

## Сила Лоренца

Если заряд  $q$  движется в магнитном поле  $B$  со скоростью  $v$ , то на заряд со стороны магнитного поля действует *сила Лоренца*

$$F = qvB \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ . Вектор  $\vec{F}$  перпендикулярен векторам  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$  и направлен туда, глядя откуда кратчайший поворот вектора  $\vec{v}$  к вектору  $\vec{B}$  виден *против часовой стрелки*.

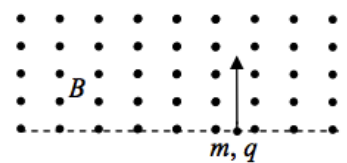
**ЗАДАЧА 1.** (*Ларморовский радиус*) В однородном магнитном поле с индукцией  $B$  движется со скоростью  $v$  частица массой  $m$  и зарядом  $q$ . Направление скорости частицы перпендикулярно линиям магнитного поля. Объясните, почему траекторией заряда является окружность, и найдите радиус этой окружности.

$$\frac{q^2 b}{4\pi m} = \gamma$$

**ЗАДАЧА 2.** В условиях предыдущей задачи скорость частицы увеличилась в два раза. Как изменился период обращения частицы?

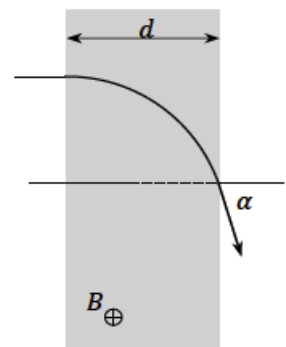
Период не изменился

**ЗАДАЧА 3.** (*Всеросс., 2014, ШЭ, 11*) Частица массой  $m$ , несущая заряд  $q$ , влетает со скоростью  $v$  в область однородного магнитного поля с индукцией  $B$  перпендикулярно линиям индукции и плоской границе области (см. рисунок). Определите максимальное расстояние, на которое удалится от границы области частица в процессе своего движения.



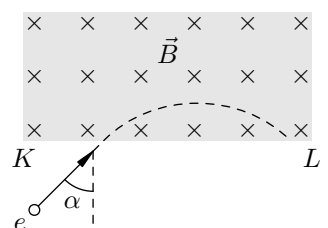
$$\frac{q^2 b}{4\pi m} = \gamma$$

**ЗАДАЧА 4.** (*МОШ, 2017, 11*) Частица массой  $m$  и зарядом  $q$  влетает со скоростью  $v$  в область однородного магнитного поля шириной  $d$ . В результате после прохождения магнитного поля направление скорости изменяется на угол  $\alpha$ . Траектория частицы лежит в одной плоскости (см. рис.). Определите индукцию магнитного поля  $B$  и время пролёта частицы через магнитное поле.



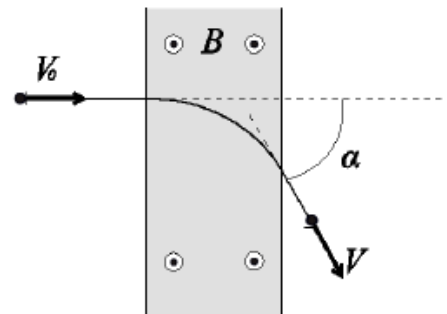
$$B = \frac{mv}{q} \sin \alpha; \tau = \frac{pd}{qv \sin \alpha}$$

**ЗАДАЧА 5.** (*МФТИ*) Электрон со скоростью  $v = 10^9$  см/с влетает в область однородного магнитного поля с индукцией  $B = 10^{-3}$  Тл (см. рисунок). Направление скорости перпендикулярно линиям индукции поля. Определите максимальную глубину  $h$  проникновения электрона в область магнитного поля (то есть наибольшее удаление электрона от прямой  $KL$ ). Отношение заряда электрона к его массе  $\gamma = 1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг, угол падения  $\alpha = 30^\circ$ .



$$h = \frac{mv \sin \alpha}{qB} = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$$

ЗАДАЧА 6. («Физтех», 2016, 11) Частица массой  $m = 6,6 \cdot 10^{-27}$  кг и зарядом  $q = 3,2 \cdot 10^{-19}$  Кл пролетает область однородного магнитного поля с индукцией  $B = 0,03$  Тл, изменив направление своего движения на угол  $\alpha = 0,8$  рад (см. рисунок). Начальная скорость частицы перпендикулярна границе поля и силовым линиям поля.

