

Всероссийская олимпиада школьников по математике

10 класс, муниципальный этап, 2016/17 год

1. На листе бумаги построили параболу — график функции $y = ax^2 + bx + c$ при $a > 0$, $b > 0$ и $c < 0$, — а оси координат стёрли. Как они могли располагаться? (Изобразите любой пример, соответствующий указанным знакам коэффициентов, не изменяя положения самой параболы.)



2. Сумма двух целых чисел равна S . Маша умножила левое число на целое число a , правое — на целое число b , сложила эти произведения и обнаружила, что полученная сумма делится на S . Алёша, наоборот, левое число умножил на b , а правое — на a . Докажите, что и у него аналогичная сумма разделится на S .

3. В зоопарке есть 10 слонов и огромные чашечные весы. Известно, что если любые четыре слона встанут на левую чашу весов, а любые три — на правую, то левая чаша перевесит. Три слона встали на левую чашу и два — на правую. Обязательно ли левая чаша перевесит?

4. Из вершины тупого угла A треугольника ABC опущена высота AD . Проведена окружность с центром D и радиусом DA , которая вторично пересекает стороны AB и AC в точках M и N соответственно. Найдите AC , если $AB = c$, $AM = m$ и $AN = n$.

$\frac{u}{\partial u}$

5. Вася разобрал каркас треугольной пирамиды в кабинете математики и хочет из её шести рёбер составить два треугольника так, чтобы каждое ребро являлось стороной ровно одного треугольника. Всегда ли Вася сможет это сделать?

6. 100 включённых и 100 выключенных фонариков случайным образом разложены по двум коробкам. У каждого фонарика есть кнопка, нажатие которой выключает горящий фонарик и зажигает выключенный. Ваши глаза завязаны, и Вы не можете видеть, горит ли фонарик. Но Вы можете перекладывать фонарики из коробки в коробку и нажимать на них кнопки. Придумайте способ добиться того, чтобы горящих фонариков в коробках стало поровну.