

Консервативные системы

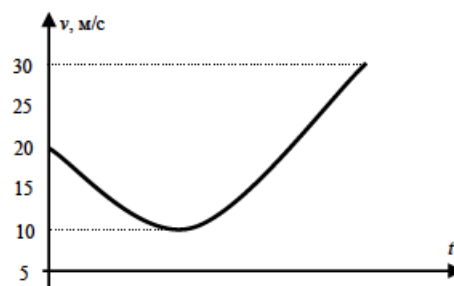
Система тел называется *консервативной*, если для неё выполняется закон сохранения механической энергии: $K + W = \text{const}$, где K — кинетическая энергия системы, W — её потенциальная энергия.

Если в системе имеются упругие пружины и при этом сама система находится во внешнем поле силы тяжести, то W является суммой соответствующих слагаемых вида $kx^2/2$ и mgh . Такая система будет консервативной при условии, что на тела системы не действуют силы сопротивления движению — в частности, силы трения.

Задача 1. (МФТИ, 1976) Цирковой гимнаст падает с высоты $H = 1,5$ м на туго натянутую упругую предохранительную сетку. Каково будет максимальное провисание гимнаста в сетке, если в случае спокойно лежащего в сетке гимнаста провисание $l = 0,1$ м?

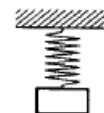
$$H + \frac{v^2}{2g} + l = x$$

Задача 2. (МОШ, 2017, 11) На графике представлена зависимость модуля скорости шарика, брошенного под углом к горизонту с балкона, от момента броска до падения на землю. Определите, под каким углом был брошен шарик и на какой высоте над землёй находится балкон. Сопротивлением воздуха можно пренебречь. $g = 10$ м/с².



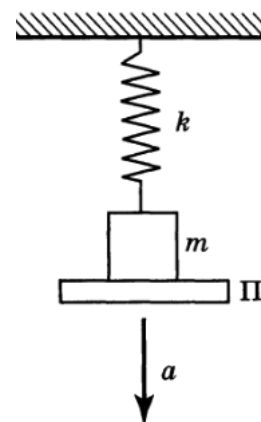
$$v_0 = 25 \text{ м/с}$$

Задача 3. (МОШ, 2017, 11) Груз, подвешенный на лёгкой пружине жёсткостью $k = 200$ Н/м, растягивает её на $x = 2$ см. Какую работу необходимо совершить вертикальной силе, приложенной к грузу, чтобы деформация пружины стала вдвое больше начальной?



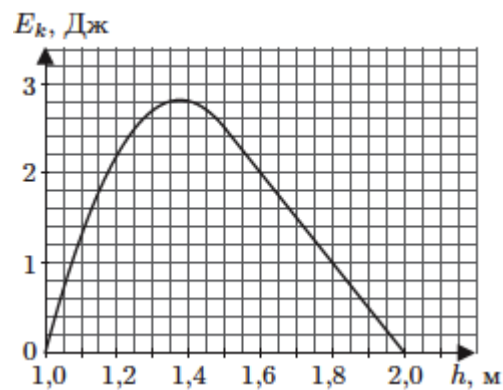
$$A_1 = 0,04 \text{ Дж}, A_2 = 0,36 \text{ Дж}$$

Задача 4. (Всеросс., 2000, ОЭ, 9) Груз массы m прикреплен к потолку лёгкой пружиной жёсткости k . В начальный момент времени груз лежит на подставке П, пружина не растянута, а её ось вертикальна (рис.). На какую максимальную длину L растянется пружина, если подставку начнут опускать с ускорением a ? Постройте график зависимости $L(a)$. Попробуйте подобрать удобные масштабы для переменных L и a .



$$\left. \begin{array}{l} b \leq v \text{ нгээ} \\ b > v \text{ нгээ} \end{array} \right\} \left(\frac{b}{(v-b\zeta)\sqrt{\lambda}} + 1 \right) \frac{y}{b\mu} = T$$