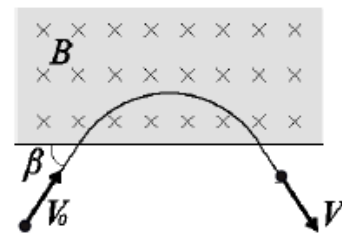


1) Найти отношение скорости  $v$  при вылете из поля к скорости  $v_0$  при влёте в поле. Дать объяснение.

2) Найти время пролёта частицы через магнитное поле.

$$\frac{v}{v_0} = \frac{qB}{m\omega} = \frac{qB}{m\omega} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 7. («Физтех», 2016, 11) Электрон влетает в область однородного магнитного поля и через время  $t = 0,91$  нс покидает поле (см. рисунок). Начальная скорость электрона перпендикулярна силовым линиям поля и составляет угол  $\beta = 0,4$  рад с границей поля. Масса электрона  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг, модуль его заряда  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

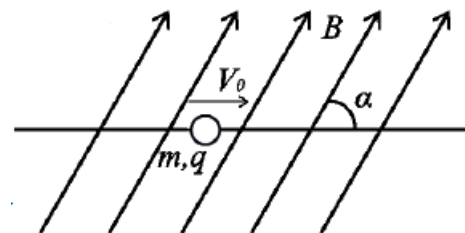


1) Найти отношение скорости  $v$  при вылете из поля к скорости  $v_0$  при влёте в поле. Дать объяснение.

2) Найти индукцию магнитного поля.

$$\frac{v}{v_0} = \frac{eB}{m\omega} = \frac{eB}{m\omega} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 8. («Физтех», 2016, 11) Бусинка массой  $m$  с положительным зарядом  $q$  может скользить вдоль закреплённой длинной спицы. Бусинка со спицей помещены в однородное магнитное поле с индукцией  $B$  (см. рисунок). Угол между вектором индукции и спицей равен  $\alpha = \arcsin \frac{2}{5}$ . Бусинке сообщают скорость  $v_0$ . Коэффициент трения между бусинкой и спицей равен  $\mu$ . Действие силы тяжести не учитывать.



1) Найти силу трения, действующую на бусинку в момент, когда ее скорость станет  $v_0/3$ .

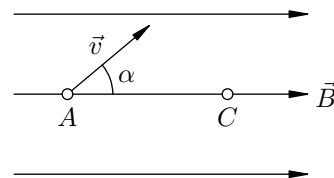
2) На какое расстояние сместится бусинка к моменту, когда ее скорость станет  $v_0/3$ ?

$$\frac{qBv_0}{2m\omega} = s \quad (2) \quad \frac{qBv_0}{2m\omega} = f \quad (1)$$

ЗАДАЧА 9. (Винтовая линия) В область однородного магнитного поля  $B$  влетает заряженная частица, скорость  $v$  которой направлена под острым углом  $\alpha$  к вектору магнитной индукции. Объясните, почему траекторией частицы будет винтовая линия. Найдите радиус и шаг этой винтовой линии. Масса частицы равна  $m$ , заряд равен  $q$ .

