответ выразите в сантиметрах. Если ответ не целый, то округлить до сотых. Вводите положительное число, если уровень воды повысится, и отрицательное, если понизится.

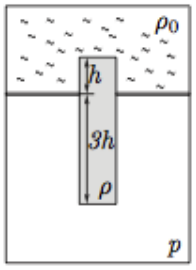
$\boxed{-20}$

Задача 5. (*«Физтех», 2016, 8*) Тело, частично погружённое в жидкость, находящуюся в сосуде с вертикальными стенками, уравновешено с помощью рычага, блока и груза. Опора делит рычаг в отношении 1 : 2. На сколько изменится (по модулю) высота уровня жидкости в сосуде, если к грузу добавить довесок, имеющий массу 0,3 кг? Тело остаётся частично погружённым в жидкость. Площадь дна сосуда $S = 100$ см^2. Плотность жидкости 1200 кг/м^3. Ответ вырасить в см, округлить до целых.



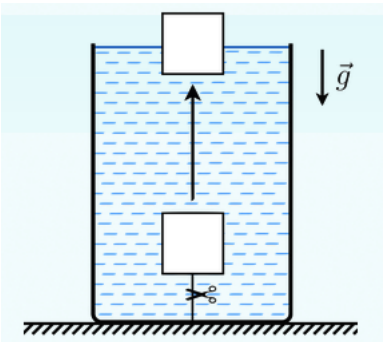
$\boxed{10}$

Задача 6. (*«Максвелл», 2014, 8*) В герметичном сосуде сверху находится жидкость с плотностью $\rho_0 = 800$ кг/м^3, отделённая легким подвижным поршнем от газа (см. рисунок), находящегося внизу и имеющего давление $p = 20$ кПа. В поршне есть круглое отверстие, в которое вставлен цилиндрический поплавок, причём в жидкость поплавок погружён на некоторую длину h, а в газ — на длину $3h$. Площадь основания поплавка S. Поплавок может свободно скользить относительно поршня, а поршень — относительно стенок сосуда. Жидкость нигде не подтекает. Какой должна быть плотность поплавка ρ, чтобы система могла оставаться в равновесии? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



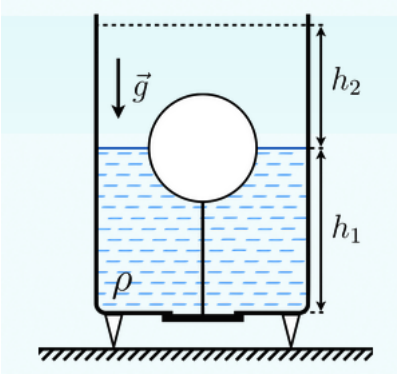
$\boxed{\rho = 200 \text{ кг/м}^3}$

Задача 7. (*Олимпиада Физтех-лицея, 2015, 10–11*) С помощью нити пластиковый кубик массой $m = 24$ г прикреплён ко дну цилиндрического сосуда, наполненного водой, причём кубик целиком погружён в воду. После того как перерезали нить, кубик всплывает. Как и на сколько изменился уровень воды в сосуде? Ответ выразить в мм, округлив до целых. Если уровень повысился, то ответ следует внести со знаком «+», если же понизился, то со знаком «−». Длина ребра кубика равна $a = 4$ см. Площадь поперечного сечения сосуда равна $S = 200$ см^2. Плотность воды $\rho = 1$ г/см^3.



$\boxed{-2}$

Задача 8. (*Олимпиада Физтех-лицея, 2015, 8–9*) Сосуд заполнен жидкостью плотности $\rho = 1{,}5$ г/см^3 до уровня $h_1 = 30$ см. Отверстие площади $S = 120$ см^2 в дне перекрыто снизу пластинкой, которая связана нитью с поплавком, наполовину погружённым в жидкость. С какой силой пластинка давит на дно, если при повышении уровня жидкости на величину $h_2 = 50$ см (при которой поплавок полностью погружён) жидкость начинает выдавливаться из отверстия? Ответ выразить в Н, округлив до целых. Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг. Массами поплавка, нити и пластинки пренебречь.



18

Задача 9. (*«Физтех», 2015, 10*) В цилиндрическом сосуде с вертикальными стенками, заполненном солёной водой с плотностью 1250 кг/м^3, плавает кусок пресного льда. Когда лёд растаял, глубина жидкости в сосуде увеличилась на 5%. Какой стала плотность жидкости после таяния льда? Ответ выразите в кг/м^3 и округлите до целых.

1190

Задача 10. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2014, 7–9*) Наземникус решил спрятать один из вынесенных золотых слитков в глубоком цилиндрическом колодце, площадь поперечного сечения которого $S = 0{,}5$ м^2. В колодце была вода и поддерживалась температура 0 °C. Наземникус поместил слиток в кусок льда, причем лёд со слитком плавал на поверхности воды в колодце, не касаясь стенок. Из-за небольшого повышения температуры лёд все-таки растаял, и уровень воды в колодце понизился на $\Delta h_1 \approx 9{,}48$ мм (вода из колодца не выливается и в колодец не поступает). После извлечения слитка из колодца уровень понизился ещё на $\Delta h_2 \approx 0{,}52$ мм. Найдите массу золотого слитка и определите его плотность (слитки содержат небольшое количество примесей, и их плотность может отличаться от «табличной» плотности чистого золота). Плотность воды в колодце $\rho_0 = 1{,}00$ г/см^3, тепловым расширением всех материалов при небольшом нагревании пренебречь.

$m = \rho_0 S(\Delta h_1 + \Delta h_2) \approx 5$ кг, $\rho = \rho_0 \frac{\Delta h_1 + \Delta h_2}{\Delta h_2} \approx 19{,}2$ г/см^3