

Энергия электрического поля

ЗАДАЧА 1. Пластины плоского конденсатора, имеющие заряды $\pm q$ и почти соприкасающиеся, раздвигают на некоторое расстояние (много меньше размеров пластин).

1) Покажите, что минимальная работа, которую необходимо для этого совершить, равна

$$A = \frac{q^2}{2C},$$

где C — ёмкость получившегося конденсатора.

2) Покажите, что $A = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 V$, где E — напряжённость поля в конденсаторе, V — объём конденсатора.

3) Совершённая внешними силами работа A равна увеличению некоторой энергии. Какой именно энергии?

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2015, МЭ, 11) В грозовом облаке высотой $h = 1$ км и площадью $S = 100$ км² во время грозы создалось электрическое поле напряжённостью $E = 1$ МВ/м, которое можно считать однородным.

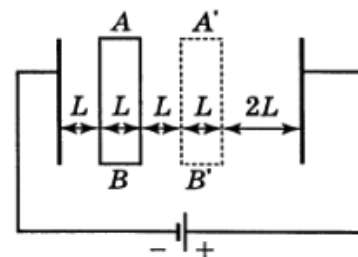
1) Оцените, какой электрический заряд накопился на верхней и на нижней поверхностях облака и какая электрическая энергия запасена в таком облаке. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ Н · м²/Кл².

2) Оцените отношение электрической силы, действующей на верхнюю (или нижнюю) поверхность облака, к силе тяжести, действующей на всё облако. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², плотность воздуха $\rho = 1,3$ кг/м³.

3) Между верхней и нижней поверхностями облака сверкнула молния, и за время $\tau = 1$ мс израсходовалось 19% запасённой в облаке электрической энергии. Оцените среднюю силу электрического тока в таком грозовом разряде и его среднюю мощность.

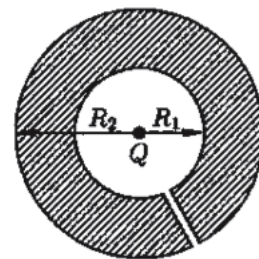
$$(1) \quad \frac{E^2}{8\pi k} S h \approx 4,4 \cdot 10^{11} \text{ Дж}; \quad (2) \quad \frac{6m}{F} = \frac{8\pi k \rho g h}{E^2} \approx 3,4 \cdot 10^{-4}; \quad (3) \quad I \approx 89000 \text{ А}, \quad P \approx 8,4 \cdot 10^{13} \text{ Вт}$$

ЗАДАЧА 3. (Всеросс., 1997, ОЭ, 10) Плоский конденсатор подсоединён к источнику постоянной ЭДС \mathcal{E} . В конденсатор параллельно его обкладкам вносят заряженную проводящую пластину толщиной L и располагают её на расстоянии L и $4L$ от каждой из обкладок конденсатора (рис.). Заряд пластины положителен и равен заряду Q конденсатора до внесения пластины. Форма и площадь пластины и обкладок конденсатора одинаковы, расстояние L много меньше размеров пластины. Какую работу необходимо совершить, чтобы переместить пластину из положения AB в положение $A'B'$?



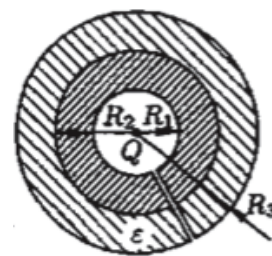
$$\mathcal{E} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} = V$$

ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 2005, ОЭ, 10) Маленький шарик с зарядом Q находится в центре закреплённого незаряженного полого шара (рис.) с радиусами концентрических поверхностей R_1 и R_2 ($R_1 < R_2$). Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы удалить шарик через узкий канал в проводнике на расстояние от полого шара, значительно большее R_2 ?



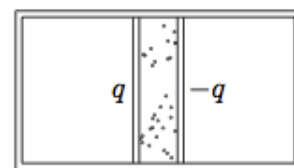
$$A = \frac{kQ^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = V$$

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2005, ОЭ, 11) Маленький шарик с зарядом Q находится в центре закреплённого незаряженного проводящего полого шара с радиусами концентрических поверхностей R_1 и R_2 ($R_1 < R_2$). Полый шар окружён снаружи концентрическим слоем диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусом наружной поверхности R_3 (рис.). Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы удалить шарик через узкий канал в слоях проводника и диэлектрика на расстояние от полого шара, значительно большее R_3 ?



$$A = \frac{kQ^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right) = V$$

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2015, финал, 10) Два диска, по которым равномерно распределены заряды q и $-q$, могут двигаться без трения в длинном непроводящем теплоизолированном цилиндре, расположенном горизонтально (см. рисунок). Расстояние между дисками много меньше их радиуса. Между дисками находится некоторое количество гелия, за дисками газа нет, система находится в равновесии. Заряды дисков мгновенно уменьшают вдвое, после чего ожидают прихода системы в равновесие. Пренебрегая теплообменом, найдите, во сколько раз изменятся температура газа и расстояние между дисками.



$$z = \frac{L}{2}, z_0 = \frac{L}{2}, z = 2,8$$

ЗАДАЧА 7. (IPhO, 2000)¹ Заряд Q равномерно распределён в вакууме по объёму шара радиусом R .

а) Получите выражение для напряжённости электрического поля на расстоянии r от центра шара для $r \leq R$ и $r > R$.

б) Получите выражение для полной электрической энергии, связанной с этим распределением заряда².

$$E = \begin{cases} \frac{Qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}, & \text{если } r \leq R; \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, & \text{если } r > R; \end{cases} \quad W = \frac{3Q^2}{20\pi\epsilon_0 R}$$

¹Первое задание на IPhO-2000 состояло из пяти независимых задач, и это — одна из них.

²От себя замечу, что энергию можно посчитать двумя способами. Сможете ли вы найти их оба?