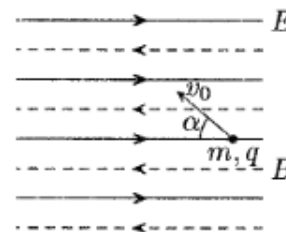
$$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}, \quad d = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{qB} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 10. (МФТИ) Электрон влетает в однородное магнитное поле. В точке  $A$  он имеет скорость  $v$ , которая составляет с направлением поля угол  $\alpha$  (см. рисунок). При какой индукции магнитного поля электрон окажется в точке  $C$ ? Заряд электрона равен  $e$ , его масса равна  $m$ , расстояние  $AC = L$ .



$$\boxed{B = \frac{mv \sin \alpha}{eL}}$$

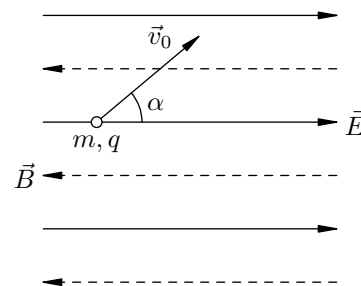
ЗАДАЧА 11. (МФТИ, 2002) Частица массой  $m$  с положительным зарядом  $q$  находится в однородных электрическом и магнитном полях. Напряжённость электрического поля равна  $E$ . Линии индукции магнитного поля параллельны силовым линиям электрического поля. В начальный момент частице сообщают скорость  $v_0$ , направленную под углом  $\alpha$  к линиям индукции (см. рисунок). Через некоторое время частица возвращается в начальную точку.



- Чему равно это время?
- Найти индукцию магнитного поля  $B$ , при которой возвращение в начальную точку возможно.

$$\boxed{B = \frac{E \sin \alpha}{v_0 \cos \alpha}, \quad \tau = \frac{2\pi m v_0 \cos \alpha}{qE \sin \alpha}}$$

ЗАДАЧА 12. (МФТИ, 2002) Частица массой  $m$  с положительным зарядом  $q$  находится в однородных электрическом и магнитном полях. Линии индукции магнитного поля параллельны силовым линиям электрического поля. В начальный момент частице сообщают скорость  $v_0$ , направленную под углом  $\alpha$  к силовым линиям (см. рисунок). Через время  $\tau$  частица оказывается вновь на той же силовой линии электрического поля, с которой она стартовала, на расстоянии  $L$  от первоначальной точки.



- Чему равна напряжённость электрического поля  $E$ ?
- Найти индукцию магнитного поля  $B$ .

$$\boxed{E = \frac{2\pi m v_0 \cos \alpha}{q\tau}, \quad B = \frac{q v_0 \sin \alpha}{m \tau}}$$

ЗАДАЧА 13. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) Силовые линии однородного электрического поля с напряжённостью  $E = 25$  В/м параллельны линиям индукции однородного магнитного поля с индукцией  $B = 0,06$  Тл.  $\alpha$ -частица влетает в эти поля под углом  $\beta = 60^\circ$  к силовым линиям с начальной скоростью  $v_0 = 25$  км/с. Найти отношение величины шага  $n$ -го витка винтовой линии, по которой движется частица, к радиусу этого витка. Считать, что масса  $\alpha$ -частицы  $m_\alpha = 4m_p$ , заряд  $q_\alpha = 2e$ ,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл — заряд электрона,  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг — масса протона.

$$\boxed{\frac{n}{r} = \frac{2\pi q_\alpha v_0 \sin \beta}{E} + 3,25 \approx 3,25 + 0,76n}$$

ЗАДАЧА 14. («Физтех», 2016, 11) Шарик массой  $m$  с зарядом  $q$  брошен с поверхности Земли со скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. В области, где движется шарик, наряду с гравитационным полем создано однородное магнитное поле, линии индукции которого вертикальны. Через некоторое время шарик возвращается в точку старта. Силой сопротивления воздуха пренебречь.

- 1) Найти продолжительность полёта.
- 2) Найти возможные величины индукции магнитного поля.

$$\mathbb{N} \ni u \text{ эл.п. } ; \frac{v_0 \sin \alpha q b}{B m \mu_0} = \mathcal{E} \left( \mathcal{Z} ; \frac{b}{\sigma \mu_0 \sin \alpha} = \tau \right) (1)$$

ЗАДАЧА 15. («Физтех», 2016, 11) Шарик массой  $m$  с зарядом  $q$  брошен с поверхности Земли со скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. В области, где движется шарик, наряду с гравитационным полем создано однородное магнитное поле, линии индукции которого вертикальны. Через время  $\tau$  шарик оказался на некоторой высоте и на одной вертикали с точкой старта. Силой сопротивления воздуха пренебречь.

