

## Электромагнитная индукция

**ЗАДАЧА 1.** Проволочное кольцо радиусом  $r$  находится в однородном магнитном поле, линии которого перпендикулярны плоскости кольца. Индукция магнитного поля возрастает со временем  $t$  линейно:  $B = \alpha t$ , где  $\alpha$  — заданная константа. Найдите силу индукционного тока в кольце. Сопротивление единицы длины проволоки равно  $\rho$ .

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = I$$

**ЗАДАЧА 2.** («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) Проволочное металлическое кольцо площадью  $S$  помещено в магнитное поле, перпендикулярное плоскости кольца. Индукция магнитного поля увеличивается с постоянной скоростью  $\frac{\Delta B}{\Delta t} = b = \text{const}$ . Какое напряжение покажет идеальный вольтметр, подключённый к точкам кольца, угловой размер дуги между которыми равен  $120^\circ$ ?

$$0$$

**ЗАДАЧА 3.** Катушка с площадью сечения  $S$  и числом витков  $N$  помещена в однородное магнитное поле, линии которого параллельны оси катушки. К выводам катушки подключён конденсатор ёмкостью  $C$ . Индукция магнитного поля линейно убывает со временем:  $B = B_0 - \alpha t$ , где  $B_0$  и  $\alpha$  — заданные константы. Определите заряд конденсатора.

$$NS\alpha C = b$$

**ЗАДАЧА 4.** В цилиндрическом сердечнике радиусом  $R$  создано однородное магнитное поле, направленное вдоль оси цилиндра. Индукция магнитного поля изменяется со временем по закону  $B = \alpha t$ . Найдите напряжённость вихревого электрического поля на расстоянии  $r$  от оси цилиндра.

$$\text{Если } r \leq R, \text{ то } E = \frac{\alpha r}{2} \text{; если } r > R, \text{ то } E = \frac{\alpha R^2}{2r}$$

**ЗАДАЧА 5.** (Эффективное значение тока) Проволочный виток, охватывающий площадь  $S$ , находится в однородном магнитном поле, линии которого перпендикулярны плоскости витка. Индукция магнитного поля меняется со временем  $t$  по закону:  $B = B_0 \cos \omega t$ , где  $B_0$  и  $\omega$  — заданные константы. Сопротивление витка равно  $R$ , его индуктивность пренебрежимо мала.

- 1) Чему равно среднее значение силы индукционного тока в витке (за достаточно большой промежуток времени)?
- 2) Чему равна средняя тепловая мощность  $W$ , выделяющаяся в витке?
- 3) Чему равно эффективное значение силы тока в витке?

*Примечание.* Эффективным значением переменного тока называется сила такого постоянного тока, при котором в витке выделяется та же мощность  $W$ . Например, амперметр переменного тока, включённый в виток, покажет именно эффективное значение, поскольку принцип действия такого амперметра основан на тепловом действии тока.

$$\frac{W}{S^0 B^0 \omega} = 0, \text{ где } \frac{W}{S^0 B^0 \omega} = \Phi \epsilon_I \left( \epsilon : \frac{W}{S^0 B^0 \omega} \right) = M \left( \epsilon : 0 \right) (1$$

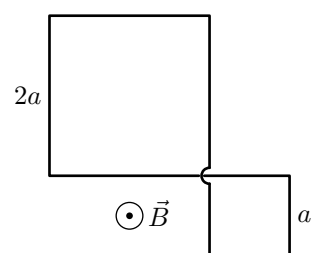
ЗАДАЧА 6. Проволочный виток сопротивлением  $R$  находится вблизи магнита. Магнитный поток через поверхность, ограниченную контуром, равен  $\Phi$ . Магнит убирают. Найдите заряд, который прошёл по витку.

$$\frac{d\Phi}{dt} = b$$

ЗАДАЧА 7. В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1$  Тл расположен плоский проволочный виток так, что его плоскость перпендикулярна линиям индукции. Виток замкнут на гальванометр. Полный заряд, протекший через гальванометр при повороте витка, равен  $Q = 7,5$  мКл. На какой угол повернули виток? Площадь, охватываемая витком,  $S = 1000$  см<sup>2</sup>, сопротивление витка  $R = 2$  Ом.

