

Турнир городов

10–11 классы, весенний тур, базовый вариант, 2016/17 год

1. Дан правильный 12-угольник $A_1A_2 \dots A_{12}$. Можно ли из 12 векторов $\overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_2A_3}, \dots, \overrightarrow{A_{11}A_{12}}, \overrightarrow{A_{12}A_1}$ выбрать семь, сумма которых равна нулевому вектору?
2. Даны две концентрические окружности и точка A внутри меньшей окружности. Угол величиной α с вершиной в A отсекает на этих окружностях по дуге. Докажите, что если дуга большей окружности имеет угловой размер α , то и дуга меньшей имеет угловой размер α .
3. В каждую клетку квадрата 1000×1000 вписано число так, что в любом не выходящем за пределы квадрата прямоугольнике площади s со сторонами, проходящими по границам клеток, сумма чисел одна и та же. При каких s числа во всех клетках обязательно будут одинаковы?
4. По кругу стоят 10 детей разного роста. Время от времени один из них перебегает на другое место (между какими-то двумя детьми). Дети хотят как можно скорее встать по росту в порядке возрастания по часовой стрелке (от самого низкого к самому высокому). Какого наименьшего количества таких перебежек им заведомо хватит, как бы они ни стояли изначально?
5. Графики двух квадратных трёхчленов пересекаются в двух точках. В обеих точках касательные к графикам перпендикулярны. Верно ли, что оси симметрии графиков совпадают?