- 1) На какой высоте оказался шарик через время  $\tau$ ?
- 2) Найти возможные величины индукции магнитного поля.

$$\mathbb{N} \ni u \text{ эл.п. } ; u \frac{q b}{2 \pi m} = \mathcal{E} \left( \mathcal{Z} ; \frac{g \tau^2}{2} - \tau \cdot v_0 \sin \alpha = h \right) (1)$$

ЗАДАЧА 16. («Физтех», 2016, 11) Шарик массой  $m$  с зарядом  $q$  брошен с поверхности Земли со скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. В области, где движется шарик, наряду с гравитационным полем создано однородное магнитное поле, линии индукции которого вертикальны. Через некоторое время шарик достигает максимальной высоты подъёма, оказавшись на одной вертикали с точкой старта. Силой сопротивления воздуха пренебречь.

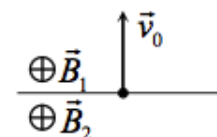
- 1) Через какое время шарик достиг максимальной высоты подъёма?
- 2) Найти возможные величины индукции магнитного поля.

$$\mathbb{N} \ni u \text{ эл.п. } ; \frac{v_0 \sin \alpha q b}{2 \pi m g} = \mathcal{E} \left( \mathcal{Z} ; \frac{b}{\sigma \mu_0 \sin \alpha} = \tau \right) (1)$$

ЗАДАЧА 17. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) В области над плоской поверхностью земли, заэкранированной от действия электрических полей, создано горизонтальное магнитное поле с индукцией  $B$ . В эту область влетел электрон, двигаясь горизонтально на высоте  $h$ , и продолжил своё движение равномерно-прямолинейно. Пролетев таким образом сквозь эту область, он вылетел в соседнюю, где было только поле тяжести. На каком расстоянии по горизонтали от точки вылета электрон врежется в землю? Отношение заряда к массе у электрона и ускорение свободного падения считать известными.

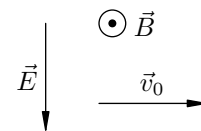
$$\frac{q e}{4 \pi \epsilon_0 h^2} = s$$

ЗАДАЧА 18. («Росатом», 2015, 11) В двух полупространствах созданы однородные магнитные поля с индукциями  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  ( $B_2 = 2B_1$ ), векторы которых параллельны. Частица с зарядом  $q$  и массой  $m$  находится на границе раздела полей и имеет скорость  $\vec{v}_0$ , направленную перпендикулярно границе раздела. Найти среднюю скорость смещения частицы вдоль границы раздела полей за большое время.



$$v_{cp} = \frac{\pi (B_1 + B_2)}{2 v_0 (B_2 - B_1)} = d_{cp}$$

ЗАДАЧА 19. (МФТИ, 1992) Заряженная частица движется в однородных взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях. В некоторый момент времени её скорость  $\vec{v}_0$  перпендикулярна векторам  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  (см. рисунок). Чему будет равно отношение изменения кинетической энергии к начальной кинетической энергии частицы в те моменты, когда вектор её скорости будет перпендикулярен  $\vec{v}_0$ , если известно, что  $E/(v_0 B) = \beta \ll 1$ ?



$$\Delta K / K = 2\beta$$

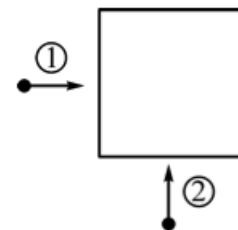
ЗАДАЧА 20. (МОШ, 2015, 11) Протон (заряд  $+e$ , масса  $m$ ) движется в электромагнитном поле по окружности радиуса  $R$ . В каждой точке траектории электрическое поле направлено к центру окружности и равно  $E$ . Индукция магнитного поля направлена перпендикулярно плоскости окружности и равна  $B$ . При каких условиях на параметры задачи протон движется со скоростью, много меньшей скорости света? Какой может быть кинетическая энергия протона? Решите задачу в общем случае и получите численный ответ в двух частных случаях:

- (а)  $R = 1$  м,  $E = 1$  кВ/м,  $B = 0$ ;
- (б)  $R = 1$  м,  $E = 1$  кВ/м,  $B = 0,1$  Тл.