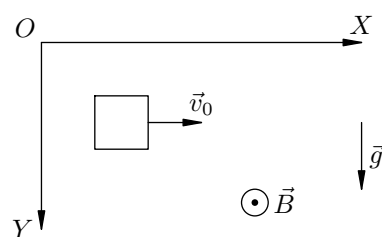
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

ЗАДАЧА 8. Плоский контур выполнен из одного куска проволоки и имеет вид двух квадратов «с перехлёстом» (см. рисунок). Стороны квадратов равны  $a$  и  $2a$ . Контур находится в однородном магнитном поле, линии которого перпендикулярны плоскости контура. Индукция магнитного поля возрастает со временем  $t$  по закону  $B = \beta t$ , где  $\beta$  — заданная константа. Найдите силу индукционного тока в контуре. Сопротивление единицы длины провода равно  $\rho$ .



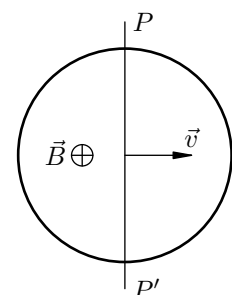
$$\frac{d\Phi}{dt} = I$$

ЗАДАЧА 9. Проволочной квадратной рамке массой  $m$  со стороной  $a$ , расположенной в вертикальной плоскости  $OXY$ , сообщают в горизонтальном направлении (вдоль оси  $X$ ) начальную скорость  $v_0$  (см. рисунок). Рамка движется в гравитационном поле, всё время находясь в магнитном поле, перпендикулярном плоскости рамки. Индукция магнитного поля зависит только от координаты  $y$  по закону  $B = B_0 + ky$ , где  $k$  — заданная константа. Найдите установившуюся скорость рамки. Сопротивление рамки равно  $R$ , ускорение свободного падения  $g$ .



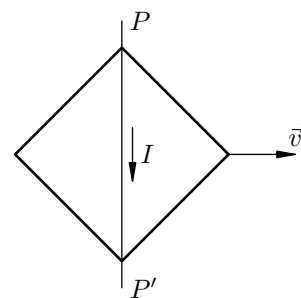
$$\frac{d\Phi}{dt} + \frac{mg}{a} = 0$$

ЗАДАЧА 10. (МФТИ, 1992) Неподвижное проволочное кольцо расположено в однородном магнитном поле, линии индукции  $\vec{B}$  которого перпендикулярны плоскости кольца (см. рисунок). По кольцу скользит со скоростью  $\vec{v}$  (без нарушения электрического контакта) проволочная перемычка  $PP'$  ( $\vec{v} \perp PP'$ ). Определить направление и силу индукционного тока в кольце и в перемычке в тот момент, когда перемычка пересекает центр кольца, как это изображено на рисунке. Кольцо и перемычка выполнены из одного куска проволоки с удельным электрическим сопротивлением  $\rho$  и площадью поперечного сечения  $S$ .



$$I_{\text{внеш}} = \frac{2aBv}{R} \text{ ; } I_{\text{внут}} = \frac{2aBv}{R} \text{ ; } I_{\text{в перемычке}} = \frac{2aBv}{R}$$

Задача 11. (МФТИ, 1992) Неподвижная проволочная перемычка  $PP'$  расположена в однородном магнитном поле, линии индукции которого перпендикулярны плоскости рисунка. По перемычке скользит в плоскости рисунка проволочная квадратная рамка со скоростью  $\vec{v}$  ( $\vec{v} \perp PP'$ ) без нарушения электрического контакта. В тот момент, когда центр рамки пересекает перемычку, по ней течёт ток силой  $I$ . Определить направление и величину индукции магнитного поля. Рамка и перемычка выполнены из одного куска проволоки с удельным электрическим сопротивлением  $\rho$  и площадью поперечного сечения  $S$ .



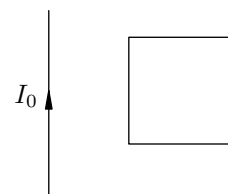
$$\vec{B} = \frac{\rho I \vec{z}}{2(1+\sqrt{2})S}$$

Задача 12. (МФТИ, 1993) Прямоугольная проволочная рамка со сторонами  $a$  и  $b$  ( $b = 3a$ ) находится вблизи длинного прямого провода с током (см. рисунок). При выключении тока рамка приобретает импульс  $p_0$ . Какой импульс получила бы рамка, если бы она была квадратной со сторонами, равными  $a$ ? Самоиндукцией рамки пренебречь.



