

Движение автомобиля

ЗАДАЧА 1. (Всеросс., 1998, ОЭ, 9) На кольцевой горизонтальной дороге радиуса $R = 1000$ м стартует гоночный автомобиль массой $m = 1000$ кг с постоянным касательным ускорением $a = 2$ м/с². Определите, в течение какого времени гонщику удастся удерживать автомобиль на дороге, если коэффициент трения скольжения шин о покрытие дороги $\mu = 0,5$. Ведущие колеса у автомобиля — задние, нагрузки на переднюю и заднюю оси при таком движении одинаковы. Центр масс автомобиля расположен очень низко.

$$\mu g \approx \frac{v^2}{R} - \frac{v}{R} \frac{v}{v} \sqrt{\frac{v}{gR}} = g$$

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2012, РЭ, 10) Автомобиль массой $m = 1400$ кг движется с постоянной скоростью $v = 90$ км/ч по прямолинейному горизонтальному участку дороги. При этом на колёса автомобиля передаётся от двигателя мощность $P = 25$ кВт. Затем автомобиль въезжает на криволинейный горизонтальный участок дороги с радиусом закругления $R = 350$ м и движется с прежней скоростью.

При каких значениях коэффициента трения между колёсами и дорогой возможно такое движение автомобиля на

- 1) прямолинейном участке;
- 2) криволинейном участке?

Все колёса считать ведущими. Колёса не проскальзывают. Принять $g = 10$ м/с².

$$\mu g \approx \frac{v^2}{R} + \left(\frac{P}{v} \right) \sqrt{\frac{v}{gR}} \leq g \quad \left(\frac{P}{v} \right) \sqrt{\frac{v}{gR}} \leq g - \frac{v^2}{R}$$

ЗАДАЧА 3. (Всеросс., 2001, финал, 10) Легковой автомобиль едет по горизонтальной дороге со скоростью v_0 . Если водитель заблокирует задние колеса, тормозной путь машины составит $L_1 = 28$ м. Если водитель заблокирует передние колеса, тормозной путь будет равен $L_2 = 16$ м. Каким окажется тормозной путь машины, если заблокировать все четыре колеса? Известно, что центр масс автомобиля расположен на равных расстояниях от осей передних и задних колес, диаметр которых одинаков.

$$\frac{v}{g(L_1 + L_2)} = L$$

ЗАДАЧА 4. (МОШ, 2009, 10) Автомобиль с задними ведущими колесами въезжает вверх по прямолинейному участку дороги, образующему с горизонтом угол α , и останавливается. Через некоторое время после этого водитель резко нажимает на газ и одновременно отпускает тормоз. С каким максимальным ускорением может начать двигаться автомобиль, если коэффициент трения его колес о дорогу равен μ , а мощность двигателя достаточно велика? Центр тяжести автомобиля находится на расстоянии h от дороги посередине между колесами, расстояние между осями передних и задних колес равно $2L$.

$$\mu g < g \sin \alpha \text{ или } \left(v \cos \alpha - \frac{v^2 \sin \alpha}{g \cos \alpha} \right) \sin \alpha = v$$

ЗАДАЧА 5. («Физтех», 2010) При движении грузовика по горизонтальному участку дороги у него устанавливается скорость v , если на ведущие колёса передаётся мощность N . При движении на подъёме с углом наклона поверхности дороги к горизонту β ($\sin \beta = 0,1$) при передаваемой на ведущие колёса той же мощности N у грузовика устанавливается скорость $2v/3$. При движении на спуске при передаваемой на ведущие колёса мощности $N/3$ у грузовика устанавливается скорость $4v/3$. Найдите синус угла наклона поверхности дороги к горизонту на спуске. Сила сопротивления движению грузовика пропорциональна его скорости. Все участки дороги прямолинейные.

$$\sin \beta = v_2/v_1$$

ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 2006) Проехав «лежачего полицейского» со скоростью $v_0 = 5$ км/ч, автомобиль, двигаясь далее прямолинейно по горизонтальной дороге, увеличивает свою скорость таким образом, что сила тяги, развиваемая двигателем, оказывается пропорциональной скорости автомобиля. На расстоянии $s_1 = 30$ м от «полицейского» автомобиль достиг скорости $v_1 = 20$ км/ч. На каком расстоянии от «полицейского» у автомобиля будет скорость $v_2 = 30$ км/ч? Сопротивлением движению пренебречь.

