

Всероссийская олимпиада школьников по математике

8 класс, муниципальный этап, 2015/16 год

1. Натуральное число n называется «хорошим», если после приписывания его справа к любому натуральному числу получается число, делящееся на n . Запишите десять «хороших» чисел, которые меньше, чем 1000. (*Достаточно привести ответ.*)

2. Сорока-ворона кашу варила, деток кормила. Третьему птенцу досталось столько же каши, сколько первым двум вместе взятым. Четвёртому — столько же, сколько второму и третьему. Пятому — столько же, сколько третьему и четвёртому. Шестому — столько же, сколько четвёртому и пятому. А седьмому не досталось — каша кончилась! Известно, что пятый птенец получил 10 г каши. Сколько каши сварила сорока-ворона?

107

3. $ABCD$ — выпуклый четырёхугольник. Известно, что $\angle CAD = \angle DBA = 40^\circ$, $\angle CAB = 60^\circ$, $\angle CBD = 20^\circ$. Найдите угол CDB .

108

4. Двенадцать стульев стоят в ряд. Иногда на один из свободных стульев садится человек. При этом ровно один из его соседей (если они были) встает и уходит. Какое наибольшее количество человек могут одновременно оказаться сидящими, если вначале все стулья были пустыми?

111

5. Внутри равностороннего треугольника ABC отмечена произвольная точка M . Докажите, что можно выбрать на стороне AB точку C_1 , на стороне BC — точку A_1 , а на стороне AC — точку B_1 таким образом, чтобы длины сторон треугольника $A_1B_1C_1$ были равны отрезкам MA , MB и MC .

6. В каждой клетке таблицы размером 13×13 записано одно из натуральных чисел от 1 до 25. Клетку назовём «хорошей», если среди двадцати пяти чисел, записанных в ней и во всех клетках одной с ней горизонтали и одной с ней вертикали, нет одинаковых. Могут ли все клетки одной из главных диагоналей оказаться «хорошими»?

112