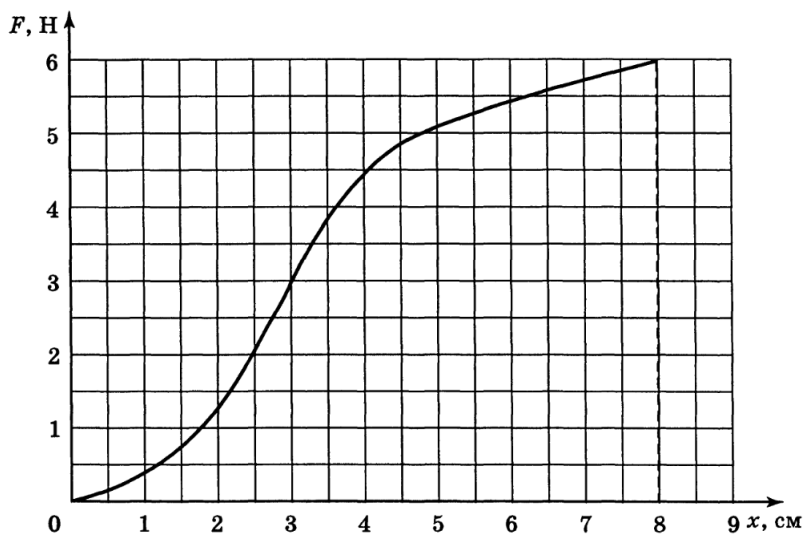
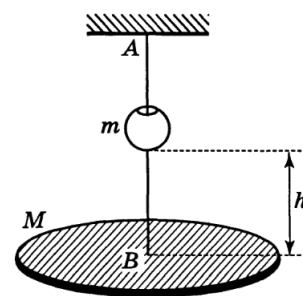
ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2012, финал, 9) На горизонтальном столе вертикально закреплена длинная гладкая труба, внутри которой установлена лёгкая пружина. Внутри трубы с высоты $H = 2$ м над столом без начальной скорости начинает падать шарик. Коснувшись верхнего витка пружины, шарик прилипает к нему. На рисунке приведён график зависимости кинетической энергии E_k падающего шарика от его высоты h над поверхностью стола. Определите длину L_0 недеформированной пружины, коэффициент жёсткости пружины k и массу шарика m . Считайте, что потери механической энергии в момент касания шариком верхнего витка пружины не происходит, и что закон Гука справедлив при любых деформациях пружины. Примите $g = 10$ м/с².



Примечание. Для расчётов используйте выданный Вам отдельно увеличенный рисунок.

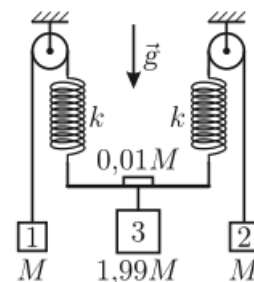
$$L_0 = 0.4 \text{ м}; k = 1.5 \text{ МН/м}; m = 0.1 \text{ кг}$$

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2001, финал, 9) Горизонтальная платформа массы $M = 300$ г подвешена на резиновом жгуте AB (рис. справа). Жгут проходит сквозь отверстие в грузе массы $m = 100$ г. Система находится в равновесии. Затем груз отпускают без начальной скорости с высоты h относительно платформы. Найдите, при каком минимальном значении h жгут порвётся, если его максимально допустимое удлинение $x_k = 8$ см. Зависимость силы натяжения жгута от его удлинения $F(x)$ приведена на рисунке ниже. Удар груза о платформу считать абсолютно неупругим.



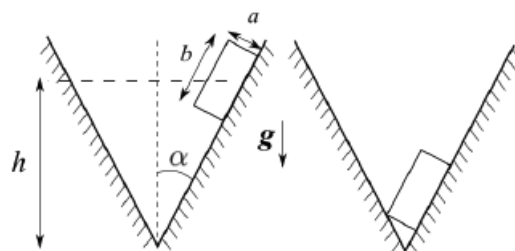
$$m = 0.1 \text{ кг}; M = 0.3 \text{ кг}; x_k = 8 \text{ см}; F(x) = \frac{m}{m+M} \cdot \Delta \nabla \frac{2m^2 g x}{m+M} = \psi$$

Задача 7. (МОШ, 2008, 10) Лёгкая доска подвешена за края на двух пружинах жёсткостью k , к другим концам которых прикреплены нерастяжимые нити, перекинутые через неподвижные блоки и соединённые с грузами 1 и 2 массой M каждый (см. рисунок). На середине доски лежит шайба массой $0,01M$; к доске снизу под шайбой подвешен груз 3 массой $1,99M$. В некоторый момент времени нить, связывающая доску и груз 3, обрывается. На какую максимальную высоту относительно своего первоначального положения подскочит шайба? Нити, блоки и пружины считать невесомыми, трение отсутствует, ускорение свободного падения равно g .



