

Баллистика. Координаты

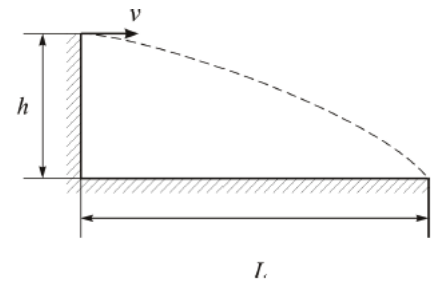
Полёт камня в поле силы тяжести является равноускоренным движением: ускорение постоянно и равно \vec{g} (сопротивление воздуха не учитываем). Траекторией камня, брошенного под ненулевым углом к вертикали, является парабола. Такое движение удобно рассматривать как наложение двух движений:

- 1) равномерного движения по горизонтали;
- 2) движения по вертикали с ускорением g , направленным вниз.

ЗАДАЧА 1. («Физтех», 2012, 9–11) С башни высотой $H = 20$ м брошен горизонтально камень, который упал на горизонтальную поверхность Земли на расстоянии $S = 10$ м от основания башни. С какой скоростью был брошен камень? Принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

$$\text{р/к } g = \frac{H}{b} \wedge S = 0a$$

ЗАДАЧА 2. («Курчатов», 2016, 9) Дальность полёта L тела, брошенного горизонтально со скоростью $v = 3$ м/с, в 3 раза больше высоты h , с которой бросили тело. Найдите время полёта тела и модуль скорости тела непосредственно перед падением на горизонтальную поверхность. Модуль ускорения свободного падения примите равным $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха можно пренебречь.



$$\text{р/к } g \approx \frac{v^2}{2h} \wedge L = n \text{ : } v_0 = \frac{v}{g} = 1$$

ЗАДАЧА 3. («Физтех», 2016, 9) Камень брошен с поверхности Земли под углом к горизонту со скоростью $v_0 = 10$ м/с. В верхней точке траектории скорость камня оказалась $v = 6$ м/с. Сопротивление воздуха не учитывать. Принять ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

- 1) Найти вертикальную составляющую скорости камня при броске.
- 2) Найти время полёта камня до верхней точки траектории.

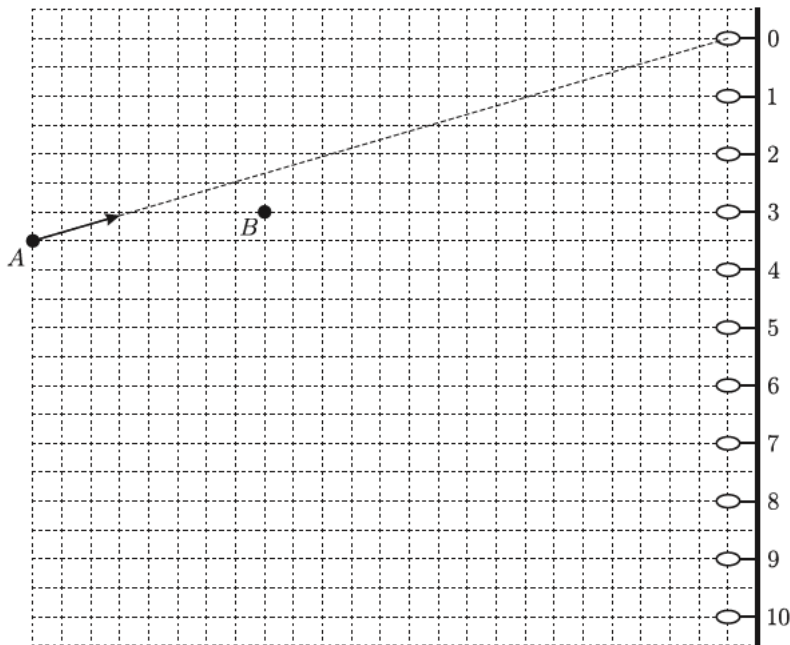
$$\text{р/к } (2) \text{ : } v_0 = 1$$

ЗАДАЧА 4. («Физтех», 2016, 10) Камень, брошенный мальчиком с горизонтальной поверхности Земли под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, через $t_0 = 0,8$ с перелетает через забор с горизонтально направленной скоростью, почти касаясь забора. Сопротивление воздуха не учитывать. Принять ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

