

Олимпиада «Высшая проба» по математике

7 класс, 2014 год

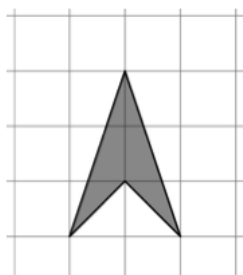
Все задачи оценивались в 20 баллов. Для получения диплома нужно было набрать от 60 баллов.

1. В выражение

$$(** + *)(** + *) = ****$$

вставьте цифры вместо звёздочек так, чтобы получилось верное равенство и было использовано не более четырёх различных цифр. (Число не может начинаться с нуля.)

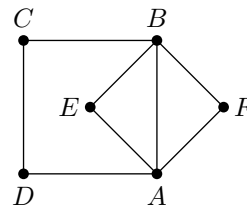
2. Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке ниже, на три части так, чтобы из них можно было сложить квадрат. Покажите, как именно сложить из них квадрат. Разрезы могут идти не по линиям сетки.



3. Имеются 4 арбуза, любые два из которых имеют разный вес. Покажите, как за 4 взвешивания на чашечных весах без гирь найти два самых тяжёлых арбуза.

4. Картинная галерея имеет форму 9-угольника (не обязательно выпуклого). Оказалось, что при любом расположении двух точечных источников света внутри галереи какая-то точка галереи окажется неосвещённой. Нарисуйте, как могла бы выглядеть такая галерея. Обоснуйте, почему двух источников света не хватит для её освещения. (Стены галереи непрозрачны и не отражают свет.)

5. Двое играют в такую игру. На рисунке в точке A стоит фишка. Они ходят фишкой по очереди, с каждым ходом передвигая фишку из точки, в которой она стоит, в одну из названных на рисунке точек, соединённую с ней отрезком. Два раза по одному отрезку ходить нельзя. Кто не может сделать ход, проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре обеих сторон? Обоснуйте свой ответ.

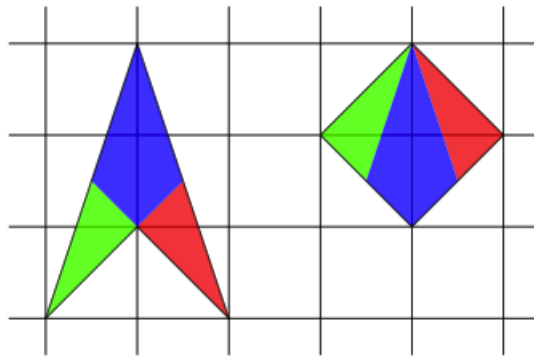


6. Вдоль берега круглого озера растут яблони. Петя и Вася начинают идти из точки A на берегу в противоположных направлениях вдоль берега и считают все яблони, встретившиеся им на пути, а также все яблоки, растущие на яблонях. Встретившись в некоторой точке B , они сверили результаты. Оказалось, что Петя насчитал вдвое больше яблонь, чем Вася, и в семь раз больше яблок, чем Вася. Их удивил этот результат, и они решили повторить эксперимент. Они отправились из точки B в тех же направлениях, что изначально, и встретились снова в точке C . Оказалось, что на пути от B до C Петя опять насчитал вдвое больше яблонь чем Вася, и в семь раз больше яблок, чем Вася. Их удивление стало ещё больше, и они опять решили повторить эксперимент. Отправившись из C в тех же направлениях, они встретились в точке D . Оказалось, что Петя опять насчитал вдвое больше яблонь, чем Вася. Кто из них на пути от C до D насчитал больше яблок и во сколько раз?

Ответы

1. Например, $(99 + 1)(10 + 9) = 1900$.

2. Пример разрезания:



3.

4. Пример галереи:



5. Второй.

6. На пути от C до D Вася насчитал в три раза больше яблок, чем Петя.