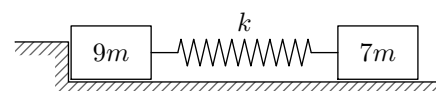
$$\frac{\gamma}{\delta} \sqrt{001} \approx \gamma$$

Задача 8. (МОШ, 2016, 11) Между двумя плоскостями, составляющими угол α , на поверхности одной из плоскостей находится брусок длиной b и высотой a . В начальный момент времени центр масс бруска находится на высоте h от линии пересечения плоскостей. Брусок отпускают без начальной скорости, он соскальзывает и касается своим ребром другой плоскости. Найдите скорость бруска в этот момент. Линия пересечения плоскостей параллельна поверхности земли. Трением пренебречь.



$$\left(\frac{v \cos \alpha}{g} - \frac{h}{a} \right) \sqrt{a} = a$$

Задача 9. («Физтех», 2011) На гладкой горизонтальной поверхности стола находятся бруски массами $9m$ и $7m$, к которым прикреплена лёгкая упругая пружина жёсткостью k , сжатая на величину x_0 (см. рисунок). Брусок массой $7m$ удерживают неподвижно, другой брусок прижат к упору. Затем брусок массой $7m$ отпускают.

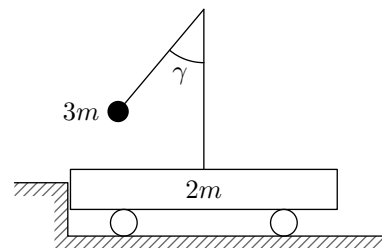


- 1) Найдите скорость бруска массой $7m$ в момент отрыва другого бруска от упора.
- 2) Найдите величину деформации пружины при максимальном расстоянии между брусками в процессе их движения после отрыва от упора.

Примечание. Величиной деформации называется модуль разности длин пружины в напряжённом и ненапряжённом состояниях.

$$0x \frac{\gamma}{\delta} = x \left(\frac{u \gamma}{\gamma} \right) \sqrt{0x} = a \quad (1)$$

ЗАДАЧА 10. («Физтех», 2011) На горизонтальной поверхности стола находится платформа с укрепленным на ней штативом. К штативу привязан на нити длиной l небольшой по сравнению с длиной нити шар. Масса платформы со штативом $2m$, масса шара $3m$. Шар отклоняют и удерживают неподвижно так, что нить составляет угол γ ($\cos \gamma = 1/3$) с вертикалью, а платформа прижата к упору (см. рисунок). Затем шар отпускают.



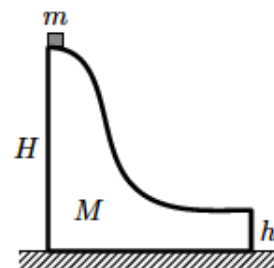
1) Найдите скорость шара в момент отрыва платформы от упора.

2) Найдите максимальный угол отклонения нити от вертикали направо в процессе движения системы после отрыва от упора.

Направления всех движений параллельны одной и той же вертикальной плоскости. Массой колёс платформы пренебречь.