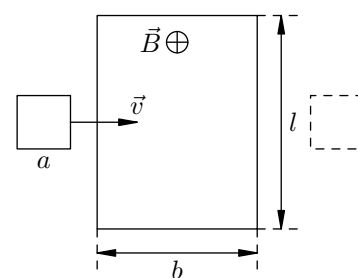
$$p_0 = \frac{6}{5} d$$

Задача 13. (МФТИ, 1993) Квадратная проволочная рамка с диаметром проволоки  $d_0$  находится вблизи длинного прямого провода с током  $I_0$  (см. рисунок). При выключении тока рамка приобретает импульс  $p_0$ . Какой импульс получила бы рамка, если бы начальный ток в проводе был  $I = 3I_0$ , а диаметр проволоки рамки  $d = 2d_0$ ? Самоиндукцией рамки пренебречь.



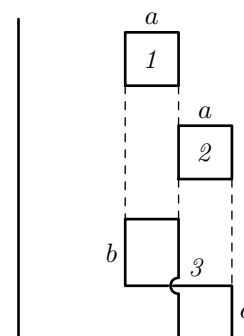
$$p_0 = d$$

Задача 14. (МФТИ, 1993) Квадратную проволочную рамку с длиной стороны  $a$  и сопротивлением  $R$  протягивают с постоянной скоростью  $v$  через зазор электромагнита. Магнитное поле в зазоре однородно, и его индукция равна  $B$ . Плоскость рамки перпендикулярна вектору  $\vec{B}$  (см. рисунок). Пренебрегая краевыми эффектами, определить, какое количество теплоты выделится в рамке, если сторона рамки  $a$  меньше продольного размера зазора  $b$  и его поперечного размера  $l$ .



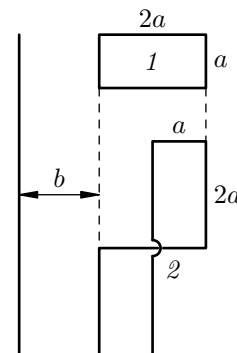
$$Q = \frac{B^2 a^2 v}{\epsilon_0 \mu_0 R}$$

Задача 15. (МФТИ, 1994) По длинному прямолинейному проводу течёт переменный ток. В плоскости, проходящей через провод, расположены три проволочных контура, изготовленные из одного куска провода (см. рисунок). Контур 1 и 2 являются квадратами с длиной сторон  $a$ , третий контур состоит из двух прямоугольников со сторонами  $a$ ,  $b$  и  $a$ ,  $c$ . В некоторый момент времени токи в контурах 1 и 2 равны соответственно  $I_1$  и  $I_2$ . Чему равен в этот момент ток в контуре 3? Штриховые линии на рисунке параллельны проводу.



$$I_3 = \frac{I_1 + I_2}{2}$$

Задача 16. (МФТИ, 1994) Два проволочных контура, изготовленные из одного куска провода, движутся к длинному прямолинейному проводу с постоянным током. Контур 1 является прямоугольником со сторонами  $a$  и  $2a$ . Контур 2 состоит из двух прямоугольников со сторонами  $2a$  и  $a$  (см. рисунок). Когда оба контура находились на расстоянии  $b = a$  от провода, токи в контурах были равны. Определить отношение скоростей контуров в этот момент времени, если известно, что индукция магнитного поля, создаваемая током провода, обратно пропорциональна расстоянию от провода. Провод и оба контура расположены в одной плоскости.



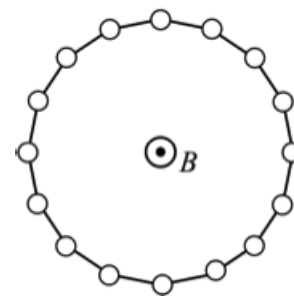
$$\zeta = v_1/v_2$$

Задача 17. (МФТИ, 1995) На гладкой горизонтальной поверхности расположено тонкое непроводящее кольцо массой  $m$ , вдоль которого равномерно распределён заряд  $Q$ . Кольцо находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией  $B_0$ , направленной перпендикулярно плоскости кольца. Внешнее магнитное поле выключают.

