

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

9 класс, 2018 год, вариант За

1. Из последовательности натуральных чисел $1, 2, 3, \dots$ удалили все точные квадраты (квадраты целых чисел). Какое число будет находиться на 2600 месте среди оставшихся?

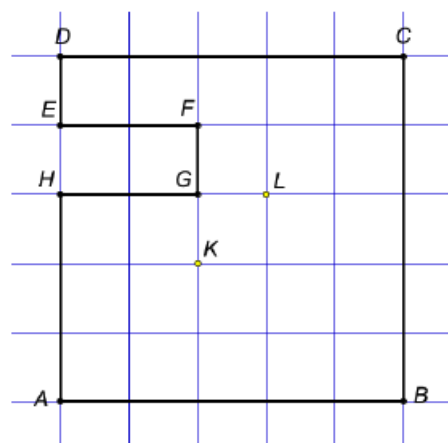
2652

2. Назовём натуральное число «удивительным», если все его цифры попарно различны и их сумма равна 18. Найдите сумму удивительных чисел, не превосходящих 999.

27972

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см построен многоугольник $ABCDEFGH$ (см. рис.). Назовём *прямоугольной* ломаную, проходящую по линиям сетки и не проходящую два раза через одну и ту же точку. Постройте прямоугольную ломаную наибольшей длины с концами в точках K и L , не выходящую за границу $ABCDEFGH$ (по самой границе ломаная может проходить). В ответе укажите длину ломаной в сантиметрах.

34



4. Назовём число x «50-подпирающим», если для любых 50 действительных чисел a_1, \dots, a_{50} , сумма которых является целым числом, найдётся хотя бы одно, для которого $|a_i - \frac{1}{2}| \geq x$.

В ответе укажите наибольшее 50-подпирающее число x , округлённое до сотых по стандартным математическим правилам.

10'0

5. Последовательность a_n задана следующим образом:

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + \frac{2a_n}{n} \quad (\text{при } n \geq 2).$$

Найдите a_{999} .

499500

6. Назовём «зазубриванием» следующую операцию над многоугольником.

а) Каждую сторону многоугольника делим на три равные части.

б) Среднюю часть выбираем в качестве основания равностороннего треугольника, расположенного снаружи многоугольника.

в) Удаляем основание и добавляем две другие стороны.

Пусть M_0 — равносторонний треугольник, M_1 — многоугольник, полученный путём зазубривания M_0 , M_2 получен зазубриванием M_1 (см. рисунок), \dots , M_{2018} получен зазубриванием M_{2017} .

Найдите $S(M_{2018})$, если известно, что $S(M_0) = 4$. В ответе укажите значение $S(M_{2018})$, округлённое до сотых.



9