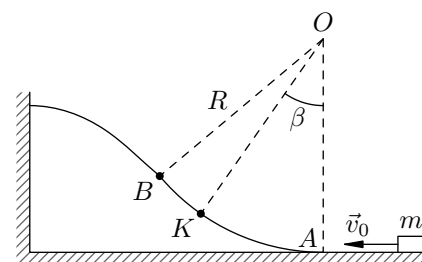
$$\frac{3l}{11} \cos \gamma = v \left(\gamma : \sqrt{\frac{6}{5}} \right) \wedge = a \quad (1)$$

ЗАДАЧА 11. («Курчатов», 2017, 11) Небольшая шайба массой m скатывается с вершины гладкой горки массой M и высотой H . Горка находится на гладкой поверхности. На какой высоте h над поверхностью должен находиться нижний горизонтальный участок горки для того, чтобы шайба упала на поверхность на максимальном расстоянии от точки поверхности, над которой произошел отрыв? Чему равно это расстояние, если $m : M = 19 : 81$, а высота горки $H = 1$ м?



$$v_{\text{отр}} = \frac{m+M}{M} \sqrt{gH} \quad \wedge H = \text{const} \quad \gamma/H = \eta$$

ЗАДАЧА 12. (МФТИ, 2001) На гладкой горизонтальной поверхности стола покоится горка, упирающаяся в гладкую вертикальную стенку (см. рисунок). Участок AB профиля горки — дуга окружности радиусом R . По направлению к горке движется со скоростью v_0 небольшая по сравнению с размерами горки монета массой m . Монета въезжает на горку, движется по горке без трения, не отрываясь от неё, и достигает точки K , продолжая движение. Радиус OK составляет с вертикалью угол β ($\cos \beta = 5/7$).

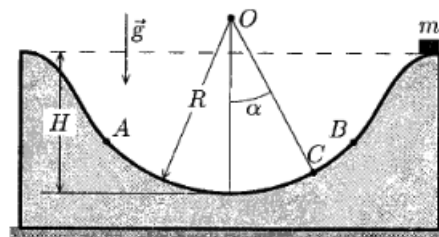


1) Найти скорость монеты в точке K .

2) Найти силу давления горки на стенку в момент прохождения монетой точки K .

$$\left(\frac{l}{b} + \frac{y}{a} \right) m \frac{l}{\sqrt{2}} = J \left(\gamma : \sqrt{\frac{4}{5}} - \frac{0a}{2} \right) \wedge = a \quad (1)$$

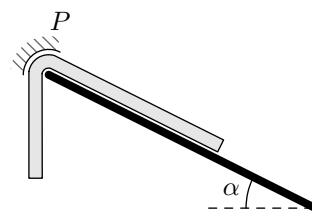
ЗАДАЧА 13. (МФТИ, 2001) На горизонтальной поверхности стола покоится чаша с небольшой по сравнению с чашей шайбой массой m (см. рисунок). Нижняя часть AB внутренней поверхности чаши есть часть сферы радиусом R . Глубина чаши $H = 3R/5$, её внутренняя поверхность гладкая. Шайба начинает скользить без начальной скорости и при движении не отрывается от чаши, а чаша остаётся в покое. Шайба достигает точки C , для которой угол между радиусом OC и вертикалью равен α ($\cos \alpha = 4/5$).



- 1) Найти скорость шайбы в точке C .
- 2) Найти силу трения между чашей и столом при прохождении шайбой точки C .

$$v = \sqrt{2gR \left(\cos \alpha - \frac{H}{R} \right)} = \sqrt{2gR \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5} \right)} = \sqrt{\frac{2}{5}gR} = v \quad (1)$$

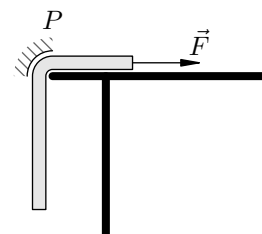
ЗАДАЧА 14. (МФТИ, 1998) На доске, наклонённой под углом 30° к горизонту, удерживают в покое однородную гибкую верёвку длиной $l = 40$ см так, что на доске лежит $4/7$ длины верёвки, а $3/7$ висит вертикально (см. рисунок). Трение верёвки о доску и направляющий желоб P пренебрежимо мало. Верёвку отпускают, и она движется, оставаясь в одной и той же вертикальной плоскости.



