

Всероссийская олимпиада школьников по математике**11 класс, муниципальный этап, 2016/17 год**

1. Имеет ли отрицательные корни уравнение

$$x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 3x + 9 = 0?$$

2. Вася вписал в клетки таблицы 4×18 натуральные числа от 1 до 72 в некотором одном ему известном порядке. Затем для каждого из восемнадцати столбцов он перемножил стоящие в нём четыре числа и вычислил сумму цифр полученного произведения. Могли ли все восемнадцать сумм оказаться одинаковыми?

3. Правильный пятиугольник и правильный двадцатиугольник вписаны в одну и ту же окружность. Что больше: сумма квадратов длин всех сторон пятиугольника или сумма квадратов длин всех сторон двадцатиугольника?

4. Дана треугольная пирамида $ABCD$ с плоскими прямыми углами при вершине D , в которой $CD = AD + DB$. Докажите, что сумма плоских углов при вершине C равна 90° .

5. Функция $f(x)$ определена для всех действительных чисел, причём для любого x выполняются равенства $f(x+2) = f(2-x)$ и $f(x+7) = f(7-x)$. Докажите, что $f(x)$ — периодическая функция.

6. Каждое целое число на координатной прямой покрашено в один из двух цветов — белый или черный, причем числа 2016 и 2017 покрашены в разные цвета. Обязательно ли можно найти три одинаково покрашенных целых числа, сумма которых равна нулю?