

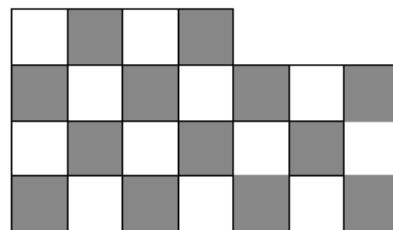
Московская устная математическая олимпиада

6 класс, 2010 год

Первый тур

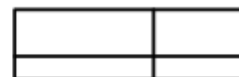
Каждая задача первого тура оценивается в 7 баллов.

1. У бабушки была клетчатая тряпочка (см. рисунок). Однажды она захотела сшить из неё подстилку коту в виде квадрата размером 5×5 . Бабушка разрезала тряпочку на три части и сшила из них квадратный коврик, также раскрашенный в шахматном порядке. Покажите, как она могла это сделать (у тряпочки одна сторона — лицевая, а другая — изнаночная, то есть части можно поворачивать, но нельзя переворачивать).



2. Папа, Маша и Яша идут в школу. Пока папа делает 3 шага, Маша делает 5 шагов. Пока Маша делает 3 шага, Яша делает 5 шагов. Маша и Яша посчитали, что вместе они сделали 400 шагов. Сколько шагов сделал папа?

3. На рисунке можно найти 9 прямоугольников. Известно, что у каждого из них длина и ширина — целые. Сколько прямоугольников из этих девяти могут иметь нечётную площадь?



Второй тур

Каждая задача второго тура оценивается в 10 баллов.

4. Дан куб с ребром 2. Покажите, как наклеить на него без наложений 10 квадратов со стороной 1 так, чтобы никакие квадраты не граничили по отрезку (по стороне или её части). Перегибать квадраты нельзя.

5. Одноклассники Аня, Боря и Вася живут на одной лестничной клетке. В школу они идут с постоянными, но различными скоростями, не оглядываясь и не дожидаясь друг друга. Но если кто-то из них успевает догнать другого, то дальше он замедляется, чтобы идти вместе с тем, кого догнал.

Однажды первой вышла Аня, вторым Боря, третьим Вася, и какие-то двое из них пришли в школу вместе. На следующий день первым вышел Вася, вторым Боря, третьей Аня. Могут ли все трое прийти в школу вместе?

6. На острове Правландия все жители могут ошибаться, но младшие никогда не противоречат старшим, а когда старшие противоречат младшим, они (старшие) не ошибаются. Между жителями А, Б и В произошёл такой разговор:

А: Б — самый высокий.

Б: А — самый высокий.

В: Я выше Б.

Следует ли из этого разговора, что чем моложе человек, тем он выше (для трёх говоривших)?

Третий тур

Каждая задача третьего тура оценивается в 13 баллов.

7. Вася называет прямоугольник, стороны которого отличаются на 1, *почти-квадратом*. (Например, прямоугольник со сторонами 5 и 6 — это почти-квадрат.) Существует ли почти-квадрат, который можно разрезать на 2010 почти-квадратов?

8. Буратино закопал на Поле Чудес два слитка — золотой и серебряный. В те дни, когда погода хорошая, золотой слиток увеличивается на 30%, а серебряный — на 20%. А в те дни, когда погода плохая, золотой слиток уменьшается на 30%, а серебряный — на 20%. Через неделю оказалось, что один из слитков увеличился, а другой уменьшился. Сколько дней была хорошая погода?

9. В некотором государстве живут граждане трёх типов:

- а) *дурак* считает всех дураками, а себя умным;
- б) *скромный умный* про всех знает правильно, а себя считает дураком;
- в) *уверенный умный* про всех знает правильно, а себя считает умным.

В думе — 200 депутатов. Премьер-министр провёл анонимный опрос думцев: сколько умных в этом зале сейчас находится? По данным анкет он не смог узнать количество умных. Но тут из поездки вернулся единственный депутат, не участвовавший в опросе. Он заполнил анкету про всю думу, включая себя, и прочитав её, премьер-министр всё понял. Сколько умных могло быть в думе (включая путешественника)?