- 1) Найти ускорение верёвки в начальный момент движения.
- 2) Найти скорость верёвки в момент, когда соскользнёт с доски и примет вертикальное положение.

$$a = \frac{g \sin \alpha}{2} = \frac{g \sin 30^\circ}{2} = \frac{g}{4} = a \quad (1)$$

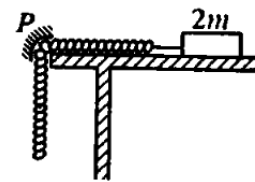
ЗАДАЧА 15. (МФТИ, 1998) Однородный гибкий канат длиной $L = 1$ м и массой $m = 1$ кг удерживают в покое за верхний конец так, что $1/3$ каната находится на столе, а $2/3$ свисает (см. рисунок). В некоторый момент канат перестают удерживать и начинают втаскивать на стол, прикладывая силу $F = 8$ Н вдоль горизонтальной поверхности стола перпендикулярно кромке стола. Трением каната о стол и направляющий желоб P пренебречь.



- 1) Найти ускорение каната в начальный момент его движения.
- 2) Найти скорость каната в момент, когда он полностью окажется на столе.

$$a = \frac{F}{m} = \frac{8}{1} = 8 = a \quad (1)$$

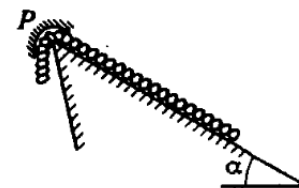
ЗАДАЧА 16. (МФТИ, 1998) Однородный гибкий канат массой m и длиной $L = 75$ см прикреплен к бруску массой $2m$, находящемуся на горизонтальной поверхности стола (см. рисунок). Со стола свешивается половина длины каната. Коэффициент трения бруска о стол $\mu = 0,15$. Трением каната о стол и направляющий желоб P пренебречь. Брусок удерживают в покое, а затем отпускают.



- 1) Найти ускорение бруска в начале движения.
- 2) Найти скорость бруска в момент, когда канат соскользнет со стола.

$$a \approx \frac{g}{10} \approx 1 \text{ м/с}^2$$

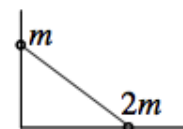
ЗАДАЧА 17. (МФТИ, 1998) Цепочку длиной $l = 20$ см удерживают в покое на клине так, что на наклонённой под углом α ($\sin \alpha = 3/5$) к горизонту поверхности клина лежит $2/3$ цепочки, а $1/3$ висит (см. рисунок). Трение цепочки о клин и направляющий желоб P пренебрежимо мало. Цепочку отпускают, и она «заползает» на клин, оставаясь в одной и той же вертикальной плоскости.



- 1) Найти ускорение цепочки в начальный момент движения.
- 2) Найти скорость цепочки в момент, когда она полностью окажется на клине.

$$a \approx \frac{g}{10} \approx 1 \text{ м/с}^2$$

ЗАДАЧА 18. («Росатом», 2012, 11) Стержень согнули под углом 90° и расположили так, что одна из сторон получившегося угла вертикальна, а вторая горизонтальна. На каждую сторону угла надели маленькие массивные бусинки с массами m и $2m$ и соединили их невесомым стержнем длиной l . В начальный момент стержень вертикален. Затем от малого толчка он приходит в движение, и бусинки скользят по сторонам угла (см. рисунок). Найти максимальную скорость нижней бусинки в процессе последующего движения.



$$v \approx \sqrt{2gl} \approx 2 \text{ м/с}$$

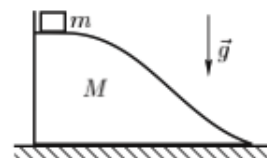
ЗАДАЧА 19. (МОШ, 2012, 10) «Водяная ракета» представляет собой полторалитровую ($V = 1,5$ л) бутылку, в которую налито небольшое количество воды массой $m = 200$ г. Ракета несёт полезный груз, укрепленный на её корпусе снаружи. Бутылка заткнута резиновой пробкой, а давление воздуха в ней равно $p = 5$ атмосфер. Оцените, на какую высоту взлетит эта ракета, запущенная вертикально вверх из перевернутого положения в результате быстрого выброса воды после удаления пробки. В момент старта ракета была неподвижна. Общая масса взлетевшей ракеты с «боеголовкой» $M = 0,5$ кг. Считайте, что давление в бутылке при выбросе воды меняется не сильно. Массой пробки и воздуха в бутылке пренебречь. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

$$h \approx 4,6 \text{ м}$$

ЗАДАЧА 20. (МОШ, 2012, 11) На лёгкой короткой нити к ветке сосны подвешена гирька массой $m = 1$ кг. К ней привязана другая лёгкая нить с длиной в недеформированном состоянии $L = 1$ м и жёсткостью $k = 1$ кН/м, на конце которой висит ещё одна гирька массой $m = 1$ кг. Система находилась в равновесии до момента, когда верхнюю нить перебил дятел. Гирьки упали на землю одновременно. Каково расстояние H от ветки до земли? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