- 1) По какой причине (указать механизм) кольцо начнёт вращаться?
- 2) Найти угловую скорость вращения кольца после выключения магнитного поля.

$$\omega = \frac{QB_0}{2m} \zeta$$

Задача 18. (МОШ, 2010, 11) На гладкой горизонтальной плоскости лежат  $N$  маленьких одинаково заряженных шариков равной массы (см. рисунок). Суммарный заряд шариков  $Q$ , суммарная масса  $M$ . Шарiki связаны друг с другом непроводящей лёгкой нерастяжимой нитью, образуя кольцо. Длина нити между двумя соседними шариками равна  $l$ . Система находится в вертикальном магнитном поле  $B$ , причем суммарный поток магнитной индукции, пронизывающий кольцо, равен  $\Phi_0$ . Изначально все шарiki покоятся. В некоторый момент магнитное поле выключают. Найдите изменение  $\Delta F$  силы натяжения нити после выключения поля.



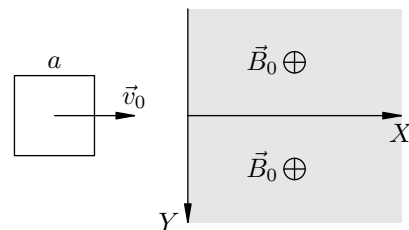
$$\Delta F = \frac{N}{2} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 l} \frac{\Phi_0}{B_0}$$

Задача 19. (МФТИ, 1995) На гладкой горизонтальной поверхности расположено тонкое проволочное кольцо радиуса  $r$ . Кольцо находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией  $B_0$ , направленной перпендикулярно плоскости кольца. Индукция внешнего магнитного поля стала уменьшаться со временем  $t$  по закону  $B(t) = B_0 - At$ , где  $A$  — константа.

- 1) Найти ток в кольце.
  - 2) Чему равна максимальная сила натяжения проволоки кольца, обусловленная взаимодействием тока в кольце и внешнего магнитного поля?
- Сопротивление проволоки кольца равно  $R$ . Самоиндукцией кольца пренебречь.

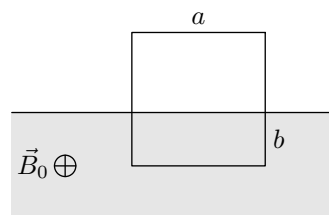
$$I = \frac{r}{R} A; F_{\max} = \frac{r}{R} A B_0$$

ЗАДАЧА 20. (МФТИ, 1997) Проволочный контур в виде квадрата со стороной  $a$ , массой  $M$  и общим сопротивлением контура  $R$  расположен на гладкой горизонтальной поверхности вблизи от границы области однородного магнитного поля ( $x \geq 0$ ) с индукцией  $B_0$ , перпендикулярной плоскости контура (см. рисунок). Контур сообщают скорость  $v_0$ , направленную перпендикулярно границе магнитного поля (ось  $Y$ ). Определить максимальную величину ускорения контура при его дальнейшем движении, включая область однородного магнитного поля. Самоиндукцией контура пренебречь.



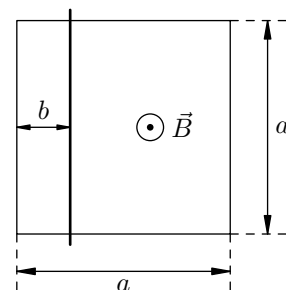
$$\frac{\mu N}{0a} \frac{M}{\epsilon^2} = \text{max}|v|$$

ЗАДАЧА 21. (МФТИ, 1997) Проволочный контур в виде квадрата со стороной, равной  $a$ , и общим сопротивлением контура  $R$  расположен на гладкой горизонтальной поверхности (см. рисунок). Часть контура находится в однородном магнитном поле с индукцией  $\vec{B}_0$ , перпендикулярной плоскости контура. Контур неподвижен и входит в область однородного магнитного поля на глубину  $b$ . После выключения магнитного поля контур приобретает некоторый импульс. Определить величину и направление этого импульса, полагая, что за время спада индукции магнитного поля смещение контура пренебрежимо мало. Самоиндукцией контура пренебречь.



