

# Московская устная математическая олимпиада

7 класс, 2010 год

## Первый тур

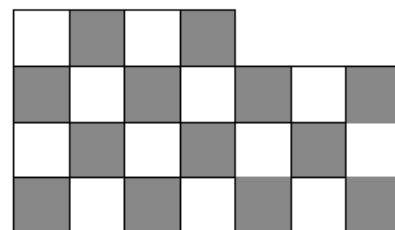
Каждая задача первого тура оценивается в 7 баллов.

1. Замените буквы цифрами в ребусе

$$\Gamma + 0 = \text{Л} - 0 = \text{В} \cdot 0 = \text{Л} - 0 = \text{М} - \text{К} = \text{А}$$

так, чтобы все равенства стали верными; при этом одинаковым буквам должны соответствовать одинаковые цифры, а различным — различные. *Найдите все решения ребуса.*

2. У бабушки была клетчатая тряпочка (см. рисунок). Однажды она захотела сшить из неё подстилку коту в виде квадрата размером  $5 \times 5$ . Бабушка разрежала тряпочку на три части и сшила из них квадратный коврик, также раскрашенный в шахматном порядке. Покажите, как она могла это сделать (у тряпочки одна сторона — лицевая, а другая — изнаночная, то есть части можно поворачивать, но нельзя переворачивать).



3. Одноклассники Аня, Боря и Вася живут на одной лестничной клетке. В школу они идут с постоянными, но различными скоростями, не оглядываясь и не дожидаясь друг друга. Но если кто-то из них успевает догнать другого, то дальше он замедляется, чтобы идти вместе с тем, кого догнал.

Однажды первой вышла Аня, вторым Боря, третьим Вася, и какие-то двое из них пришли в школу вместе. На следующий день первым вышел Вася, вторым Боря, третьей Аня. Могут ли все трое прийти в школу вместе?

## Второй тур

Каждая задача второго тура оценивается в 10 баллов.

4. Просыпаясь каждое утро в 8.30, истопник набивает печку углём до упора. При этом он кладёт ровно 5 кг угля. Каждый вечер, ложась спать (а ложится спать он также в одно и то же время), он опять набивает печку углём до упора и кладёт при этом ровно 7 кг угля. В какое время истопник ложится спать?

5. Петя вырезал из пластмассы неравносторонний треугольник. Покажите, каким образом можно, пользуясь только этим инструментом как шаблоном, построить биссектрису какого-нибудь угла треугольника, равного вырезанному.

6. В шахматном турнире каждый из восьми участников сыграл с каждым. В случае ничьей (и только в этом случае) партия ровно один раз переигрывалась и результат переигровки заносился в таблицу. Барон Мюнхгаузен утверждает, что в итоге два участника турнира сыграли по 11 партий, один — 10 партий, три — по 8 партий и два — по 7 партий. Может ли он оказаться прав?

## Третий тур

*Каждая задача третьего тура оценивается в 13 баллов.*

**7.** Почтальон Печкин не хотел отдавать посылку. Тогда Матроскин предложил ему сыграть в следующую игру: каждым ходом Печкин пишет в строку слева направо буквы, произвольно чередуя М и П, пока в строке не будет всего 11 букв. Матроскин после каждого его хода, если хочет, меняет местами любые две буквы. Если в итоге окажется, что записанное «слово» является палиндромом (то есть одинаково читается слева направо и справа налево), то Печкин отдаёт посылку. Сможет ли Матроскин играть так, чтобы обязательно получить посылку?

**8.** Квадрат с вершинами в узлах сетки и сторонами длиной 2009, идущими по линиям сетки, разрезали по линиям сетки на несколько прямоугольников. Докажите, что среди них есть хотя бы один прямоугольник, периметр которого делится на 4.

**9.** Сеть автобусных маршрутов в пригороде Амстердама устроена так, что: а) на каждом маршруте есть ровно три остановки; б) любые два маршрута либо вовсе не имеют общих остановок, либо имеют только одну общую остановку. Какое наибольшее количество маршрутов может быть в этом пригороде, если в нём всего 9 остановок?