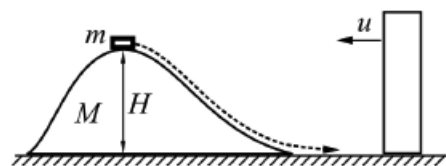
$$mg + \frac{mg}{L} = \left(\frac{6mg}{L} + 1 \right) \frac{L}{T} = H$$

ЗАДАЧА 21. (Всеросс., 2010, РЭ, 11) Слева направо по гладкой плоскости скользит тяжёлая горка массы M , на вершине которой покоится лёгкий груз массы m (см. рисунок). Кинетическая энергия K_1 груза в четыре раза меньше его потенциальной энергии Π . Груз съезжает с горки без трения. Найдите его кинетическую энергию K_2 , когда он окажется на плоскости. Считайте, что $\Pi = 1$ Дж, а $M \gg m$.



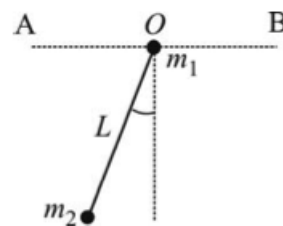
$$K_2 = \frac{1}{8} \Pi = \frac{1}{8} \text{ Дж}$$

ЗАДАЧА 22. (МОШ, 2010, 11) На гладкой горизонтальной плоскости покоится гладкая горка высотой H и массой M , а на её вершине лежит небольшая шайба массой m (см. рисунок). После лёгкого толчка шайба скатывается с горки и скользит перпендикулярно массивной вертикальной стенке, движущейся по плоскости в сторону горки со скоростью u . Испытав абсолютно упругое столкновение со стенкой, шайба скользит в обратном направлении, к горке. С какой минимальной скоростью u должна двигаться стенка, чтобы шайба смогла преодолеть горку?



$$\frac{u + \sqrt{2gH}}{\sqrt{2gH}} = n$$

ЗАДАЧА 23. (МОШ, 2013, 10) Два маленьких шарика 1 и 2, масса каждого из которых m , соединены невесомым стержнем длиной L . Первый шарик шарнирно закреплён в точке O , а второй шарик совершает колебания в вертикальной плоскости. В один из моментов, когда стержень был вертикален, верхний шарик освободили из крепления. Когда угол между стержнем и вертикалью оказался равным $\beta > 0$, шарик 2 приблизился к прямой AB на минимальное расстояние. С какой скоростью двигался шарик 2 в момент освобождения шарика 1? Сопротивлением воздуха пренебречь.

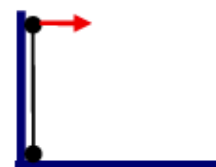


$$\frac{g}{g} \frac{L \sin \beta}{L} = a$$

ЗАДАЧА 24. (МОШ, 2013, 11) Гантель, состоящая из двух шариков массами m и $2m$ и лёгкого стержня длиной L , поставлена вертикально на гладкую горизонтальную поверхность более массивным шариком вниз. После небольшого толчка нижний шарик гантели начинает двигаться по горизонтальной поверхности, а верхний — двигаться в пространстве. Найдите модули скоростей v_1 и v_2 шариков в зависимости от синуса угла наклона β гантели к горизонту. Ускорение свободного падения равно g .