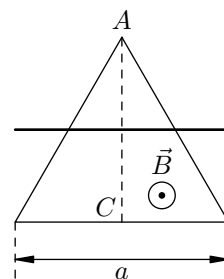
$$0 \frac{M}{\epsilon} \frac{M}{\epsilon^2} = d$$

ЗАДАЧА 22. (МФТИ, 2001) На горизонтальной поверхности стола закреплена тонкая неподвижная проводящая квадратная рамка со стороной  $a$ . На рамке симметрично лежит стержень параллельно боковым сторонам рамки на расстоянии  $b = a/4$  (см. рисунок). Рамка и стержень изготовлены из одного куска провода, омическое сопротивление единицы длины которого равно  $\rho$ . В некоторый момент включается однородное магнитное поле, вектор индукции которого перпендикулярен плоскости рамки. Какую скорость приобретёт стержень за время установления магнитного поля, если установившееся значение индукции равно  $B_0$ ? Смещением стержня за время установления магнитного поля пренебречь. Трение не учитывать. Масса стержня  $M$ .



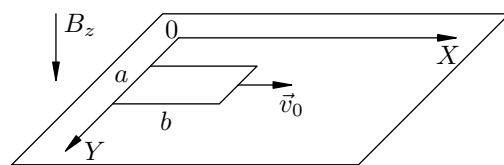
$$\frac{M \sigma \epsilon}{\epsilon^2} = a$$

Задача 23. (МФТИ, 2001) На горизонтальной поверхности стола закреплена тонкая проводящая рамка в виде равностороннего треугольника со стороной  $a$ . На рамке лежит стержень, который параллелен основанию треугольника, а середина стержня находится на середине высоты  $AC$  (см. рисунок). Рамка и стержень изготовлены из одного куска провода, омическое сопротивление единицы длины которого равно  $\rho$ . В некоторый момент включается однородное магнитное поле, вектор индукции которого перпендикулярен плоскости рамки. Какую скорость приобретает стержень за время установления магнитного поля, если установившееся значение индукции равно  $B_0$ ? Смещением стержня за время установления магнитного поля пренебречь. Трение не учитывать. Масса стержня  $M$ .



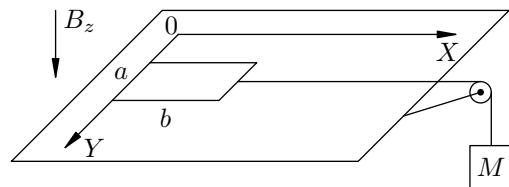
$$\int_{\Sigma} \vec{E} \wedge \vec{g} \, d\vec{r} = a$$

Задача 24. (МФТИ, 2004) На гладкой горизонтальной поверхности стола расположена проволочная прямоугольная рамка массой  $m$  со сторонами  $a$  и  $b$  (см. рисунок). Рамка находится в магнитном поле, составляющая вектора индукции которого вдоль оси  $Z$  зависит только от координаты  $x$  и изменяется по линейному закону:  $B_z(x) = B_0(1 - \alpha x)$ , где  $B_0$  и  $\alpha$  — заданные константы. Рамке сообщают вдоль оси  $X$  скорость  $v_0$ . Пренебрегая самоиндукцией рамки, определить расстояние, пройденное рамкой до полной остановки. Омическое сопротивление рамки равно  $R$ . Рамка движется поступательно.



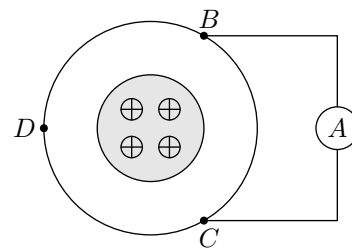
$$\int_{\Sigma} \vec{v} \wedge \vec{g} \, d\vec{r} = T$$

Задача 25. (МФТИ, 2004) На гладкой горизонтальной поверхности стола расположена проволочная прямоугольная рамка массой  $m$  со сторонами  $a$  и  $b$  (см. рисунок). Рамка находится в магнитном поле, составляющая вектора индукции которого вдоль оси  $Z$  зависит только от координаты  $x$  и изменяется по линейному закону:  $B_z(x) = B_0(1 - \alpha x)$ , где  $B_0$  и  $\alpha$  — заданные константы. С помощью нерастяжимой нити и неподвижного блока рамка связана с грузом массой  $M$ . Сначала груз удерживают, а затем отпускают, и рамка приходит в поступательное движение. Пренебрегая самоиндукцией рамки, определить максимальную мощность тепловых потерь в рамке. Омическое сопротивление рамки равно  $R$ .



