Эврика!

Жизнь выдающегося древнегреческого учёного Архимеда окружена легендами. Самая известная из них связана с практической задачей определения объёма тела сложной формы.

Корона тирана Гиерона была сделана из золота и серебра. Возникло подозрение, что ювелир прикарманил часть золота, заменив его серебром, и к расследованию был привлечён Архимед. Понятно, что надо было вычислить среднюю плотность короны и сравнить её с заданной; масса короны известна, но как найти её объём? Решение пришло при погружении в ванну: уровень воды поднялся, и Архимеда осенило, что **погружённое тело вытесняет объём воды, равный собственному объёму**. Архимед выскочил из ванны и, даже не одевшись, помчался по улицам с криком «Эврика!», что по-древнегречески означает «Нашёл!».

Задача 1. В стакан, доверху наполненный водой, опустили железную гирьку массой 100 г. Какая масса воды вылилась из стакана? Плотность железа 7800 кг/м^3.

12,8 г

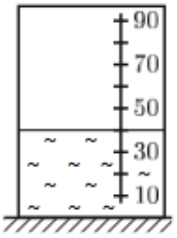
Задача 2. (*Всеросс., 2013, I этап, 7*) Озадаченный Змей Горыныч прилетел к Бабе Яге: «Доставай-ка, старая, свои приборы колдовские и скажи, что за железку я добыл, которую, как мне сказали, ценить скоро будут под стать золоту?» Достала Баба Яга приборы нужные, попыхтела, побегала — тяжёлая железка, Бабе Яге самой не поднять. Попросила она Змея Горыныча положить железку на чашу весов, а на другую чашу стала устанавливать мешки с алмазами. Потом приказала Змею снять железку с чаши и медленно опустить её в заветный сосуд, доверху наполненный студёной водой, и стала считать, сколько амфор мерных выльется из носика сосуда. В конце Баба Яга подумала и сказала: «Тяжела железка-то твоя — как 10 мешков по 80 камней алмазных по 1000 карат каждый; и водички-то вылилось аж 2 амфоры с четвертью...»

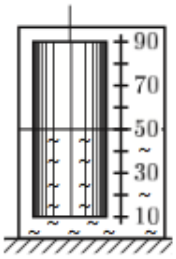
Какова плотность металла, добытого Змеем Горынычем? Ответ представить **в системных единицах**, округлив до целого числа.

Для справки: 1 карат = 0,2 г, 1 амфора = 26,3 литра.

2704 кг/м^3

Задача 3. (*Всеросс., 2010, регион, 7*) На рисунке слева приведена фотография мерного сосуда с вертикальными стенками до погружения в него цилиндрического груза. На ней видно, что объём воды в сосуде равен 40 мл. Фотография сосуда после погружения цилиндра приведена на рисунке справа. Чему равен объём V грузика?





$V = 20$ мл

Задача 4. (*«Росатом», 2016, 7*) Если в банку массой $m_1 = 50$ г налить доверху воду, масса банки станет равна $m_2 = 250$ г. Если из банки вылить воду, но положить несколько камней, масса банки станет равна $m_3 = 450$ г. Если теперь в банку с камнями доверху налить воду, она будет весить $m_4 = 550$ г. Найти отношение плотности воды к плотности камней.

$\boxed{1/4}$

Задача 5. (*МФО, 2016, 7*) В бочку объёмом 90 л, которая была на две трети объёма заполнена мёдом, залез Винни-Пух. При этом уровень мёда поднялся до краёв и 9 кг мёда вытекли наружу. Из бочки осталась торчать только голова Винни-Пуха, объём которой равен одной десятой объёма медведя. Определите массу Винни-Пуха, если его средняя плотность 1000 кг/м^3. Плотность мёда 1500 кг/м^3.

$\boxed{40 \text{ кг}}$

Задача 6. (*Олимпиада Физтех-лицея, 2015, 7–9*) Масса до краёв заполненной пробирки с водой $M_1 = 200$ г. После того как в неё поместили кусочек металла массой $m = 46$ г, масса пробирки стала равна $M_2 = 241$ г. Определить плотность металла, если плотность воды равна 1 г/см^3. Ответ выразить в г/см^3, округлив до десятых.

$\boxed{9{,}2}$

Задача 7. (*«Росатом», 2014, 7*) Сосуд объёмом $V = 1000$ см^3 на три четверти заполнен водой. Когда в сосуд погрузили кусок меди, уровень воды поднялся и часть воды объёмом $V_0 = 100$ см^3 вылилась через край. Найти массу куска меди. Плотность меди $\rho = 8{,}9$ г/см^3.

