

# Московская устная математическая олимпиада

7 класс, 2009 год

## Первый тур

*Каждая задача первого тура оценивается в 5 баллов.*

1. Юра записал четырёхзначное число. Лёня прибавил к первой цифре этого числа 1, ко второй 2, к третьей 3 и к четвёртой 4, а потом перемножил полученные суммы. У Лёни получилось 234. Какое число могло быть записано Юрой?
2. У листа бумаги только один ровный край. Лист согнули, потом разогнули обратно.  $A$  — общая точка ровного края и линии сгиба. Постройте перпендикуляр к этой линии в точке  $A$ . Сделайте это без помощи чертёжных инструментов, а лишь перегибая бумагу.
3. Пётр Петрович и Иван Иванович ехали вместе в поезде. Каждый из них сначала смотрел в окно, потом читал газету, потом разгадывал кроссворд и под конец пил чай. Только у Петра Петровича на каждое следующее занятие уходило вдвое больше времени, чем на предыдущее, а у Ивана Ивановича — в 4 раза. Начали смотреть в окно они одновременно и кончили пить чай также одновременно. Что делал Пётр Петрович, когда Иван Иванович приступил к кроссворду?

## Второй тур

*Каждая задача второго тура оценивается в 10 баллов.*

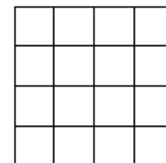
4. В школе 450 учеников и 225 парт. Ровно половина девочек сидят за одной партой с мальчиками. Можно ли пересадить учеников так, чтобы ровно половина мальчиков сидела за одной партой с девочками?
5. Али-Баба и 40 разбойников делят добычу. Делёж считается справедливым, если любым 30 участникам достаётся в сумме не менее половины добычи. Какая наибольшая доля может достаться Али-Бабе при справедливом дележе?
6. Людоедом называется фантастическая шахматная фигура, которая может ходить как шахматный король — на соседнюю клетку по вертикали или горизонтали, но не может ходить по диагонали. Два людоеда стоят на противоположных угловых полях шахматной доски и начинают ходить по очереди. Людоеду, вставшему на клетку, где уже стоит другой людоед, разрешается им пообедать. Кто кого съест при правильной игре и как ему надо для этого играть?

## Третий тур

*Каждая задача третьего тура оценивается в 15 баллов.*

7. В каждой вершине куба сидело по мухе. Потом все мухи разом взлетели и сели по одной в каждую вершину в каком-то другом порядке. Докажите, что найдутся три мухи, которые в начальном и конечном положении сидели в вершинах равных треугольников.

8. Есть 40 одинаковых шнуров. Если поджечь любой шнур с одной стороны, он сгорает, а если с другой — не горит. Вася раскладывает шнуры в виде квадрата (см. рисунок, каждый шнур — сторона клетки). Затем Петя ставит 12 запалов. Сможет ли Вася разложить шнуры так, что Пете не удастся сжечь все шнуры?



9. Пончик закусывал в придорожном кафе, когда мимо него проехал автобус. Через три плюшки после автобуса мимо Пончика проехал мотоцикл, а ещё через три плюшки — автомобиль. Мимо Сиропчика, который закусывал в другом кафе у той же дороги, они проехали в другом порядке: сначала — автобус, через три плюшки — автомобиль, а ещё через три плюшки — мотоцикл. Известно, что Пончик и Сиропчик всегда едят плюшки с одной и той же постоянной скоростью. Найдите скорость автобуса, если скорость автомобиля — 60 км/ч, а скорость мотоцикла — 30 км/ч.