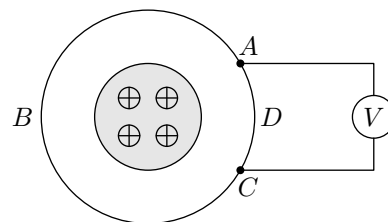
$$W_{\max} = \int_{\Sigma} \left( \frac{\alpha a b B_0}{M g} \right) = R$$

Задача 26. (МФТИ, 2005) Проволочное кольцо  $DBC$ , сопротивление которого равно  $R$ , пронизывается магнитным потоком  $\Phi = \Phi_0 \cos \omega t$ , где  $t$  — время,  $\Phi_0$  и  $\omega$  — заданные константы. Магнитное поле сосредоточено практически в узкой области (см. рисунок). Точки  $D$ ,  $B$  и  $C$  этого кольца делят его на три равные части. Что покажет амперметр переменного тока с сопротивлением  $r$ , если его присоединить к точкам  $B$  и  $C$ ? Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.



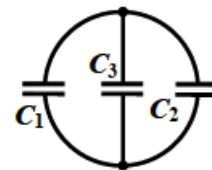
$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \Phi_0 \omega \sin \omega t$$

Задача 27. (МФТИ, 2005) Сопротивления участков  $ADC$  и  $CBA$  проволочного кольца равны  $R$  и  $5R$  (см. рисунок). Кольцо пронизывается магнитным потоком  $\Phi = \Phi_0 \cos \omega t$ , где  $t$  — время,  $\Phi_0$  и  $\omega$  — заданные константы. Магнитное поле полностью сосредоточено внутри кольца. Что покажет вольтметр переменного тока с сопротивлением  $8R$ , если его присоединить к точкам  $A$  и  $C$ ? Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.



$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \Phi_0 \omega \sin \omega t$$

Задача 28. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) Три конденсатора с ёмкостями  $C_1 = 1$  мкФ,  $C_2 = 2$  мкФ,  $C_3 = 1$  мкФ соединены в контур в виде окружности с переключкой по диаметру. Контур помещён в переменное магнитное поле, скорость изменения потока через контур постоянна и составляет  $f = 10$  Вб/с. Какой заряд образуется при этом на обкладках конденсатора  $C_3$ ?



$$\frac{f(C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1)}{C_1 + C_2 + C_3} = \epsilon b$$

Задача 29. (МОШ, 2015, 11) Школьник Владислав проводит опыты с трансформатором и источником питания, который выдаёт переменное напряжение  $U(t) = U_0 \cos \omega t$ , где  $U_0 = 12$  В. Трансформатор имеет две обмотки с двумя выводами у каждой. Число витков первой обмотки равно  $N$ , второй обмотки —  $3N$ . Переменные напряжения с какими амплитудами может получить Владислав с помощью данного оборудования? Для каждого значения амплитуды напряжения нарисуйте соответствующую схему соединений.

$$U_0, 2U_0, 3U_0, 4U_0, 5U_0, 6U_0, 7U_0, 8U_0, 9U_0, 10U_0, 11U_0, 12U_0, 13U_0, 14U_0, 15U_0, 16U_0, 17U_0, 18U_0, 19U_0, 20U_0, 21U_0, 22U_0, 23U_0, 24U_0, 25U_0, 26U_0, 27U_0, 28U_0, 29U_0, 30U_0, 31U_0, 32U_0, 33U_0, 34U_0, 35U_0, 36U_0, 37U_0, 38U_0, 39U_0, 40U_0, 41U_0, 42U_0, 43U_0, 44U_0, 45U_0, 46U_0, 47U_0, 48U_0, 49U_0, 50U_0, 51U_0, 52U_0, 53U_0, 54U_0, 55U_0, 56U_0, 57U_0, 58U_0, 59U_0, 60U_0, 61U_0, 62U_0, 63U_0, 64U_0, 65U_0, 66U_0, 67U_0, 68U_0, 69U_0, 70U_0, 71U_0, 72U_0, 73U_0, 74U_0, 75U_0, 76U_0, 77U_0, 78U_0, 79U_0, 80U_0, 81U_0, 82U_0, 83U_0, 84U_0, 85U_0, 86U_0, 87U_0, 88U_0, 89U_0, 90U_0, 91U_0, 92U_0, 93U_0, 94U_0, 95U_0, 96U_0, 97U_0, 98U_0, 99U_0, 100U_0$$