

Московская устная математическая олимпиада

6 класс, 2013 год

Первый тур

Каждая задача первого тура оценивается в 7 баллов.

1. В ряд лежат 1000 конфет. Сначала Вася съел девятую конфету слева, после чего съедал каждую седьмую конфету, двигаясь вправо. После этого Петя съел седьмую слева из оставшихся конфет, а затем съедал каждую девятую из них, также двигаясь вправо. Сколько конфет после этого осталось?
2. Из каждого клетчатого квадрата со стороной 3 клетки вырезается фигура из пяти клеток с таким же периметром, как у квадрата, но площадью 5 клеток. Саша утверждает, что сможет вырезать 7 таких различных фигур (никакие две из них не совместятся при наложении, даже если фигуры переворачивать). Не ошибается ли он?
3. Карлсон открыл школу, и 1 сентября во всех трёх первых классах было по три урока: Курочение, Низведение и Дуракаваляние. Один и тот же предмет в двух классах одновременно идти не может. Курочение в 1Б было первым уроком. Учитель Дуракаваляния похвалил учеников 1Б: «У вас получается ещё лучше, чем у 1А». Низведение на втором уроке было не в 1А. В каком классе валяли дурака на последнем уроке?

Второй тур

Каждая задача второго тура оценивается в 10 баллов.

4. Если каждой девочке дать по одной шоколадке, а каждому мальчику по две, то шоколадок хватит. А если каждому мальчику дать по одной шоколадке, а каждой девочке по две, то их не хватит. А если девочкам не давать вообще, то хватит ли каждому мальчику по три шоколадки?
5. Мачеха приказала Золушке сшить квадратное одеяло из пяти прямоугольных кусков так, чтобы длины сторон всех кусков были попарно различны и составляли целое число дюймов. Сможет ли Золушка выполнить задание без помощи феи-крёстной?
6. Для игры в шляпу Надя хочет разрезать лист бумаги на 48 одинаковых прямоугольников. Какое наименьшее количество разрезов ей придется сделать, если любые куски бумаги можно перекладывать, но нельзя сгибать, а Надя способна резать одновременно сколько угодно слоёв бумаги? (Каждый разрез — прямая линия от края до края куска.)

Третий тур

Каждая задача третьего тура оценивается в 13 баллов.

7. В пять горшочков, стоящих в ряд, Кролик налил три килограмма мёда (не обязательно в каждый и не обязательно поровну). Винни-Пух может взять любые два горшочка, стоящие рядом. Какое наибольшее количество мёда сможет гарантированно съесть Винни-Пух?

8. (Московская устная олимпиада, 2013, 6.8) Можно ли нарисовать 1006 различных 2012-угольников, у которых все вершины общие, но при этом ни у каких двух нет ни одной общей стороны?

9. В классе 27 учеников. Каждый из учеников класса занимается не более чем в двух кружках, причем для любых двух учеников существует кружок, в котором они занимаются вместе. Докажите, что найдется кружок, в котором занимаются не менее 18 учеников.