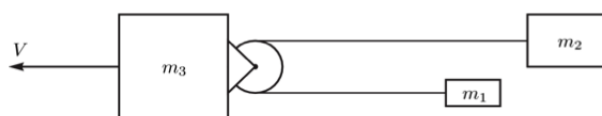
$$\frac{g \sin^2 \beta - 6}{g \sin^2 \beta (g \sin^2 \beta - 1)} T^2 \beta \zeta \Lambda = \tau_0, \quad \frac{g \sin^2 \beta - 6}{(g \sin^2 \beta - 6)(g \sin^2 \beta - 1)} T^2 \beta \zeta \Lambda = \tau_0$$

ЗАДАЧА 25. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11) Гантель из двух массивных одинаковых шариков и лёгкого жёсткого стержня поставлена вертикально в гладкий угол между вертикальной стеной и горизонтальным полом. Верхний шарик подталкивают от стены, сообщая ему скорость v_0 (но не сообщая скорости нижнему шарiku). Каким будет угол наклона стержня к вертикали в тот момент, когда сила давления нижнего шарика на стенку будет максимальна? Длина стержня L , ускорение свободного падения g .



$$0 = N \cos \beta \text{ или } \beta \leq 0 \text{ или } \beta > 0 \text{ или } \left(\frac{T^2 \beta \zeta \Lambda}{\tau T^2 \beta \zeta \Lambda + T^2 \beta \zeta \Lambda + \frac{g}{2} \Lambda} + T^2 \beta \zeta \Lambda \right) \cos \beta = \phi$$

ЗАДАЧА 26. (Всеросс., 2015, РЭ, 11) На гладкой горизонтальной плоскости находятся три бруска, массы которых равны m_1 , m_2 и m_3 . На рисунке приведён вид сверху. Упругая лёгкая резинка связывает бруски 1 и 2 и проходит через блок, прикреплённый к бруску 3. Трения в системе нет. Исходно бруски неподвижны, а резинка чуть провисает. Бруску 3 ударом (мгновенно) сообщают скорость v .



- 1) Найдите скорости брусков в момент, когда растяжение резинки наибольшее.
- 2) Какими будут скорости брусков, когда резинка снова провиснет?
- 3) В случае, когда $v = 1$ м/с, $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг, $m_3 = 3$ кг найдите скорость третьего бруска, когда растяжение резинки наибольшее.

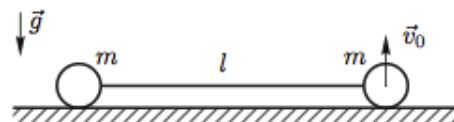
$$\frac{g \sin^2 \beta + g \sin^2 \beta + g \sin^2 \beta}{a(g \sin^2 \beta - g \sin^2 \beta + g \sin^2 \beta)} = \tau_0, \quad \frac{g \sin^2 \beta + g \sin^2 \beta + g \sin^2 \beta}{a g \sin^2 \beta} = \tau_0, \quad \frac{g \sin^2 \beta + g \sin^2 \beta + g \sin^2 \beta}{a g \sin^2 \beta} = \tau_0 \quad (2)$$

$$\frac{g \sin^2 \beta + g \sin^2 \beta + g \sin^2 \beta}{a g \sin^2 \beta} = \tau_0, \quad \frac{g \sin^2 \beta + g \sin^2 \beta + g \sin^2 \beta}{a g \sin^2 \beta} = \tau_0, \quad \frac{g \sin^2 \beta + g \sin^2 \beta + g \sin^2 \beta}{a g \sin^2 \beta} = \tau_0 \quad (1)$$

ЗАДАЧА 27. (Всеросс., 2003, ОЭ, 10) В высоком цилиндрическом сосуде радиуса $R = 4$ см с жидким гелием при температуре, близкой к абсолютному нулю (так что гелий является сверхтекучим и трением можно пренебречь), вертикально плавает ареометр — пластмассовый цилиндр радиуса $r = 3,9$ см и массой $m = 500$ г. В результате малых колебаний ареометра уровень гелия в сосуде тоже колеблется, причем амплитуда этих колебаний $x = 1$ мм. Найдите максимальную скорость v уровня поверхности гелия при этих колебаниях. Считайте, что капиллярными эффектами можно пренебречь, а плотность гелия $\rho = 122$ кг/м³.

$$\frac{g \sin^2 \beta}{a} = \frac{u}{b \sigma x} \Lambda x \lambda = a$$

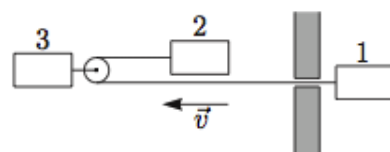
ЗАДАЧА 28. (Всеросс., 2013, финал, 10) Два одинаковых маленьких шарика массы m связаны невесомой и нерастяжимой нитью длины l и покоятся на гладкой горизонтальной плоскости (рис.). Правому шарика сообщается вертикальная скорость v_0 . Ускорение свободного падения g .



