

Московская устная математическая олимпиада

7 класс, 2011 год

Первый тур

Каждая задача первого тура оценивается в 7 баллов.

1. В кафе Цветочного города автомат выдаёт пончик, если ввести в него число x , при котором значение выражения $x^2 - 9x + 13$ отрицательно. А если ввести число x , при котором отрицательно значение выражения $x^2 + x - 5$, то автомат выдаёт сироп. Сможет ли Незнайка, введя в автомат всего одно число, получить и то и другое?
2. Пусть на плоскости отмечено несколько точек. Назовём прямую *нечестной*, если она проходит ровно через три отмеченные точки и по разные стороны от неё отмеченных точек не поровну. Можно ли отметить 7 точек и провести для них 5 нечестных прямых?
3. Убирая детскую комнату к приходу гостей, мама нашла 9 носков. Среди любых четырёх носков хотя бы два принадлежали одному ребёнку, а среди любых пяти носков не более трёх имели одного хозяина. Сколько могло быть детей и сколько носков могло принадлежать каждому ребёнку?

Второй тур

Каждая задача второго тура оценивается в 10 баллов.

4. Вася выписал все слова (не обязательно осмысленные), которые получаются вычеркиванием ровно двух букв из слова *ИНТЕГРИРОВАНИЕ*, а Маша сделала то же самое со словом *СУПЕРКОМПЬЮТЕР*. У кого получилось больше слов?
5. В треугольнике ABC на стороне AB выбрана точка K и проведены биссектриса KE треугольника AKC и высота KH треугольника BKC . Оказалось, что угол EKH — прямой. Найдите BC , если $HC = 5$.
6. Команды провели турнир по футболу в один круг (каждая с каждой сыграла один раз, победа — 3 очка, ничья — 1, поражение — 0). Оказалось, что единоличный победитель набрал менее 50% от количества очков, возможного для одного участника. Какое наименьшее количество команд могло участвовать в турнире?

Третий тур

Каждая задача третьего тура оценивается в 13 баллов.

7. На поверхности куба проведена замкнутая восьмизвенная ломаная, вершины которой совпадают с вершинами куба. Какое наименьшее количество звеньев этой ломаной может совпасть с рёбрами куба?

8. Последовательные натуральные числа 2 и 3 делятся на последовательные нечётные числа 1 и 3 соответственно; числа 8, 9 и 10 — делятся на 1, 3 и 5 соответственно. Найдутся ли 11 последовательных натуральных чисел, которые делятся на 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 и 21 соответственно?

9. Компьютеры №1, №2, №3, ..., №100 соединены в кольцо (первый со вторым, второй с третьим, ..., сотый с первым). Хакеры подготовили 100 вирусов, занумеровали их и в различное время в произвольном порядке запускают каждый вирус на компьютер, имеющий тот же номер. Если вирус попадает на незаражённый компьютер, то он заражает его и переходит на следующий в цепи компьютер с бóльшим номером до тех пор, пока не попадёт на уже заражённый компьютер (с компьютера №100 вирус переходит на компьютер №1). Тогда вирус погибает, а этот компьютер восстанавливается. Ни на один компьютер два вируса одновременно не попадают. Сколько компьютеров будет заражено после того как все 100 вирусов совершат атаку?