

Московская устная математическая олимпиада

6 класс, 2012 год

Первый тур

Каждая задача первого тура оценивается в 7 баллов.

1. Покажите, как разрезать квадрат размером 5×5 клеток на «уголки» шириной в одну клетку так, чтобы все «уголки» состояли из разного количества клеток. (Длины «сторон» уголка могут быть как одинаковыми, так и различными).

2. Из 16 спичек сложен ромб со стороной в две спички, разбитый на треугольники со стороной в одну спичку (см. рисунок). А сколько спичек потребуется, чтобы сложить ромб со стороной в 10 спичек, разбитый на такие же треугольники со стороной в одну спичку?



3. Города A , B и C вместе с соединяющими их прямыми дорогами образуют треугольник. Известно, что прямой путь из A в B на 200 км короче объезда через C , а прямой путь из A в C на 300 км короче объезда через B . Найдите расстояние между городами B и C .

Второй тур

Каждая задача второго тура оценивается в 10 баллов.

4. В равенстве $\text{ТИХО} + \text{ТИГР} = \text{СПИТ}$ замените одинаковые буквы одинаковыми цифрами, а разные буквы — разными цифрами так, чтобы ТИГР был бы как можно меньше (нулей среди цифр нет). Объясните, почему ещё меньше ТИГР быть не может.

5. На острове рыцарей и лжецов путешественник пришел в гости к своему знакомому рыцарю и увидел его за круглым столом с пятью гостями.

— Интересно, а сколько среди вас рыцарей? — спросил он.

— А ты задай каждому какой-нибудь вопрос и узнай сам, — посоветовал один из гостей.

— Хорошо. Скажи мне каждый: кто твои соседи? — спросил путешественник.

На этот вопрос все ответили одинаково.

— Данных недостаточно! — сказал путешественник.

— Но сегодня день моего рождения, не забывай об этом, — сказал один из гостей.

— Да, сегодня день его рождения! — сказал его сосед.

И путешественник смог узнать, сколько за столом рыцарей. Действительно, сколько же их?

6. Верёвочку сложили пополам, потом ещё раз пополам, потом снова пополам, а затем все слои верёвочки разрезали в одном месте. Какова могла быть длина верёвочки, если известно, что какие-то два из полученных кусков имели длины 9 метров и 4 метра?

Третий тур

Каждая задача третьего тура оценивается в 13 баллов.

7. Пятизначное число называется неразложимым, если оно не раскладывается в произведение двух трёхзначных чисел. Какое наибольшее количество неразложимых пятизначных чисел может идти подряд?

8. Можно ли 100 гирь массами 1, 2, 3, ..., 99, 100 разложить на 10 кучек разной массы так, чтобы выполнялось условие: чем тяжелее кучка, тем меньше в ней гирь?

9. План дворца шаха — это квадрат размером 6×6 , разбитый на комнаты размером 1×1 . В середине каждой стены между комнатами есть дверь. Шах сказал своему архитектору: «Сломай часть стен так, чтобы все комнаты стали размером 2×1 , новых дверей не появилось, а путь между любыми двумя комнатами проходил не более, чем через N дверей». Какое наименьшее значение N должен назвать шах, чтобы приказ можно было выполнить?