

Всероссийская олимпиада школьников по математике

11 класс, муниципальный этап, 2014/15 год

1. Не используя калькулятора, определите знак числа

$$(\cos(\cos 1) - \cos 1)(\sin(\sin 1) - \sin 1).$$

Минус

2. Какое наименьшее количество множителей требуется вычеркнуть из числа $99!$ так, чтобы произведение оставшихся множителей оканчивалось на 2^7 ?

20

3. Существует ли тетраэдр $ABCD$, в котором $AB = AC = AD = BC$, а суммы плоских углов при каждой из вершин B и C равны по 150° ?

Нет

4. При каких значениях x и y верно равенство

$$x^2 + (1 - y)^2 + (x - y)^2 = \frac{1}{3}?$$

 $\frac{x}{2} = 1, \frac{x}{1} = x$

5. Дан остроугольный треугольник ABC . Окружности с центрами A и C проходят через точку B , вторично пересекаются в точке F и пересекают описанную около треугольника ABC окружность ω в точках D и E . Отрезок BF пересекает окружность ω в точке O . Докажите, что O — центр описанной окружности треугольника DEF .

6. На экране компьютера сгенерирована некоторая конечная последовательность нулей и единиц. С ней можно производить следующую операцию: набор цифр «01» заменять на набор цифр «1000». Может ли такой процесс замен продолжаться бесконечно или когда-нибудь он обязательно прекратится?

Обязательно прекратится