

Вихревое электрическое поле

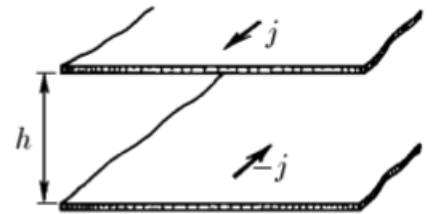
ЗАДАЧА 1. Магнитное поле, созданное внутри цилиндра радиуса R , линейно возрастает со временем: $B = \alpha t$. Вектор \vec{B} параллелен оси цилиндра. Найдите напряжённость вихревого электрического поля на расстоянии r от оси цилиндра.

$$E = \begin{cases} \frac{\alpha r}{2} & \text{если } r \leq R \\ \frac{\alpha R^2}{2r} & \text{если } r > R \end{cases}$$

ЗАДАЧА 2. (Савченко, 11.2.4) Индукция магнитного поля внутри цилиндра радиуса 8 см возрастает со временем по закону $B = \alpha t^2$ (коэффициент $\alpha = 10^{-4}$ Тл/с²). Магнитное поле направлено вдоль оси цилиндра. Чему равна напряжённость вихревого электрического поля на расстоянии $l = 0,1$ м от оси цилиндра в момент времени $t_1 = 1$ с? $t_2 = 4$ с?

$$E_1 = 6,4 \cdot 10^{-6} \text{ В/м}; E_2 = 2,56 \cdot 10^{-5} \text{ В/м}$$

ЗАДАЧА 3. (Савченко, 11.2.5) По двум бесконечным параллельным плоскостям текут одинаковые по модулю и противоположные по направлению токи. Линейная плотность этих токов изменяется по закону $j = \alpha t$. Найдите распределение напряжённости вихревого электрического поля между этими плоскостями.

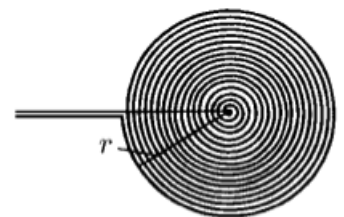


$$E = \mu_0 \alpha x, \text{ где } x \text{ — расстояние от средней плоскости}$$

ЗАДАЧА 4. (Савченко, 11.2.6) Через соленоид длины $l_0 = 20$ см и радиуса $R = 2$ см течет синусоидальный ток $I = I_0 \sin(2\pi\nu t)$, где $I_0 = 10$ А, $\nu = 50$ Гц. Число витков в соленоиде $n_0 = 200$. Найдите распределение напряжённости вихревого электрического поля внутри соленоида. Какой амплитуды напряжение создает это поле в катушке длины $l = 5$ см и радиуса $r = 1$ см, помещённой внутрь соленоида вдоль его оси? Число витков в этой катушке $n = 100$.

$$E = \frac{\mu_0 n_0 I_0 \nu \cos(2\pi\nu t)}{2\pi r} \text{ (где } x \text{ — расстояние до оси катушки); } U_0 \approx 0,12 \text{ В}$$

ЗАДАЧА 5. (Савченко, 11.2.13) Плоская спираль с очень большим числом витков n и наружным радиусом r находится в однородном магнитном поле, индукция которого перпендикулярна плоскости спирали и изменяется по закону $B = B_0 \cos \omega t$. Найдите ЭДС индукции в спирали. Расстояние между витками спирали одно и то же.



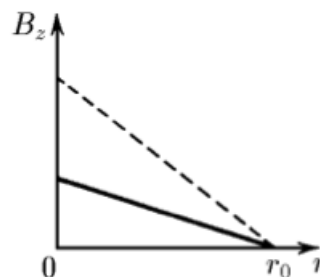
$$\mathcal{E} = \frac{3}{4} \pi r^2 n B_0 \omega \sin \omega t$$

ЗАДАЧА 6. (Савченко, 11.2.15) Вне цилиндра радиуса r_0 индукция однородного магнитного поля нарастает линейно во времени: $B = \alpha t$. Как должна меняться во времени индукция однородного магнитного поля внутри цилиндра, чтобы электрон двигался по окружности радиуса $r > r_0$? При $t = 0$ электрон покоится.

$$B = \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right) \alpha t$$

ЗАДАЧА 7. (Савченко, 11.2.16) В однородном магнитном поле электрон движется по окружности определённого радиуса. Уменьшается или увеличивается радиус кривизны траектории электрона при медленном возрастании индукции магнитного поля?