- 1) Найдите радиус кривизны траектории верхнего шарика в момент, когда нить вертикальна.
- 2) При каком значении начальной скорости v_0 нижний шарик в этот момент перестанет давить на плоскость?

$$R_{\text{кр}} = \frac{v_0^2}{g} \quad (z : \frac{v}{l} = \gamma \quad (1$$

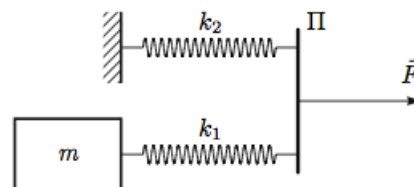
ЗАДАЧА 29. (Всеросс., 2015, финал, 10) Три одинаковых бруска движутся с одинаковыми скоростями \vec{v} . Длинная лёгкая упругая резинка, связывающая первый и второй бруски, проходит сквозь отверстие в массивной стене и через лёгкий блок, прикрепленный к третьему бруску (см. рисунок). В начальный момент времени резинка не растянута. Определите скорости брусков после упругого столкновения первого бруска со стеной в момент времени, когда резинка оказалась



- 1) максимально растянутой;
 - 2) снова ненатянутой.
- Трение в системе не учитывайте. Считайте, что пока резинка не станет снова ненатянутой, груз 2 не сталкивается с блоком, а груз 1 не ударяется о стену.

$$v_1 = v_2 = v_3 = v \quad (z : a_1 = a_2 = a_3 = a \quad (1$$

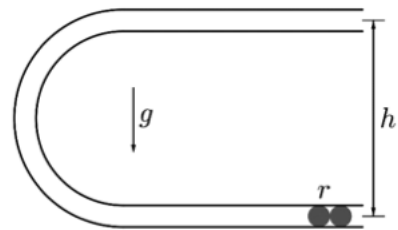
ЗАДАЧА 30. (Всеросс., 2015, финал, 10) На гладкой горизонтальной поверхности расположена конструкция, показанная на рисунке (вид сверху). Один конец пружины жёсткости k_1 прикреплен к грузу массы m , второй — к палочке П. У пружины жёсткости k_2 один конец закреплен неподвижно, а второй прикреплен к той же палочке П. На палочку всё время действует сила F , остающаяся постоянной по величине и направлению (что бы ни случилось). Поначалу груз m удерживают неподвижно, а затем отпускают без толчка.



- 1) Найдите максимальную скорость груза.
 - 2) Найдите удлинение первой пружины в момент, когда её длина будет минимальна.
- Считайте, что масса пружин и палочки равна нулю, длины пружин в недеформированном состоянии одинаковы, растяжения пружин в момент отпускания груза тоже одинаковы, силу F прикладывают к палочке таким образом, что она движется поступательно (не поворачивается при движении), трение отсутствует.

$$v_{\text{max}} = \frac{F}{\sqrt{m(k_1 + k_2)}} \quad (z : \frac{v}{F} = \frac{1}{\sqrt{m(k_1 + k_2)}} \quad (1$$

Задача 31. (Всеросс., 2017, финал, 10) Двум одинаковым соприкасающимся шарикам радиуса $r = 5$ см сообщают горизонтальную скорость u . Шарики движутся по нижнему колену закреплённой стоящей на боку U-образной трубки (рис.). Расстояние между осями колен $h = 1,00$ м, они сопряжены по полуокружности, трения в системе нет, зазор между стенками и шариками мал. При каких значениях скорости u один шарик вылетит из верхнего колена, а другой — из нижнего? Ускорение свободного падения g .



$$\frac{(u + v)\sqrt{g}}{n} > n > \frac{(u - v)\sqrt{g}}{n}$$