$\boxed{m = \rho\left(\frac{V}{4} + V_0\right) = 3{,}12 \text{ кг}}$

Задача 8. (*МФО, 2012, 7*) Вес груза в воздухе составляет 17 Н. Когда этот груз опустили в сосуд с водой, имеющий форму куба со стороной 1 дм, он утонул, полностью покрывшись водой, а её уровень поднялся на 2 см, не достигнув верхнего края сосуда. Определите плотность материала груза.

$\boxed{8500 \text{ кг/м}^3}$

Задача 9. (*МФО, 2015, 7*) Вася наполнил две одинаковые лёгкие пластиковые бутылки ёмкостью 1 литр кварцевым песком по самое горлышко и взвесил их. Получились одинаковые массы 1530 г. Затем Вася аккуратно пересыпал песок из одной бутылки в пакет, заполнил бутылку наполовину водой и медленно высыпал весь песок из пакета обратно в эту бутылку, которая снова оказалась заполненной по самое горлышко смесью песка с водой. Весы показали массу бутылки 1866 г. Какова плотность кварца?

$\boxed{2{,}3 \text{ г/см}^3}$

Задача 10. (*«Росатом», 2012, 8*) В аквариум, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда со сторонами $a \times 2a \times 3a$ ($a = 0{,}5$ м), налили воду, объём которой составляет 8/9 объёма аквариума. Затем в аквариум опустили камни массой $m = 30$ кг. Выльется ли вода из аквариума? Плотность камней $\rho = 2{,}6$ г/см^3, а плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см^3.

$\boxed{\text{Выльется 32 л воды}}$

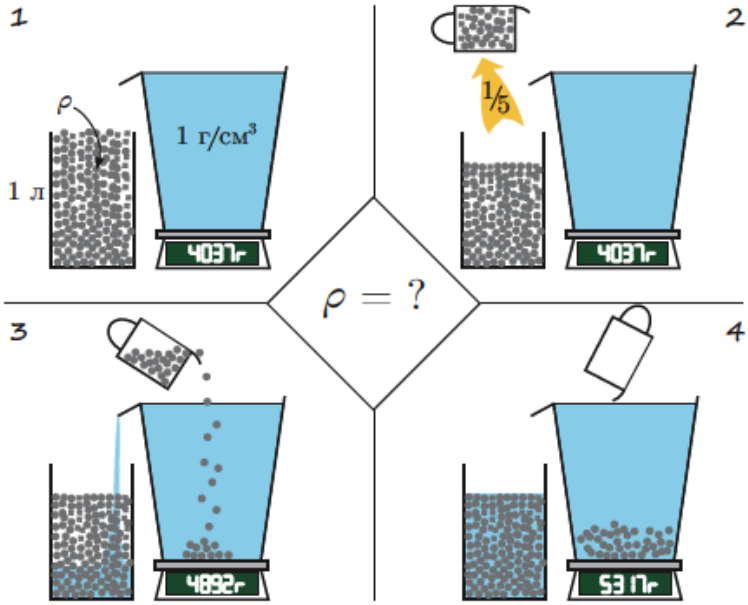
Задача 11. (*МФО, 2014, 8*) В известном опыте «Бездонный бокал» в стеклянный бокал, доверху наполненный водой, аккуратно опускают одну за другой булавки. При этом вода приподнимается над краями стакана, но не выливается из него (за счет явления смачивания).

Возьмём доверху наполненный водой цилиндрический стакан и взвесим его. Затем начнём аккуратно опускать в него булавки (длина булавки $l = 2{,}5$ см, толщина $d = 0{,}4$ мм) одну за другой до тех пор, пока вода не потечёт по внешним стенкам стакана. Так же аккуратно протрём стенки и края стакана от оставшихся капель воды и взвесим этот стакан с булавками и водой. Сколько булавок находится в стакане, если в результате взвешиваний было обнаружено, что изменение массы стакана (который сначала был с водой, но без булавок) составило $\Delta m = 19{,}21$ г?

Плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см^3. Плотность металла, из которого изготовлены булавки, $\rho = 7800$ кг/м^3.

$\boxed{N = \frac{4\Delta m}{(\rho-\rho_0)\pi d^2 l} = 899 \text{ булавок}}$

Задача 12. (*«Максвелл», 2016, финал, 7*) Изначально банка объёмом $V_0 = 1000$ мл доверху заполнена маленькими одинаковыми металлическими шариками (см. рисунок).



Одну пятую часть шариков высыпали в стоящий на весах мерный цилиндрический сосуд, заполненный водой. В результате показания весов увеличились с $m_0 = 4037$ г до $m_1 = 5317$ г, а уровень вылившейся в банку воды сравнялся с уровнем оставшихся шариков. Определите плотность материала, из которого изготовлены шарики, если плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3.

$\boxed{\rho = \rho_0 + \frac{25(m_1-m_0)}{4V_0} = 9000 \text{ кг/м}^3}$