ЗАДАЧА 8. (Савченко, 11.2.17) Индукция магнитного поля направлена вдоль оси z и зависит от расстояния до этой оси так, как изображено на рисунке. На каком расстоянии от оси z вращается электрон, который при возрастании поля остаётся на своей орбите? Во сколько раз увеличивается энергия этого электрона при десятикратном увеличении индукции поля? Как будут двигаться при возрастании поля электроны, которые двигались по другим круговым орбитам?



$$\frac{v}{v_0} = \frac{B}{B_0} = \frac{r}{r_0}$$

Цепь с конденсатором

ЗАДАЧА 9. (Савченко, 11.2.7) Скорость изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную замкнутым контуром, равна φ .

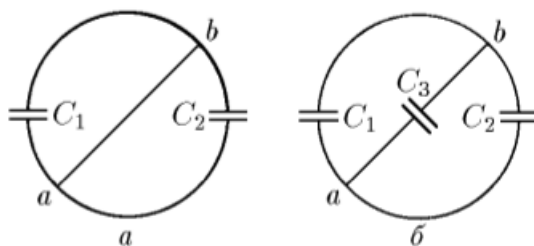
- Определите заряд на конденсаторе ёмкости C , который включен в этот контур.
- В контур включены два конденсатора ёмкости C_1 и C_2 . Определите заряд на обкладках конденсаторов.

$$\frac{q}{C} = \frac{\varphi}{\frac{d\Phi}{dt}} = \frac{\varphi}{\dot{\Phi}} \quad (q = C\varphi = b \text{ в})$$

ЗАДАЧА 10. Катушка с площадью сечения S и числом витков N помещена в однородное магнитное поле, линии которого параллельны оси катушки. К выводам катушки подключён конденсатор ёмкостью C . Индукция магнитного поля линейно убывает со временем: $B = B_0 - \alpha t$, где B_0 и α — заданные константы. Определите заряд конденсатора.

$$NS\alpha C = b$$

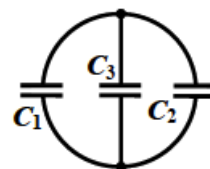
ЗАДАЧА 11. (Савченко, 11.2.8) а) В контур, имеющий вид окружности и находящийся в однородном магнитном поле, включены два конденсатора ёмкости C_1 и C_2 . Контур соединяют по диаметру перемычкой — проводником ab . Определите заряд на обкладках конденсаторов, если скорость изменения магнитного потока через контур равна φ .



б) Чему был бы равен заряд на обкладках дополнительного конденсатора ёмкости C_3 , включённого так, как изображено на рисунке?

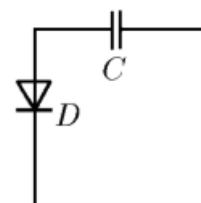
$$\frac{(C_1 + C_2 + C_3) \varphi}{C_1 C_2 (C_1 + C_2)} = \varphi \quad (q = C_3 \varphi = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \varphi = b \text{ в})$$

ЗАДАЧА 12. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) Три конденсатора с ёмкостями $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 1$ мкФ соединены в контур в виде окружности с перемычкой по диаметру. Контур помещён в переменное магнитное поле, скорость изменения потока через контур постоянна и составляет $f = 10$ Вб/с. Какой заряд образуется при этом на обкладках конденсатора C_3 ?



$$\frac{(\epsilon_0 + \epsilon_0 + 1_0) \epsilon}{|1_0 - \epsilon_0| \epsilon_0 f} = \epsilon b$$

ЗАДАЧА 13. (Савченко, 11.2.11) В электрический контур входят конденсатор ёмкости $C = 0,01$ мкФ и диод D с сопротивлением в прямом направлении $R = 100$ Ом, в обратном — равно бесконечности. После кратковременного появления внутри контура магнитного поля конденсатор оказался заряженным до потенциала $V = 0,5$ В. Определите максимальный поток магнитной индукции, который проходил через контур.



