

Московская устная математическая олимпиада

7 класс, 2010 год

Первый тур

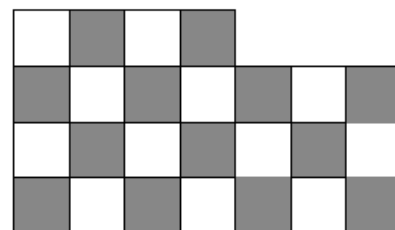
Каждая задача первого тура оценивается в 7 баллов.

1. Замените буквы цифрами в ребусе

$$\Gamma + 0 = \text{Л} - 0 = \text{В} \cdot 0 = \text{Л} - 0 = \text{М} - \text{К} = \text{А}$$

так, чтобы все равенства стали верными; при этом одинаковым буквам должны соответствовать одинаковые цифры, а различным — различные. *Найдите все решения ребуса.*

2. У бабушки была клетчатая тряпочка (см. рисунок). Однажды она захотела сшить из неё подстилку коту в виде квадрата размером 5×5 . Бабушка разрежала тряпочку на три части и сшила из них квадратный коврик, также раскрашенный в шахматном порядке. Покажите, как она могла это сделать (у тряпочки одна сторона — лицевая, а другая — изнаночная, то есть части можно поворачивать, но нельзя переворачивать).



3. Одноклассники Аня, Боря и Вася живут на одной лестничной клетке. В школу они идут с постоянными, но различными скоростями, не оглядываясь и не дожидаясь друг друга. Но если кто-то из них успевает догнать другого, то дальше он замедляется, чтобы идти вместе с тем, кого догнал.

Однажды первой вышла Аня, вторым Боря, третьим Вася, и какие-то двое из них пришли в школу вместе. На следующий день первым вышел Вася, вторым Боря, третьей Аня. Могут ли все трое прийти в школу вместе?

Второй тур

Каждая задача второго тура оценивается в 10 баллов.

4. Просыпаясь каждое утро в 8.30, истопник набивает печку углём до упора. При этом он кладёт ровно 5 кг угля. Каждый вечер, ложась спать (а ложится спать он также в одно и то же время), он опять набивает печку углём до упора и кладёт при этом ровно 7 кг угля. В какое время истопник ложится спать?

5. Петя вырезал из пластмассы неравносторонний треугольник. Покажите, каким образом можно, пользуясь только этим инструментом как шаблоном, построить биссектрису какого-нибудь угла треугольника, равного вырезанному.

6. В шахматном турнире каждый из восьми участников сыграл с каждым. В случае ничьей (и только в этом случае) партия ровно один раз переигрывалась и результат переигровки заносился в таблицу. Барон Мюнхгаузен утверждает, что в итоге два участника турнира сыграли по 11 партий, один — 10 партий, три — по 8 партий и два — по 7 партий. Может ли он оказаться прав?

Третий тур

Каждая задача третьего тура оценивается в 13 баллов.

7. Почтальон Печкин не хотел отдавать посылку. Тогда Матроскин предложил ему сыграть в следующую игру: каждым ходом Печкин пишет в строку слева направо буквы, произвольно чередуя М и П, пока в строке не будет всего 11 букв. Матроскин после каждого его хода, если хочет, меняет местами любые две буквы. Если в итоге окажется, что записанное «слово» является палиндромом (то есть одинаково читается слева направо и справа налево), то Печкин отдаёт посылку. Сможет ли Матроскин играть так, чтобы обязательно получить посылку?

8. Квадрат с вершинами в узлах сетки и сторонами длиной 2009, идущими по линиям сетки, разрезали по линиям сетки на несколько прямоугольников. Докажите, что среди них есть хотя бы один прямоугольник, периметр которого делится на 4.

9. Сеть автобусных маршрутов в пригороде Амстердама устроена так, что: а) на каждом маршруте есть ровно три остановки; б) любые два маршрута либо вовсе не имеют общих остановок, либо имеют только одну общую остановку. Какое наибольшее количество маршрутов может быть в этом пригороде, если в нём всего 9 остановок?