

Динамика маятника

Во всех задачах, говоря о маятнике, мы имеем в виду математический маятник — маленький груз, подвешенный на невесомой нерастяжимой нити. Кронштейн, на котором висит маятник, не мешает движению груза и нити. Сопротивлением воздуха пренебрегаем. Ускорение свободного падения равно g .

ЗАДАЧА 1. Маятник массы m отклонили на угол 90° от положения равновесия и отпустили без начальной скорости. Найдите силу натяжения нити в момент прохождения маятником положения равновесия.

бшг

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2016, I этап, 11) Шарик массой m подвешен на лёгкой нерастяжимой нити. Шарик отклоняют так, что нить составляет угол 45° с вертикалью, и отпускают. Найдите максимальный модуль силы натяжения нити в процессе движения шарика. Трением можно пренебречь.

$(\sqrt{2} - 1)mg$

ЗАДАЧА 3. Маятник массы m отклонили на угол $\alpha \leq 90^\circ$ от положения равновесия и отпустили без начальной скорости. Найдите силу натяжения нити в момент прохождения маятником положения равновесия.

$(v \cos \alpha - g)mg$

ЗАДАЧА 4. (МФО, 2016, 11) Математический маятник колеблется с угловой амплитудой $\varphi_0 = 0,1$ рад. В момент прохождения маятником нижней точки своей траектории скорость маятника резко увеличили в 2 раза. Найдите новую угловую амплитуду колебаний φ_1 .

$\arccos \frac{g - v^2 \cos \varphi_0}{g} \approx 0,2$ рад

ЗАДАЧА 5. («Физтех», 2016, 10–11) Маленький шарик массой m подвешен на нити и колеблется в вертикальной плоскости с угловой амплитудой $\varphi_0 = \arccos 0,8$.

- 1) Найти минимальную силу натяжения нити при колебаниях.
- 2) Найти максимальную силу натяжения нити при колебаниях.
- 3) Найти касательное ускорение шарика в момент, когда сила натяжения нити в 1,5 раза больше её минимального значения.

$\frac{g}{6\sqrt{5}} = \frac{v^2}{g} (g \sin \varphi_0 = \frac{v^2}{L} \sin \varphi_0 = \frac{v^2}{L} (1 - \cos \varphi_0))$

ЗАДАЧА 6. Маятник массы m вращается в вертикальной плоскости, совершая полный оборот. Найдите разность максимальной и минимальной сил натяжения нити.

бшг

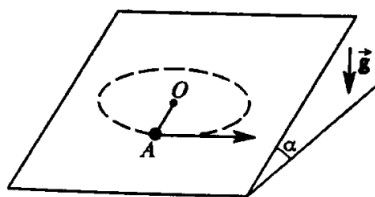
ЗАДАЧА 7. Маленький груз висит в покое на невесомой нерастяжимой нити длины l . Какую минимальную горизонтальную скорость v_0 надо сообщить грузу, чтобы он совершил полный оборот в вертикальной плоскости?

$$v_0 \sqrt{gl} = 0$$

ЗАДАЧА 8. («Физтех», 2012) Маленький шарик массой m висит неподвижно на невесомой нерастяжимой нити длиной l . Шарик толчком сообщают такую горизонтальную скорость, что при последующем движении шарик поднимается над начальной точкой на высоту, меньшую l , а минимальная сила натяжения нити равна $mg/3$. На какой высоте находился шарик в момент, когда сила натяжения нити равнялась mg ?

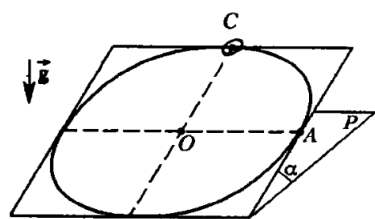
$$l \frac{6}{v} = q$$

ЗАДАЧА 9. (МФТИ, 1999) На гладкой наклонной плоскости с углом наклона α к горизонту в точке O прикреплена нить длиной l . К другому концу нити привязан небольшой шарик (см. рисунок). В начальный момент шарик находится в положении равновесия в точке A . Какую минимальную скорость надо сообщить шарик в точке A вдоль наклонной плоскости в горизонтальном направлении, чтобы шарик совершил полный оборот, двигаясь по окружности?