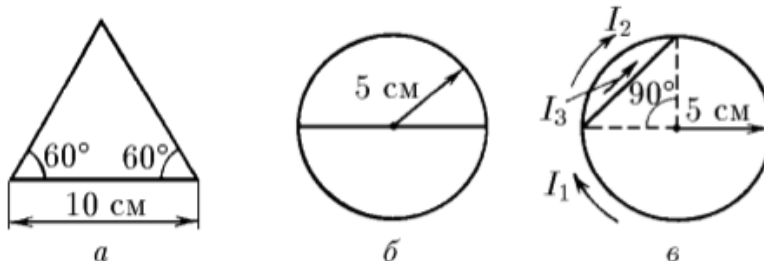
$$\Phi_{\text{max}} = R C V = 100 \cdot 0,01 \cdot 0,5 = 0,5 \text{ Вб}$$

Индукционный ток

ЗАДАЧА 14. Проволочное кольцо радиусом r находится в однородном магнитном поле, линии которого перпендикулярны плоскости кольца. Индукция магнитного поля возрастает со временем t линейно: $B = \alpha t$, где α — заданная константа. Найдите силу индукционного тока в кольце. Сопротивление единицы длины проволоки равно ρ .

$$\frac{d\Phi}{dt} = I$$

ЗАДАЧА 15. (Савченко, 11.2.9) На рисунке изображены плоские фигуры, сделанные из проволоки, сопротивление единицы длины которой равно 1 Ом/м. Определите токи в них, если фигуры помещены в однородное магнитное поле, которое меняется во времени. Скорость изменения магнитного потока через единицу площади 0,1 Вб/(м² · с).



$$I_1 = 1,44 \text{ мА}; I_2 = 2,5 \text{ мА}; I_3 = 1,77 \text{ мА} \text{ (в сторону перемычки)}$$

ЗАДАЧА 16. Проволочный виток сопротивлением R находится вблизи магнита. Магнитный поток через поверхность, ограниченную контуром, равен Φ . Магнит убирают. Найдите заряд, который прошёл по витку.

$$\frac{q}{R} = b$$

ЗАДАЧА 17. (МФТИ, 1995) На гладкой горизонтальной поверхности расположено тонкое проволочное кольцо радиуса r . Кольцо находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0 , направленной перпендикулярно плоскости кольца. Индукция внешнего магнитного поля стала уменьшаться со временем t по закону $B(t) = B_0 - At$, где A — константа.

- 1) Найти ток в кольце.
- 2) Чему равна максимальная сила натяжения проволоки кольца, обусловленная взаимодействием тока в кольце и внешнего магнитного поля?

Сопротивление проволоки кольца равно R . Самоиндукцией кольца пренебречь.

$$\oint \vec{v} \cdot d\vec{l} = \frac{d\Phi}{dt} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 18. (Эффективное значение тока) Проволочный виток, охватывающий площадь S , находится в однородном магнитном поле, линии которого перпендикулярны плоскости витка. Индукция магнитного поля меняется со временем t по закону: $B = B_0 \cos \omega t$, где B_0 и ω — заданные константы. Сопротивление витка равно R , его индуктивность пренебрежимо мала.

1) Чему равно среднее значение силы индукционного тока в витке (за достаточно большой промежуток времени)?

2) Чему равна средняя тепловая мощность W , выделяющаяся в витке?

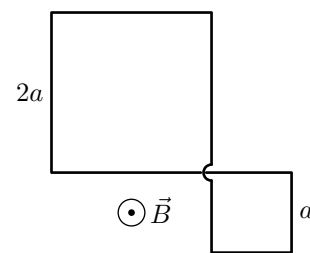
3) Чему равно эффективное значение силы тока в витке?

Примечание. Эффективным значением переменного тока называется сила такого постоянного тока, при котором в витке выделяется та же мощность W . Например, амперметр переменного тока, включённый в виток, покажет именно эффективное значение, поскольку принцип действия такого амперметра основан на тепловом действии тока.