- 1) Найти начальную скорость камня.
- 2) Найти высоту забора.
- 3) Найти расстояние от мальчика до забора.

$$\text{р/к } \approx \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = T \text{ (} g \text{ : } v_0 \text{ : } g = \frac{v_0}{2g} = \frac{v_0 \sin \alpha}{2g} = 0a \text{ (} 1$$

ЗАДАЧА 5. (МОШ, 2008, 9) К вертикальной стенке через равные интервалы прикреплены баскетбольные кольца, пронумерованные от 0 до 10. Стремясь попасть в одно из колец, школьник бросил мяч из точки A точно по направлению к кольцу с номером 0 (см. рисунок). В некоторый момент полёта мяч находился в точке B . В какое из баскетбольных колец он попадёт? Влиянием воздуха пренебречь.



В кольцо 6

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2014, МЭ, 9–10) Из танка, движущегося со скоростью $u = 15$ м/с, в направлении его движения выпускают снаряд. Начальная скорость снаряда относительно Земли направлена под таким углом α к горизонту, что $\operatorname{tg} \alpha = 0,2$. К моменту падения снаряда на Землю танк проехал $1/20$ дальности полёта снаряда. Определите максимальную высоту h , на которую поднялся снаряд во время полёта. Ускорение свободного падения считать равным $g = 10$ м/с².

$$h = \frac{6}{8} = 0,75$$

ЗАДАЧА 7. (МОШ, 2017, 10) Два гоночных автомобиля с открытыми (без крыльев) колёсами едут друг за другом по мокрому прямолинейному горизонтальному шоссе со скоростью $v = 150$ км/ч. При каком минимальном расстоянии r между ними брызги из-под колёс переднего автомобиля не будут попадать на лобовое стекло заднего? Размерами автомобилей по сравнению с расстоянием между ними пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным $g = 9,8$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

$$r \approx \frac{6}{2} = 3$$

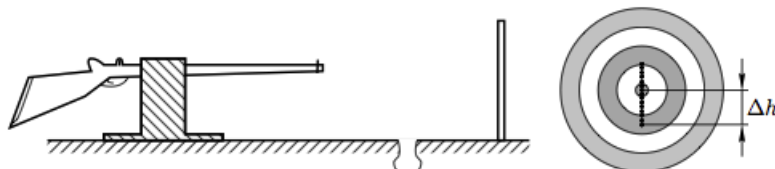
ЗАДАЧА 8. (МОШ, 2015, 9) Мячик бросают с начальной скоростью v с поверхности земли под углом α к горизонту. В момент нахождения мячика на максимальной высоте из той же точки на поверхности земли бросают камень под углом β к горизонту. Размеры мячика и камня малы, сопротивлением воздуха можно пренебречь.

1) Определите, с какой начальной скоростью u бросили камень, если он столкнулся с мячиком во время его полёта.

2) Найдите время движения камня от момента его броска до момента столкновения с мячиком.

$$\frac{g \sin \alpha \cos \beta \tau}{(g \sin \alpha \cos \beta \tau - 2 \cos \alpha \sin \beta) u \sin \alpha} = L, \quad \frac{g \sin \alpha \cos \beta \tau - g \cos \alpha}{v \cos \alpha} = n$$

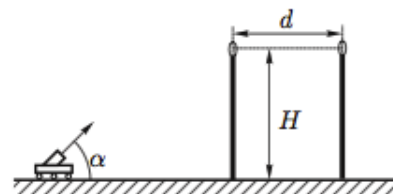
ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 2011, РЭ, 9) Мелкокалиберную винтовку закрепили на стенде так, что её ствол оказался горизонтальным (левый рисунок). После этого из винтовки начали стрелять в мишень, находящуюся от неё на расстоянии $L = 50$ м. Из-за небольшого разброса Δv скоростей пуль они попадают в мишень на разной высоте (правый рисунок), причём максимальное отклонение высоты их попадания в мишень от её среднего значения составляет $\Delta h = 17$ мм. Определите максимальное отклонение Δv скорости пули от её среднего значения $v_0 = 350$ м/с.



Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Изменение скорости пули из-за сопротивления воздуха не учитывать.

$$\Delta v / v_0 \approx \frac{2 \tau^2 g}{4 \sqrt{v_0^2}} = a \tau^2$$

ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 2013, РЭ, 9) На ровном гладком полу установлены два шеста высоты H с небольшими кольцами наверху. Расстояние между кольцами d (см. рисунок), а их плоскости перпендикулярны линии, соединяющей вершины шестов. По полу может перемещаться маленький робот, функция которого — запускать небольшие мячики с фиксированной скоростью v_0 под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Скорость v_0 подобрана так, что $v_0^2 > 4gH$. При каком минимальном $d \neq 0$ робот может выполнить бросок так, чтобы мячик пролетел сквозь оба кольца? Удар мяча о пол считайте абсолютно упругим. Отдельно рассмотрите случай $gH \ll v_0^2$.



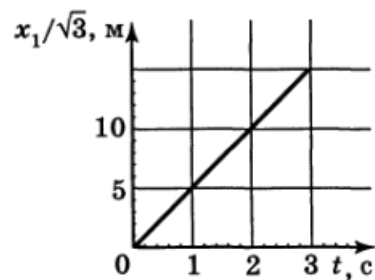
$$H \tau = p \text{ или } \tau \gg H \text{ и т.д. } \frac{v_0^2}{g} = T \text{ чётко } : H \tau < T \text{ или } \left(\frac{T}{Hv} - 1 \sqrt{1 - 1} \right) T = p : H \tau > T \text{ или } \frac{T}{Hv} - 1 \sqrt{1} T = p$$

ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 2017, РЭ, 9) Небольшую петарду подвесили на нити на высоте H над горизонтальной поверхностью. В результате взрыва она распалась на два осколка, которые полетели в противоположные стороны с одинаковыми начальными скоростями v_0 , направленными вдоль одной прямой. Какое наибольшее расстояние L может оказаться между осколками после их падения? С места падения осколки не смещаются.

$$\left. \begin{array}{l} H \tau \leq \frac{v_0^2}{g} \text{ и т.д. } : \frac{v_0^2}{g} + H \tau \\ : H \tau > \frac{v_0^2}{g} \text{ и т.д. } : \frac{v_0^2}{g} \sqrt{1 - 1} \end{array} \right\} = x_{\max} T$$

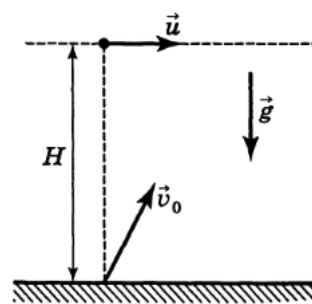
ЗАДАЧА 12. (Всеросс., 1994, финал, 9) Два небольших стальных шарика, размером которых в условиях задачи можно пренебречь, находятся в одной точке горизонтальной плоскости. Шарика одновременно бросают с одинаковыми начальными скоростями. Начальная скорость первого шарика составляет угол $\alpha_1 = 30^\circ$ с горизонтом, скорость второго — некоторый угол α_2 , причём $45^\circ < \alpha_2 < 90^\circ$. Горизонтальная координата x_1 первого шарика во время полёта изменяется по закону, представленному на графике (рис.).

Спустя время $t = 7/5$ с после броска оба шарика оказались на одной высоте над плоскостью. Определите угол α_2 , под которым брошен второй шарик, а также расстояние между шариками через 1 с после броска. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2 . Считать, что соударение шариков с горизонтальной плоскостью происходит по законам упругого удара.



$$v_2 = \arcsin \frac{v_1}{v_2} \approx 52^\circ; \text{ } p \approx \sqrt{11} \text{ м} \approx 3,3 \text{ м}$$