Ответ представьте в электронвольтах (1 эВ — энергия, получаемая протоном при прохождении разности потенциалов 1 В). Элементарный заряд составляет  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, масса протона  $m = 1,7 \cdot 10^{-27}$  кг, скорость света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с.

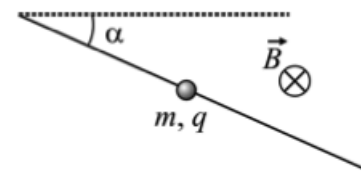
$$eBR \ll mc, eER \ll mc^2; K = \frac{1}{2} eER \left( 1 + \alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 2\alpha} \right), \text{ где } \alpha = \frac{eBR}{mc}, \text{ (а) } K = 470 \text{ кэВ или } K = 0,53 \text{ эВ; (б) } K = 500 \text{ кэВ;}$$

ЗАДАЧА 21. (МОШ, 2012, 11) В некоторой области пространства созданы однородное электрическое и магнитное поля. Когда электрон влетает в эту область со скоростью  $v$  в направлении, показанном стрелкой 1, он движется в этой области прямолинейно и равномерно. Когда электрон с такой же по модулю скоростью влетает в электромагнитное поле вдоль стрелки 2, перпендикулярной направлению 1, он тоже движется в поле прямолинейно и равномерно. Определите направления векторов напряженности электрического поля  $E$  и магнитной индукции  $B$ . Найдите отношение модулей  $E/B$ .



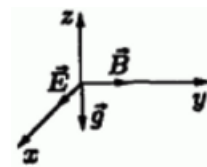
$$E_x = E_y = 0; B_x = -B_y; E/B = v/\sqrt{2} \text{ (ось } x \text{ вдоль 1, ось } y \text{ вдоль 2)}$$

ЗАДАЧА 22. (МОШ, 2011, 11) Бусинка, нанизанная на неподвижный стержень, образующий угол  $\alpha$  с горизонтом (см. рисунок), имеет массу  $m$  и заряд  $q$ . Бусинка может скользить вдоль стержня с коэффициентом трения  $\mu$  и начинает движение из состояния покоя, причём  $\mu < \text{tg } \alpha$ . Система находится в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , линии которой горизонтальны (перпендикулярны плоскости рисунка и направлены за его плоскость). Какую максимальную скорость и какое максимальное ускорение будет иметь бусинка при движении? Стержень не проводит ток. Рассмотреть два случая:  $q > 0$  и  $q < 0$ .



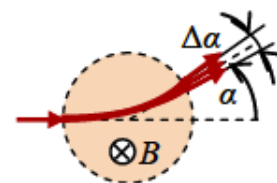
$$\left. \begin{array}{l} 0 > b \text{ и } \mu < \text{tg } \alpha \\ 0 < b \text{ и } \mu < \text{tg } \alpha \end{array} \right\} \text{ ' (} v \text{ cos } \alpha - v \text{ sin } \alpha \text{) } g \left. \begin{array}{l} 0 > b \text{ и } \mu < \text{tg } \alpha \\ 0 < b \text{ и } \mu < \text{tg } \alpha \end{array} \right\} = x_{\text{max}} \left. \begin{array}{l} \text{' (} v \text{ cos } \alpha - v \text{ sin } \alpha \text{) } \frac{d|b|}{dt} \\ \text{' (} v \text{ cos } \alpha + v \text{ sin } \alpha \text{) } \frac{d|b|}{dt} \end{array} \right\} = x_{\text{max}} a$$

ЗАДАЧА 23. (Всеросс., 2002, финал, 10) Частица массы  $m$  с зарядом  $q$  движется с постоянной по модулю скоростью в области пространства, где имеются три взаимно перпендикулярных поля: электрическое с напряжённостью  $E$ , магнитное с индукцией  $B$  и поле тяжести  $g$  (рис.). В некоторый момент поля  $E$  и  $B$  выключают. Минимальная кинетическая энергия частицы в процессе движения составляет половину начальной. Найдите проекции скорости частицы на направления полей  $E$ ,  $B$  и  $g$  в момент выключения полей.