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(B_0 \cos \omega t)}{dt} = -\omega B_0 \sin \omega t \quad (2)$$

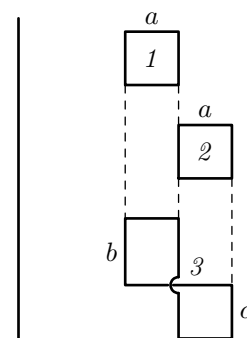
Комбинированные контуры в переменном магнитном поле

ЗАДАЧА 19. Плоский контур выполнен из одного куска проволоки и имеет вид двух квадратов «с перехлёстом» (см. рисунок). Стороны квадратов равны a и $2a$. Контур находится в однородном магнитном поле, линии которого перпендикулярны плоскости контура. Индукция магнитного поля возрастает со временем t по закону $B = \beta t$, где β — заданная константа. Найдите силу индукционного тока в контуре. Сопротивление единицы длины провода равно ρ .



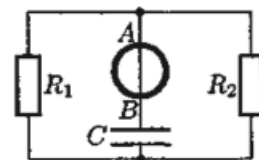
$$\frac{d\Phi}{dt} = I$$

ЗАДАЧА 20. (МФТИ, 1994) По длинному прямолинейному проводу течёт переменный ток. В плоскости, проходящей через провод, расположены три проволочных контура, изготовленные из одного куска провода (см. рисунок). Контур 1 и 2 являются квадратами с длиной сторон a , третий контур состоит из двух прямоугольников со сторонами a , b и a , c . В некоторый момент времени токи в контурах 1 и 2 равны соответственно I_1 и I_2 . Чему равен в этот момент ток в контуре 3? Штриховые линии на рисунке параллельны проводу.



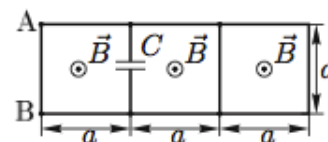
$$\frac{d\Phi}{dt} = \epsilon I$$

ЗАДАЧА 21. (Всеросс., 2006, ОЭ, 11) Электрическая цепь состоит из двух резисторов сопротивлениями R_1 и R_2 и конденсатора ёмкостью C (рис.). Участок AB провода проходит вдоль диаметра одного из витков длинного соленоида, сила тока в котором линейно растёт со временем. Найдите заряд q конденсатора в установившемся режиме, если ток в резисторе R_1 при этом равен I_1 .



$$|\varepsilon_{\text{И}} - \varepsilon_{\text{У}}| = I_1 C \frac{dI}{dt} = b$$

ЗАДАЧА 22. (Всеросс., 2013, финал, 11) Из одного куска проволоки спаяна плоская фигура (рис.), состоящая из трёх квадратов со стороной a . В один из отрезков проволоки впаян небольшой по размерам конденсатор ёмкости C . Конструкция находится в однородном магнитном поле \vec{B} , которое перпендикулярно плоскости фигуры и увеличивается с постоянной скоростью $dB/dt = k > 0$. Сопротивление куска проволоки длины a равно r . Для установившегося режима определите:

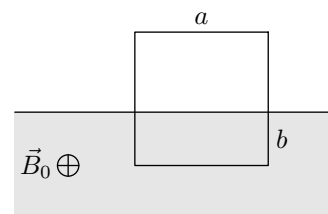


- 1) силу и направление тока в отрезке AB ;
- 2) заряд на конденсаторе Q и знак зарядов на обкладках;
- 3) количество теплоты W , выделяющееся в цепи за время τ .

$$\frac{I}{r} = \frac{\varepsilon_{\text{И}} - \varepsilon_{\text{У}}}{r} = \frac{I_1 C \frac{dI}{dt}}{r} = I$$

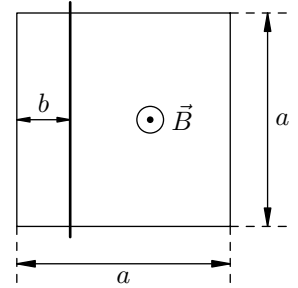
Электромагнитная пушка

ЗАДАЧА 23. (МФТИ, 1997) Проволочный контур в виде квадрата со стороной, равной a , и общим сопротивлением контура R расположен на гладкой горизонтальной поверхности (см. рисунок). Часть контура находится в однородном магнитном поле с индукцией \vec{B}_0 , перпендикулярной плоскости контура. Контур неподвижен и входит в область однородного магнитного поля на глубину b . После выключения магнитного поля контур приобретает некоторый импульс. Определить величину и направление этого импульса, полагая, что за время спада индукции магнитного поля смещение контура пренебрежимо мало. Самоиндукцией контура пренебречь.



