

## Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

9 класс, 2018 год, вариант За

1. Из последовательности натуральных чисел  $1, 2, 3, \dots$  удалили все точные квадраты (квадраты целых чисел). Какое число будет находиться на 2600 месте среди оставшихся?

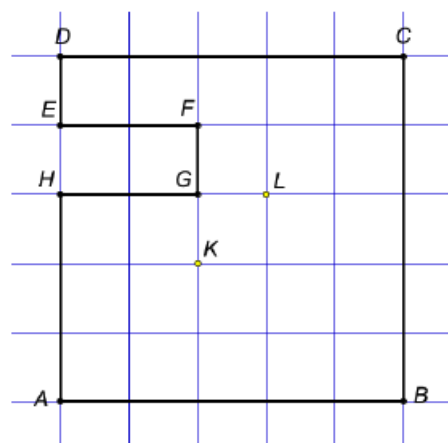
2652

2. Назовём натуральное число «удивительным», если все его цифры попарно различны и их сумма равна 18. Найдите сумму удивительных чисел, не превосходящих 999.

27972

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см построен многоугольник  $ABCDEFGH$  (см. рис.). Назовём *прямоугольной* ломаную, проходящую по линиям сетки и не проходящую два раза через одну и ту же точку. Постройте прямоугольную ломаную наибольшей длины с концами в точках  $K$  и  $L$ , не выходящую за границу  $ABCDEFGH$  (по самой границе ломаная может проходить). В ответе укажите длину ломаной в сантиметрах.

34



4. Назовём число  $x$  «50-подпирающим», если для любых 50 действительных чисел  $a_1, \dots, a_{50}$ , сумма которых является целым числом, найдётся хотя бы одно, для которого  $|a_i - \frac{1}{2}| \geq x$ .

В ответе укажите наибольшее 50-подпирающее число  $x$ , округлённое до сотых по стандартным математическим правилам.

10'0

5. Последовательность  $a_n$  задана следующим образом:

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + \frac{2a_n}{n} \quad (\text{при } n \geq 1).$$

Найдите  $a_{999}$ .

499500

6. Назовём «зазубриванием» следующую операцию над многоугольником.

а) Каждую сторону многоугольника делим на три равные части.

б) Среднюю часть выбираем в качестве основания равностороннего треугольника, расположенного снаружи многоугольника.

в) Удаляем основание и добавляем две другие стороны.

Пусть  $M_0$  — равносторонний треугольник,  $M_1$  — многоугольник, полученный путём зазубривания  $M_0$ ,  $M_2$  получен зазубриванием  $M_1$  (см. рисунок),  $\dots$ ,  $M_{2018}$  получен зазубриванием  $M_{2017}$ .

Найдите  $S(M_{2018})$ , если известно, что  $S(M_0) = 4$ . В ответе укажите значение  $S(M_{2018})$ , округлённое до сотых.



9