

Московская устная математическая олимпиада

6 класс, 2006 год

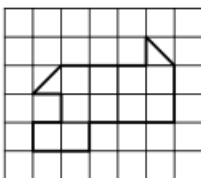
Первый тур

Каждая задача первого тура оценивается в 5 баллов.

1. В примере на сложение под звёздочками скрываются все десять цифр по одному разу. Найдите хотя бы один такой пример.

$$\begin{array}{r}
 + \quad \quad \quad * \\
 \quad \quad * \quad * \quad * \\
 \hline
 * \quad * \quad * \quad *
 \end{array}$$

2. Добавьте к фигуре, изображённой на рисунке, две клетки (по линиям сетки) так, чтобы после этого её можно было разрезать по линиям сетки на две равные части.



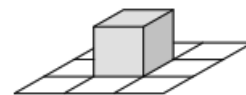
3. Пятеро друзей скинулись на покупку. Может ли оказаться так, что любые два друга в сумме внесли менее трети стоимости покупки?

Второй тур

Каждая задача второго тура оценивается в 10 баллов.

4. По кругу было записано 8 чисел. Затем между каждыми соседними числами записали их сумму, а старые числа стёрли. Могло ли оказаться так, что теперь по кругу записаны числа 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18?

5. Дан кубик с ребром 1. Одну из его граней склеили с центральной клеткой квадрата 3×3 (см. рисунок). Объясните, как завернуть кубик в этот лист бумаги, если разрешается (только по линиям сетки) делать надрезы и сгибать лист.



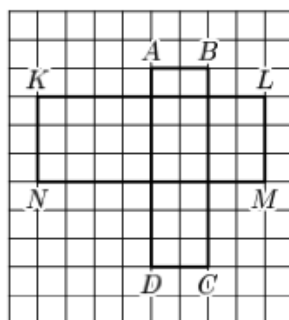
6. Выступая на арене с 10 львами и 15 тиграми, дрессировщик Паша потерял над ними контроль, и звери начали пожирать друг друга. Лев насытится, если съест трёх тигров, а тигр — если съест двух львов. Определите, какое наибольшее количество хищников могло насытиться и как это могло произойти.

Третий тур

Каждая задача третьего тура оценивается в 15 баллов.

7. Илья Муромец помнит, что на то, чтобы нейтрализовать 10-голового огнедышащего дракона, достаточно четырёх огнетушителей. А для того, чтобы нейтрализовать 16-голового дракона, достаточно семи огнетушителей. Какое наименьшее количество огнетушителей нужно для того, чтобы нейтрализовать 19-голового дракона?

8. Прямоугольники $ABCD$ и $KLMN$ имеют соответственно параллельные стороны и расположены так, как показано на рисунке. Докажите, что площади четырёхугольников $ALCN$ и $KBMD$ равны.



9. По кругу лежат 13 старинных монет различного веса. За одно взвешивание можно узнать вес одной монеты. Объясните, как за шесть взвешиваний найти монету, которая тяжелее двух своих соседей.