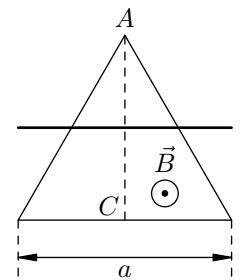
$$\vec{p} = d \vec{v}$$

Задача 24. (МФТИ, 2001) На горизонтальной поверхности стола закреплена тонкая неподвижная проводящая квадратная рамка со стороной a . На рамке симметрично лежит стержень параллельно боковым сторонам рамки на расстоянии $b = a/4$ (см. рисунок). Рамка и стержень изготовлены из одного куска провода, омическое сопротивление единицы длины которого равно ρ . В некоторый момент включается однородное магнитное поле, вектор индукции которого перпендикулярен плоскости рамки. Какую скорость приобретёт стержень за время установления магнитного поля, если установившееся значение индукции равно B_0 ? Смещением стержня за время установления магнитного поля пренебречь. Трение не учитывать. Масса стержня M .



$$\frac{I \vec{d} \vec{l} \vec{\varepsilon}}{\varepsilon^2 \vec{r}^3} = a$$

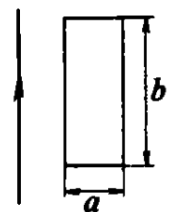
Задача 25. (МФТИ, 2001) На горизонтальной поверхности стола закреплена тонкая проводящая рамка в виде равностороннего треугольника со стороной a . На рамке лежит стержень, который параллелен основанию треугольника, а середина стержня находится на середине высоты AC (см. рисунок). Рамка и стержень изготовлены из одного куска провода, омическое сопротивление единицы длины которого равно ρ . В некоторый момент включается однородное магнитное поле, вектор индукции которого перпендикулярен плоскости рамки. Какую скорость приобретает стержень за время установления магнитного поля, если установившееся значение индукции равно B_0 ? Смещением стержня за время установления магнитного поля пренебречь. Трение не учитывать. Масса стержня M .



$$\frac{I \vec{d} \vec{l} \vec{z} \vec{z}}{\varepsilon^2 \vec{r}^3} = a$$

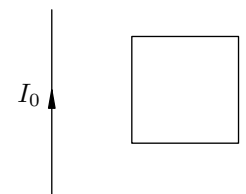
Задача 26. (МФТИ, 1993) Прямоугольная проволочная рамка со сторонами a и b ($b = 3a$) находится вблизи длинного прямого провода с током (см. рисунок). При выключении тока рамка приобретает импульс p_0 . Какой импульс получила бы рамка, если бы она была квадратной со сторонами, равными a ? Самоиндукцией рамки пренебречь.

$${}^0 d \frac{\vec{b}}{\varepsilon} = d$$



Задача 27. (МФТИ, 1993) Квадратная проволочная рамка с диаметром проволоки d_0 находится вблизи длинного прямого провода с током I_0 (см. рисунок). При выключении тока рамка приобретает импульс p_0 . Какой импульс получила бы рамка, если бы начальный ток в проводе был $I = 3I_0$, а диаметр проволоки рамки $d = 2d_0$? Самоиндукцией рамки пренебречь.

$${}^0 d g \vec{\varepsilon} = d$$



ЗАДАЧА 28. (МФТИ, 1995) На гладкой горизонтальной поверхности расположено тонкое непроводящее кольцо массой m , вдоль которого равномерно распределён заряд Q . Кольцо находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0 , направленной перпендикулярно плоскости кольца. Внешнее магнитное поле выключают.

