Баллистика. Отражения

Данный листок посвящён задачам, в которых полёт тела в поле силы тяжести сочетается с отражениями от стен.

При упругом отражении полезно иметь в виду, что траектория после отскока является симметричным отражением мнимого участка траектории, который был бы действительным при отсутствии стены.

Задача 1. (*«Физтех», 2016, 9*) Маленький шарик, брошенный под углом $\alpha = 15^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с, упруго ударяется о вертикальную стену, находящуюся на расстоянии $L = 4$ м от места броска. Плоскость стены перпендикулярна плоскости траектории шарика.

1) Найдите расстояние (по горизонтали) от места броска, на котором шарик поднимется на максимальную высоту.

2) На каком расстоянии от места броска шарик упадет на горизонтальную поверхность земли?

Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с^2. Известно, что при любых углах α справедливо равенство $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$.

1) $l_1 = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g} = 2{,}5$ м; 2) $l_2 = 2L - \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = 3$ м

Задача 2. (*«Физтех», 2017, 9*) Мальчик бьёт ногой по мячу, который лежит на горизонтальной поверхности земли на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Сразу после удара мяч полетел под углом $\alpha = 45^\circ$ горизонту, затем упруго ударился о стену дома на высоте $H = 5$ м от поверхности земли и упал на землю на то же место, где лежал вначале.

1) Найти скорость мяча сразу после удара ногой.

2) Найти время t_0 полёта мяча от момента удара ногой до падения на землю.

3) На каком расстоянии от стены лежал мяч вначале?

Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2.

1) $v_0 = \frac{\sqrt{2gH}}{\sin\alpha} \approx 14$ м/с; 2) $t_0 = \sqrt{\frac{8H}{g}} \approx 2$ с; 3) $L = 2H\operatorname{ctg}\alpha = 10$ м

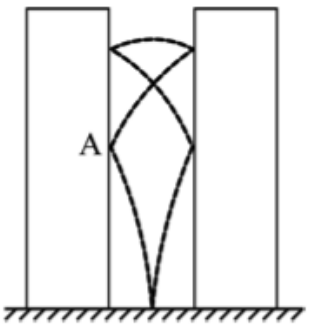
Задача 3. (*Всеросс., 2016, МЭ, 9–10*) Камень бросили с горизонтальной площадки под углом к горизонту в направлении вертикальной стены. Камень упруго ударился о стену и упал на площадку. Известно, что время полёта от момента бросания до удара составило t_1, а время полёта от удара до падения — t_2. Определите, на какой высоте камень ударился о стену. Стена перпендикулярна плоскости, в которой движется камень. Влиянием воздуха можно пренебречь.

$h = \frac{gt_1t_2}{2}$

Задача 4. (*МФТИ, 1982*) С балкона, находящегося на высоте $h = 20$ м, бросают вниз под углом к горизонту мяч со скоростью $v_0 = 20$ м/с. Мяч при этом упруго ударяется о стену соседнего дома и падает на землю под балконом. Определить расстояние до соседнего дома, если время полёта мяча равно $t = 1{,}4$ с.

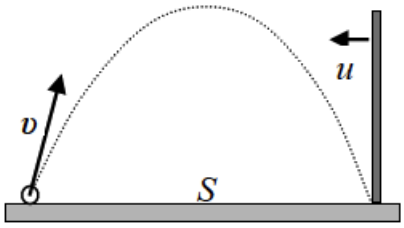
$s = \frac{1}{2}\sqrt{\left(v_0^2 + gh - \frac{g^2t^2}{4}\right)t^2 - h^2} \approx 13{,}2$ м

Задача 5. (*МОШ, 2010, 9*) В арке около одной из стен стоит мальчик и бросает мяч из точки А, находящейся на высоте $h = 170$ см над землёй. Начальная скорость мяча $v_0 = 15$ м/с. Мяч вернулся в точку бросания спустя $t = 3$ с, описав траекторию, показанную на рисунке. Чему равно расстояние D между стенами арки? Все соударения мгновенные и абсолютно упругие, сопротивлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