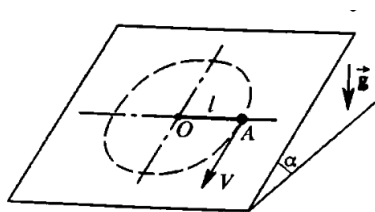
$$v \sin \alpha \sqrt{gl} = 0$$

ЗАДАЧА 10. (МФТИ, 1999) Обруч в форме окружности закреплён на столе в положении, когда его плоскость наклонена под углом α к горизонтальной поверхности P стола (см. рисунок). По обручу может скользить без трения небольшое колечко массой m . Вначале колечко удерживают в верхней точке C обруча. В результате незначительного толчка колечко приходит в движение. Найти модуль силы, с которой колечко действует на обруч в точке A , находящейся на горизонтальном диаметре обруча.



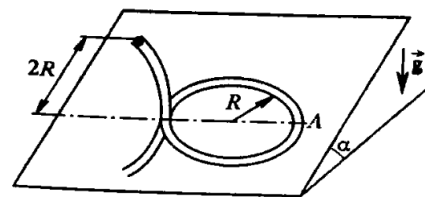
$$v \sin^2 \alpha + l \sin^2 \alpha = J$$

ЗАДАЧА 11. (МФТИ, 1999) Небольшой шарик прикреплен с помощью нити длиной l к гвоздю, вбитому в доску с гладкой плоской поверхностью, наклонённой под углом α к горизонту (см. рисунок). Вначале шарик удерживают на доске в точке A , слабо натянув нить горизонтально вдоль доски. Какую минимальную скорость v_0 надо сообщить шарик в точке A вдоль доски перпендикулярно нити, чтобы шарик совершил полный оборот, двигаясь по окружности?



$$v \sin \alpha \sqrt{gl} = 0$$

ЗАДАЧА 12. (МФТИ, 1999) Тонкая трубка с петлёй в форме окружности радиуса R закреплена на наклонной плоскости с углом наклона α к горизонту (см. рисунок). В верхний конец трубки, находящийся на расстоянии $2R$ от горизонтального диаметра петли, опускают без начальной скорости маленький шарик массой m . Шарик скользит внутри трубки без трения. С какой силой (по модулю) действует шарик на трубку в точке A , находящейся на горизонтальном диаметре петли?



$$v_{\text{шарика}} + \sqrt{b}u = J$$

ЗАДАЧА 13. (Всеросс., 2015, регион, 11) Маленький шарик колеблется на лёгкой нерастяжимой нити в поле тяжести g с большой угловой амплитудой α . Найдите величину ускорения, с которым движется шарик в те моменты времени, когда величина силы натяжения в 4 раза больше её минимальной величины. При каких значениях α возможна такая ситуация?

$$0.06 > v \geq 0.09 : b = v$$

ЗАДАЧА 14. Маленький груз висит в покое на невесомой нерастяжимой нити длины l . Грузу сообщают горизонтальную скорость $v_0 = \sqrt{3gl}$. На какой высоте h (над начальным положением груза) ослабнет нить? Опишите дальнейшее движение груза.

$$\text{эгобофен он эинэжият лижигоуодн элди : } \frac{g}{4} = v$$

ЗАДАЧА 15. Шар массы M , движущийся со скоростью u , сталкивается с неподвижным шаром массы m . Происходит абсолютно упругий центральный удар. Покажите, что при $M \gg m$ скорость второго шара после удара будет приблизительно равна $2u$.

ЗАДАЧА 16. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) На двух невесомых нерастяжимых нитях почти одинаковой длины $l = 108$ см подвешены рядом два небольших шарика, один из которых очень тяжёлый, а другой — очень лёгкий. Тяжёлый шарик отводят в сторону, так что его нить составляет угол $\alpha = 57^\circ$ с вертикалью, и отпускают без начальной скорости. В результате происходит упругий лобовой удар тяжёлого шарика по лёгкому, причём перед ударом скорость тяжёлого шарика направлена горизонтально. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите максимальную высоту подъёма лёгкого шарика после удара. Ответ записать в см, округлив до целых.

$$m \cdot 881 \approx \frac{1}{2}(v \cos \alpha - 6)v \cos \alpha \frac{l \alpha}{4}$$