

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

9 класс, 2014 год

1. На острове рыцарей и лжецов рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. В школе на этом острове учатся как рыцари, так и лжецы — в одном классе. Однажды учитель спросил у четырёх детей — Ану, Бану, Вану и Дану — кто из них сделал домашнее задание. Они ответили:

- **Ану:** Домашнее задание сделали Бану, Вану и Дану.
- **Бану:** Домашнее задание не сделали Ану, Вану и Дану.
- **Вану:** Не верьте им, господин учитель! Ану и Бану — лжецы!
- **Дану:** Нет, господин учитель, Ану, Бану и Вану — рыцари!

Сколько рыцарей среди этих детей?

2. В треугольнике ABC известны стороны $AB = 5$ и $AC = 6$. Какой должна быть сторона BC , чтобы угол ACB был максимально возможным?

3. Уходя на работу, мама поручила Мише, Пете и Васе: а) подмести пол в прихожей; б) помыть посуду; в) купить хлеба; г) заплатить за электричество; д) вынести мусор; е) пропылесосить ковёр в гостиной. Сколькими различными способами они могут распределить задания так, чтобы каждое задание делал кто-то один из ребят и при условии, чтобы каждый что-нибудь делал?

4. Решите в натуральных числах уравнение

$$abc + ab + bc + ac + a + b + c = 164.$$

В ответе укажите произведение abc .

5. Петя хотел нарисовать правильный треугольник ABC . Но, поскольку он рисовал неточно, получился треугольник с углами $\angle A = 59^\circ$ и $\angle B = 63^\circ$. Потом Петя провёл высоты CE и BD , но, поскольку угольник был слегка перекошен, получил углы $\angle ADB = \angle AEC = 92^\circ$. Найдите градусную меру угла AED .

6. Последовательность чисел задана следующим образом: $a_1 = 0$, $a_2 = 1$ и $a_{n+1} = 4(a_n - a_{n-1})$ при $n \geq 2$. Найдите наименьший положительный член последовательности, кратный 2014. В ответе укажите номер этого члена.

Ответы

1. 1.

2. $\sqrt{11}$.

3. 540.

4. 80.

5. 58° .

6. 1008.