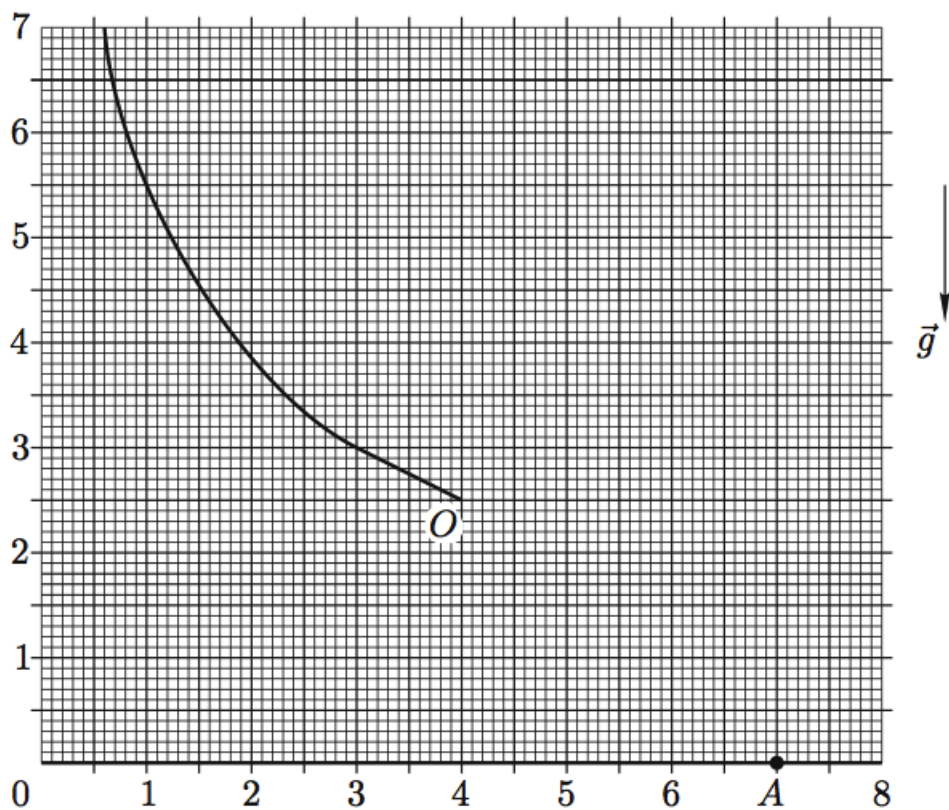
ЗАДАЧА 13. (Всеросс., 1997, финал, 9) Птица летит горизонтально на высоте H с постоянной скоростью u . Плохой мальчик из 9 класса замечает птицу в момент, когда она находится в точности над его головой, и сразу же стреляет из рогатки. Какой должна быть скорость u птицы, чтобы мальчик никак не смог попасть в неё? Максимальная скорость вылета камня равна v_0 . Сопротивлением воздуха пренебречь.



$$\text{Если } v_0 \geq \sqrt{2gH}, \text{ то } u < \sqrt{2gH}; \text{ если } v_0 < \sqrt{2gH}, \text{ то } u \text{ любая}$$

ЗАДАЧА 14. (Всеросс., 2011, финал, 9) Небольшое тело отпустили без начальной скорости в некоторой точке M гладкого изогнутого желоба. Оторвавшись от желоба в точке O , оно упало на пол в точке A (рис.). С помощью построений и расчётов покажите на рисунке положение точки M желоба, в которой тело было отпущено. Каково расстояние (в условных единицах) от пола до точки M ?

Масштабы по осям рисунка даны в некоторых условных единицах.

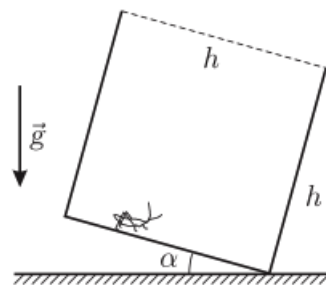


$$v = \sqrt{2gh}$$

ЗАДАЧА 15. (МОШ, 2006, 10) Однажды летним утром кузнечик сидел на асфальте. Когда Солнце поднялось на угол φ над горизонтом, он прыгнул в сторону Солнца с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту. С какой скоростью движется по асфальту тень кузнечика спустя время t после прыжка?