$$v_2 = \frac{v_1^2 - v_0^2}{v_0^2 - v_1^2} s_1 = 30$$

ЗАДАЧА 7. (Всеросс., 2015, МЭ, 10–11) При движении в гору автомобиль может развивать максимальную скорость v_1 , а при движении с этой же горы — скорость v_2 . В обоих случаях двигатель работает на свою максимальную мощность; использование коробки передач позволяет двигателю автомобиля развивать эту максимальную мощность при разных скоростях движения. Какую максимальную скорость v_0 этот автомобиль может развить при движении по горизонтальной дороге? Считайте, что ветра нет, а действующая на автомобиль сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату его скорости. Решите задачу в общем случае, а также в частном случае $v_1 = 100$ км/ч, $v_2 = 2v_1 = 200$ км/ч. Сравните для данного примера скорость v_0 со значением $1,5v_1 = 150$ км/ч.

$$v_0 = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2}{2}} = 150 \text{ км/ч}$$

ЗАДАЧА 8. (Всеросс., 2012, РЭ, 11) Автомобиль с полным приводом (двигатель вращает все четыре колеса) и массой $m = 1400$ кг проходит поворот радиуса $R = 500$ м с постоянной по модулю скоростью. Максимальная мощность двигателя автомобиля не зависит от скорости и равна P_{\max} . Сила сопротивления воздуха $\vec{F} = -\alpha \vec{v}$, где \vec{v} — скорость автомобиля, $\alpha = 40$ Н·с/м. Коэффициент трения между колёсами и дорогой $\mu = 0,52$.

Определите максимальное значение v_{\max} модуля скорости, с которой автомобиль может пройти поворот. Постройте график зависимости v_{\max} от P_{\max} .

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{P_{\max}}{\alpha}}; \text{ если } P_{\max} \leq \alpha v^2; v_{\max} = v, \text{ если } P_{\max} > \alpha v^2; \text{ здесь } v = \sqrt{\frac{2}{\alpha} \left(\frac{m}{R} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{m}{R} \right)^4} = 50 \text{ м/с}$$

ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 2002, финал, 10) Автомобиль массой $m = 1$ т движется по горизонтальной дороге. Коэффициент трения покрышек об асфальт $\mu = 0,1$. Трения в осях нет; все колеса автомобиля ведущие. Сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости автомобиля: $F_{\text{сопр}} = kv^2$, где $k = 0,2 \text{ Н} \cdot \text{с}^2/\text{м}^2$. Определите, как зависит максимальная скорость v_{max} , которую может развить автомобиль, от мощности N установленного на нём двигателя. Нарисуйте график этой зависимости для $0 < N < 100$ кВт.

$$v_{\text{max}} \approx \sqrt{\frac{N}{k}} \quad \left. \begin{array}{l} \text{если } N \leq N_0 \\ \text{если } N > N_0 \end{array} \right\} \text{ где } N_0 = \frac{m^2 g^2}{k}$$

ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 2018, финал, 10) Автомобиль движется по горизонтальному неподвижному конвейеру со скоростью $v_0 = 20$ м/с в безветренную погоду. При этом половина мощности двигателя затрачивается на преодоление сопротивления воздуха, другая половина — на преодоление трения качения.

1) Навстречу автомобилю подул ветер со скоростью $v_0 = 20$ м/с (относительно земли). С какой установившейся скоростью v_1 относительно земли будет двигаться автомобиль, если развиваемая двигателем мощность не изменилась, а конвейер неподвижен?

2) В некоторый момент ветер утих, а конвейер стал двигаться с постоянной скоростью $v_0 = 20$ м/с в сторону, противоположную движению автомобиля. С какой установившейся скоростью v_2 относительно земли будет двигаться автомобиль, если развиваемая двигателем мощность не изменилась?

Примечание 1: сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату относительной скорости, сила трения качения постоянна.

Примечание 2: во всех случаях проскальзывания колёс не возникает.

Примечание 3: уравнение третьей степени можно решить методом подбора.

$$v_1 \approx 10,9 \text{ м/с}; \quad v_2 \approx 0,544v_0 \approx 11,1 \text{ м/с}; \quad v_0 \approx 20 \text{ м/с}$$