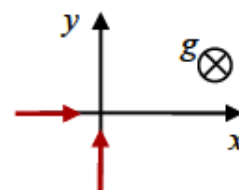
$$\frac{g}{E} = z_0 \cdot \left( \frac{g^2}{B^2} \right) - z_0 \left( \frac{g}{E} \right) \wedge = z_0 \cdot \frac{g^2}{B^2} = x_0$$

ЗАДАЧА 24. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) Узкий пучок ионов с одинаковым зарядом, но с немного различающимися массами направляют в область цилиндрической формы, в которой создано однородное магнитное поле, направленное по оси цилиндра. Скорость ионов перпендикулярна этой оси. После прохождения области пучок отклонился от направления первоначального движения на угол  $\alpha = 30^\circ$ , и у него появилась расходимость с углом  $\Delta\alpha \approx 0,6^\circ$  (начальная расходимость была пренебрежимо мала по сравнению с этой). Найти (в процентах) разброс масс ионов пучка ( $\Delta m/m = ?$ ).



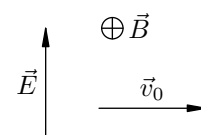
$$\% \Delta m/m \approx \frac{\alpha \sin \alpha}{\alpha} \approx \frac{m}{\Delta m}$$

ЗАДАЧА 25. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) Электростатическая пушка «выстреливает» наночастицы с удельным зарядом  $\beta = +5 \cdot 10^{-5}$  Кл/кг со скоростью  $v = 3500$  м/с. Выстрелы производились горизонтально в вакуумированном пространстве, в котором было создано магнитное поле, линии индукции которого также горизонтальны. Оказалось, что существуют два взаимно перпендикулярных направления, в которых наночастицы двигаются после выстрела прямолинейно. Связав с этими направлениями систему координат, найдите направление и величину индукции магнитного поля. Ускорение свободного падения принять равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



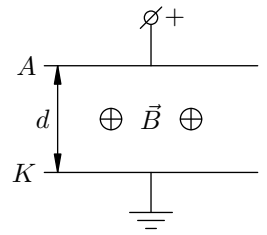
$$\% \Delta m/m \approx \frac{\alpha g}{z \wedge B} = g$$

ЗАДАЧА 26. (МФТИ, 1997) Положительно заряженная частица движется в однородных взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях (см. рисунок). В некоторый момент времени скорость частицы перпендикулярна векторам  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  и равна  $v_0$ . Чему будет равна скорость этой частицы в те моменты, когда вектор её скорости будет составлять  $180^\circ$  с вектором  $\vec{v}_0$ , при условии, что  $E = v_0 B$ ? Поле тяжести не учитывать.



$$0.04g$$

Задача 27. (МФТИ, 1997) Вакуумный плоский диод, в котором расстояние между катодом  $K$  и анодом  $A$  равно  $d$ , находится в однородном магнитном поле, индукция которого равна  $B$  и направлена параллельно плоскости электродов (см. рисунок). При каком минимальном напряжении на диоде электроны с поверхности катода смогут достичь анода? Электроны у поверхности катода можно считать неподвижными, а полем тяжести пренебречь.



$$\frac{u\tau}{\tau^2 p \tau^2 \mathcal{E}^2} = \Omega$$

Задача 28. Сплошной металлический цилиндр радиусом  $R$  вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Объясните, почему в цилиндре при этом появляется электрическое поле, и найдите разность потенциалов между поверхностью цилиндра и осью вращения. При какой индукции магнитного поля, направленного вдоль оси цилиндра, электрическое поле в цилиндре не возникнет? Отношение заряда электрона к его массе равно  $\gamma$ .

$$\frac{\omega}{\omega} = \mathcal{E}, \frac{\omega \tau}{\tau^2 \mathcal{H} \tau^2 \mathcal{E}^2} = \Omega$$