$D = \frac{t}{4}\sqrt{v_0^2 + 2gh - \frac{g^2t^2}{4}}$

Задача 6. (*Всеросс., 2016, РЭ, 9*) В баллистической лаборатории при проведении эксперимента по изучению упругого отражения от движущихся препятствий производился выстрел маленьким шариком из небольшой катапульты, установленной на горизонтальной поверхности. Одновременно из точки, в которую по расчётам должен был упасть шарик, с постоянной скоростью начинала движение навстречу массивная вертикальная стенка (см. рисунок). После упругого отражения от стенки шарик падал на некотором расстоянии от катапульты. Затем эксперимент повторяли, изменяя только скорость движения стенки. Оказалось, что в двух экспериментах удар шарика о стенку произошёл на одной и той же высоте h. Определите эту высоту, если известно, что время полёта шарика до отражения в первом случае составило $t_1 = 1$ с, а во втором — $t_2 = 2$ с. На какую максимальную высоту H поднимался шарик за весь полёт? Чему равна начальная скорость шарика v, если расстояние между местами его падения на горизонтальную поверхность в первом и втором экспериментах составило $L = 9$ м? Определите скорости равномерного движения стенки u_1 и u_2 в этих экспериментах и начальное расстояние S между стенкой и катапультой. Считайте $g = 10$ м/с^2.



Примечание. В системе отсчёта, связанной со стенкой, модули скорости шарика до и после столкновения одинаковы, а угол отражения шарика равен углу падения.

$h = \frac{gt_1t_2}{2} = 10$ м; $H = \frac{g(t_1+t_2)^2}{8} = 11{,}25$ м; $v \approx 15$ м/с; $u_1 = 2$ м/с; $u_2 = 0{,}5$ м/с; $S = 3$ м

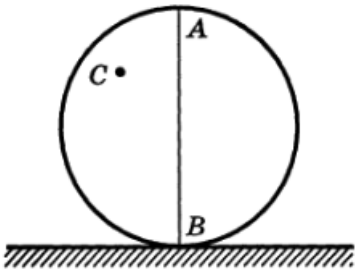
Задача 7. (*МОШ, 2014, 10*) В спортивном зале высотой h бросают маленький мяч с начальной скоростью v_0. Определите, какое максимальное расстояние по горизонтали может пролететь мяч после бросания до первого удара о пол, если соударение с потолком абсолютно упругое. Считайте, что мяч бросают с уровня пола. Пол и потолок горизонтальны, сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Если $v_0 \leqslant 2\sqrt{gh}$, то $s = \frac{v_0^2}{g}$; если $v_0 > 2\sqrt{gh}$, то $s = 4h\sqrt{\frac{v_0^2}{2gh} - 1}$

Задача 8. (*«Курчатов», 2015, 11*) Волейболист Вася хочет кинуть мяч в вертикальную стену с таким расчётом, чтобы мяч вернулся к нему в руки. Вася знает, что при ударе мяч отражается от стены «зеркально» (угол падения равен углу отражения), но при этом мяч теряет половину величины своей скорости. Василий умеет запускать мяч в любом направлении со скоростью не большей, чем u_0. Найдите максимальное расстояние от места бросания до стены, при котором он сможет осуществить задуманное. Ускорение свободного падения g. Вася не движется по спортзалу, место бросания мяча совпадает с местом, в котором Вася его ловит.

$\boxed{\frac{2u_0^2}{7g}}$

Задача 9. (*Всеросс., 1995, ФОЭ, 11*) Найдите (укажите координаты) внутри горизонтально расположенной трубы радиуса R (рис.) хотя бы одну точку C, не лежащую на вертикальном диаметре AB, со следующим свойством: небольшой шарик, отпущенный из точки C без начальной скорости, возвращается в точку C после трёх упругих ударов о стенку трубы. Определите время t, за которое это произойдёт.



$\boxed{t = \sqrt{\frac{32\sqrt{10}}{3}\frac{R}{g}}}$