- 1) По какой причине (указать механизм) кольцо начнёт вращаться?
- 2) Найти угловую скорость вращения кольца после выключения магнитного поля.

$$\frac{m\omega}{B_0} = \alpha \quad (\alpha)$$

ЗАДАЧА 29. (Савченко, 11.2.14) На непроводящем кольце массы m и радиуса r равномерно распределён заряд q . Кольцо может свободно вращаться вокруг своей оси. В начальный момент кольцо покоится. В центральной области кольца радиуса $l < r$ имеется перпендикулярное плоскости кольца магнитное поле, индукция которого равномерно уменьшается до нуля. Какую угловую скорость приобретет кольцо к моменту исчезновения поля? Изменится ли результат, если индукция B будет уменьшаться до нуля неравномерно? Индукцией магнитного поля, создаваемой вращающимся кольцом, пренебречь.

$$\text{вдлиннеи эн: } \frac{qBl^2}{2\pi r^2} = \omega$$

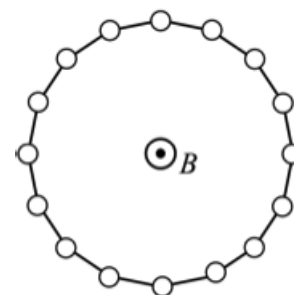
ЗАДАЧА 30. (Всеросс., 1996, ОЭ, 11) По поверхности однородного диэлектрического диска равномерно распределён заряд Q . Диск помещён во внешнее однородное магнитное поле индукции \vec{B} , направленной перпендикулярно плоскости диска. Масса диска равна M , и он может свободно вращаться вокруг неподвижной оси, проходящей через его центр перпендикулярно плоскости диска. С какой угловой скоростью ω будет вращаться первоначально неподвижный диск, если внешнее магнитное поле выключить?

$$\frac{M\omega}{B} = \alpha$$

ЗАДАЧА 31. (Савченко, 11.2.18) На поверхности длинного сплошного непроводящего цилиндра радиуса r равномерно распределён заряд, поверхностная плотность которого σ . Внешнее однородное магнитное поле индукции B направлено вдоль оси цилиндра. Определите угловую скорость вращения цилиндра после «выключения» внешнего поля. Плотность вещества цилиндра ρ .

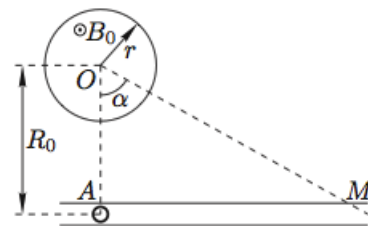
$$\frac{2\rho\sigma r^2 + \rho r^2}{2B} = \omega$$

ЗАДАЧА 32. (МОШ, 2010, 11) На гладкой горизонтальной плоскости лежат N маленьких одинаково заряженных шариков равной массы (см. рисунок). Суммарный заряд шариков Q , суммарная масса M . Шарика связаны друг с другом непроводящей лёгкой нерастяжимой нитью, образуя кольцо. Длина нити между двумя соседними шариками равна l . Система находится в вертикальном магнитном поле B , причем суммарный поток магнитной индукции, пронизывающий кольцо, равен Φ_0 . Изначально все шарики покоятся. В некоторый момент магнитное поле выключают. Найдите изменение ΔF силы натяжения нити после выключения поля.



$$\frac{N}{\pi} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} = \Delta F$$

ЗАДАЧА 33. (Всеросс., 2007, ОЭ, 11) В длинном соленоиде радиусом r создано однородное магнитное поле с индукцией B_0 , направленной вдоль оси O цилиндра (рис.). На расстоянии R_0 от оси, перпендикулярно оси, укреплена прямолинейная трубка AM из диэлектрика. Угол AOM равен $\alpha = \pi/3$. Длина трубки значительно меньше длины соленоида. Внутри трубки в точке A находится небольшой шарик массой m с положительным зарядом q . Найдите скорость шарика в момент вылета из трубки в следующих случаях.



1) Магнитное поле исчезает за малое время, в течение которого шарик смещается на расстояние, значительно меньшее R_0 .

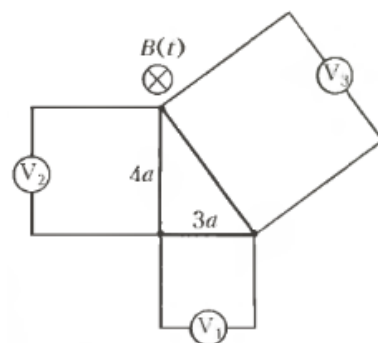
2) Индукция магнитного поля уменьшается с постоянной скоростью $dB/dt = -k < 0$ в течение всего времени движения шарика по трубке.