$$\frac{v}{v_0} = \frac{1}{\cos \varphi} \left(\cos \alpha + \frac{g t^2 \sin \alpha \cos \varphi}{2 v_0} \right)$$

ЗАДАЧА 16. (МОШ, 2008, 10) В открытой прямоугольной коробке сидит кузнечик, который умеет прыгать с начальной скоростью $V_0 = 3$ м/с под любым углом к горизонту. На какой минимальный угол к горизонту нужно наклонить коробку, чтобы кузнечик смог из неё выпрыгнуть? Считать, что каждая грань коробки является квадратом со стороной $h = 52$ см. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха пренебречь.

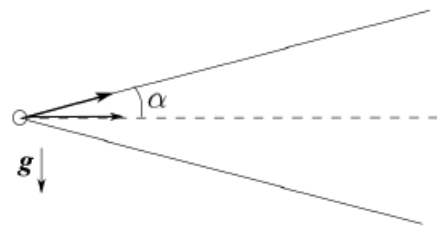


$$v = \frac{V_0^2}{2g} \approx 0.45$$

ЗАДАЧА 17. (*Всеросс., 2017, МЭ, 11*) Стоя на движущемся вниз эскалаторе, мальчик подбросил монетку, как ему показалось, вертикально вверх, и через $\tau = 1$ с поймал её. Скорость эскалатора $V = 1$ м/с, а угол его наклона к горизонту $\alpha = 30^\circ$. На какое максимальное расстояние от точки бросания удалялась монетка? В течение какого времени монетка поднималась вверх в системе отсчёта, связанной со стенами шахты эскалатора? Ускорение свободного падения можно считать равным $g = 10$ м/с².

$$\frac{v_0}{g} = \tau \sin \alpha$$

ЗАДАЧА 18. (*МОШ, 2016, 10*) Тёмной ночью на верхушку высокого столба повесили фонарь так, что пучок излучаемого им света образует прямой круговой конус с углом раствора 2α , и ось этого конуса параллельна земле. Из точки крепления фонаря бросают маленькие шарики с одним и тем же модулем начальной скорости так, что их траектории полностью лежат в вертикальной плоскости, содержащей ось конуса. Первый шарик, запущенный вдоль оси конуса, был виден в течение времени $\tau = 2$ с. В течение какого времени τ_1 будет виден шарик, запущенный вверх под углом α к горизонту? Через какое время τ_2 с момента начала движения этот шарик пересечёт ось конуса? Чему равен модуль начальной скорости v , с которой запускают шарики?



Считайте пучок узконаправленным (угол раствора конуса достаточно мал). Размерами фонаря и шариков можно пренебречь. Для малых углов $\sin \alpha \approx \text{tg } \alpha \approx \alpha$ (когда α выражен в радианах), $\cos \alpha \approx 1$. Ускорение свободного падения g известно.

$$\frac{v_0}{g} = \tau \sin \alpha$$

ЗАДАЧА 19. (*«Росатом», 2011, 11*) Тело бросили под углом к горизонту. Известно, что время полёта тела равно τ , а отношение максимальной и минимальной скоростей тела в процессе движения $v_{\max}/v_{\min} = k$. Определить дальность полёта. Сопротивлением воздуха пренебречь.

$$\frac{1 - \frac{v_0}{g} \tau}{\tau} = 1$$

ЗАДАЧА 20. (*МФТИ, 1997*) Снаряд разорвался на несколько осколков, полетевших во все стороны с одинаковыми скоростями. Осколок, полетевший вертикально вниз, достиг земли за время t_1 . Осколок, полетевший вертикально вверх, упал на землю через время t_2 . Сколько времени падали осколки, полетевшие горизонтально? Сопротивление воздуха не учитывать.

$$\frac{t_1 t_2}{\tau} = 1$$

ЗАДАЧА 21. (*МФТИ, 1982*) Мяч, брошенный одним игроком другому под углом к горизонту со скоростью $v_0 = 20$ м/с, достиг высшей точки траектории через секунду. На каком расстоянии друг от друга находились игроки? Сопротивление воздуха не учитывать, ускорение свободного падения принять равным 10 м/с².