Трением и электромагнитным действием трубки на шарик пренебречь.

$$\frac{m\alpha}{2\pi qk r^2} \Lambda = a \quad \left(\frac{dB_0}{dt} = -k \right) \quad \left(\frac{dB_0}{dt} = -k \right)$$

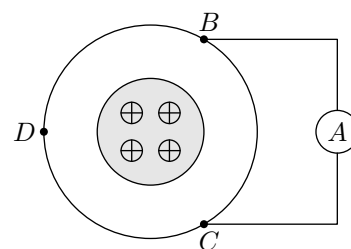
Что покажет вольтметр?

ЗАДАЧА 34. (Всеросс., 2004, ОЭ, 11) Из одного куска нихромовой проволоки спаяли прямоугольный треугольник с катетами длиной $3a$ и $4a$. К трём сторонам проволочного треугольника подсоединили небольшие по размерам вольтметры так, что соединительные провода и стороны треугольника образуют квадраты (рис.). Вся конструкция находится в одной плоскости, перпендикулярно которой направлено однородное магнитное поле. Индукция поля изменяется со скоростью $\frac{\Delta B}{\Delta t} = k > 0$. Сопротивления вольтметров намного больше сопротивления сторон треугольника. Найдите показания вольтметров.



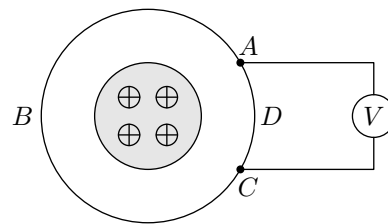
$$\frac{V_1}{3a} = \frac{V_2}{4a} = \frac{V_3}{5a} = \frac{dB}{dt}$$

ЗАДАЧА 35. (МФТИ, 2005) Проволочное кольцо DBC , сопротивление которого равно R , пронизывается магнитным потоком $\Phi = \Phi_0 \cos \omega t$, где t — время, Φ_0 и ω — заданные константы. Магнитное поле сосредоточено практически в узкой области (см. рисунок). Точки D , B и C этого кольца делят его на три равные части. Что покажет амперметр переменного тока с сопротивлением r , если его присоединить к точкам B и C ? Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.



$$\frac{(4+R)r}{3Rr} \Phi_0 \omega \sin \omega t = I$$

Задача 36. (МФТИ, 2005) Сопротивления участков ADC и CBA проволочного кольца равны R и $5R$ (см. рисунок). Кольцо пронизывается магнитным потоком $\Phi = \Phi_0 \cos \omega t$, где t — время, Φ_0 и ω — заданные константы. Магнитное поле полностью сосредоточено внутри кольца. Что покажет вольтметр переменного тока с сопротивлением $8R$, если его присоединить к точкам A и C ? Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\dot{\Phi}$$

Задача 37. (МОШ, 2015, 11) Школьник Владислав проводит опыты с трансформатором и источником питания, который выдаёт переменное напряжение $U(t) = U_0 \cos \omega t$, где $U_0 = 12$ В. Трансформатор имеет две обмотки с двумя выводами у каждой. Число витков первой обмотки равно N , второй обмотки — $3N$. Переменные напряжения с какими амплитудами может получить Владислав с помощью данного оборудования? Для каждого значения амплитуды напряжения нарисуйте соответствующую схему соединений.

$$U_1 = U_0 \frac{N_1}{N_2}, U_2 = U_0 \frac{N_2}{N_1}, U_3 = U_0 \frac{N_1 + N_2}{N_1}, U_4 = U_0 \frac{N_1 + N_2}{N_2}$$

Задача 38. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) Проволочное металлическое кольцо площадью S помещено в магнитное поле, перпендикулярное плоскости кольца. Индукция магнитного поля увеличивается с постоянной скоростью $\frac{\Delta B}{\Delta t} = b = \text{const}$. Какое напряжение покажет идеальный вольтметр, подключённый к точкам кольца, угловой размер дуги между которыми равен 120° ?

$$U = \frac{bS}{2\pi} \sin 120^\circ$$

Задача 39. (APhO, 2012)

- [Сила сопротивления, действующая на падающий магнит / The Drag on a Falling Magnet.](#)
- [Solution.](#)