$$v_0 \approx \frac{v_0}{g} \tau = 1$$

ЗАДАЧА 22. (МФТИ, 1982) Баскетболист бросает мяч в кольцо. Скорость мяча после броска $v_0 = 8$ м/с и составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с горизонтом. С какой скоростью мяч попал в кольцо, если он долетел до него за секунду? Сопротивление воздуха не учитывать, ускорение свободного падения принять равным 10 м/с².

$$v/m \approx \alpha \sin \alpha t \sqrt{g} - z(\alpha t) + \frac{v_0}{2} \sqrt{g} = a$$

ЗАДАЧА 23. (МФТИ, 1982) Камень бросили с крутого берега реки вверх под углом 30° к горизонту со скоростью $v_0 = 10$ м/с. С какой скоростью он упал в воду, если время полёта $t = 2$ с? Сопротивление воздуха не учитывать, ускорение свободного падения принять равным 10 м/с².

$$v/m \approx \alpha \sin \alpha t \sqrt{g} - z(\alpha t) + \frac{v_0}{2} \sqrt{g} = a$$

ЗАДАЧА 24. («Росатом», 2013, 11) Симметричная граната, брошенная с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту, в верхней точке траектории разорвалась на множество одинаковых осколков. Через какое время после взрыва упал на землю самый первый осколок, если осколки падали на землю в течение времени Δt ?

$$\left(1 - \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right) + 1 \right) \frac{g}{2} = t$$

ЗАДАЧА 25. («Физтех», 2014, 9–10) Лежавшая на наклонённой под углом α ($\cos \alpha = 5/6$) к горизонту поверхности граната взорвалась, в результате чего во все стороны разлетелось множество осколков с одинаковой начальной скоростью $v = 10$ м/с. Через какое время после взрыва на поверхность упадёт последний осколок? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

$$t = 2.4 \text{ с}$$

ЗАДАЧА 26. («Росатом», 2013, 11) На одном из островов Бермудского треугольника ускорение свободного падения отклонено на юг и составляет угол α с вертикалью. На каком расстоянии от туземца упадет камень, брошенный вертикально вверх с начальной скоростью v_0 ? В каком направлении его следует бросить, чтобы он вернулся обратно? Вращение Земли не учитывать.

$$l = \frac{2v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} : \text{в направлении, противоположном вектору } \underline{g}$$

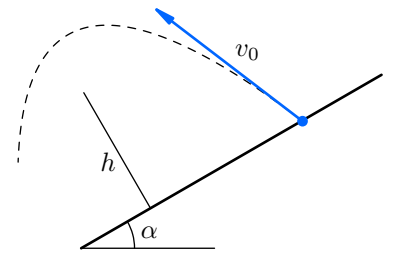
ЗАДАЧА 27. (МОШ, 2014, 9–10) На земле рядом со светящейся лампочкой лежат два футбольных мяча. Футболист Вася ударил по мячу и наблюдает за движением тени от мяча по вертикальной стене. Вася обнаружил, что тень сразу после удара находилась на высоте 20 м и после этого двигалась вниз с постоянной скоростью 4 м/с. Затем футболист Петя ударил по второму мячу в том же направлении, что и Вася, сообщив мячу вдвое большую скорость под тем же углом к горизонту.

А) На какой высоте будет находиться сразу после удара тень от мяча Пети? Ответ выразите в метрах и округлите до десятых.

В) С какой скоростью будет двигаться вниз тень от мяча Пети? Ответ представьте в м/с и округлите до десятых.

$$(A) 20; (B) 2$$

Задача 28. («Физтех», 2011, 10) Плоская поверхность горы наклонена под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Перпендикулярно поверхности установлен тонкий забор, высшая точка которого находится на расстоянии $h = 7$ м от поверхности горы. Требуется перебросить через забор маленький камень, бросив его с поверхности горы. Найдите минимальную начальную скорость, при которой это можно сделать, если место броска и направление начальной скорости можно выбирать произвольно. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с², сопротивление воздуха не учитывать.



$$v_0 \approx \sqrt{2gh} = 11.8 \text{ м/с}$$