

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

7–8 классы, 2018 год, вариант 3а

1. Каждый работник на стройке владеет по крайней мере одной строительной специальностью. 10 человек владеют специальностью каменщика, 9 — специальностью маляра, 8 — специальностью штукатура. Известно, что по крайней мере четверо владеют специальностями каменщика и штукатура одновременно, по крайней мере пятеро — специальностями каменщика и маляра, и по крайней мере трое — маляра и штукатура? Какое наибольшее количество работников может быть на стройке при этих условиях?

181

2. Из последовательности натуральных чисел $1, 2, 3, \dots$ удалили все точные квадраты (квадраты целых чисел). Какое число будет находиться на 2600 месте среди оставшихся?

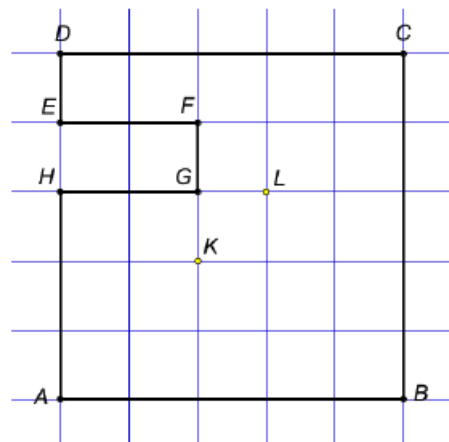
1692

3. Назовём натуральное число «удивительным», если все его цифры попарно различны и их сумма равна 18. Найдите сумму удивительных чисел, не превосходящих 999.

21622

4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см построен многоугольник $ABCDEFGH$ (см. рис.). Назовём *прямоугольной* ломаную, проходящую по линиям сетки и не проходящую два раза через одну и ту же точку. Постройте прямоугольную ломаную наибольшей длины с концами в точках K и L , не выходящую за границу $ABCDEFGH$ (по самой границе ломаная может проходить). В ответе укажите длину ломаной в сантиметрах.

13



5. Назовём число x «50-подпирающим», если для любых 50 действительных чисел a_1, \dots, a_{50} , сумма которых является целым числом, найдётся хотя бы одно, для которого $|a_i - \frac{1}{2}| \geq x$.

В ответе укажите наибольшее 50-подпирающее число x , округлённое до сотых по стандартным математическим правилам.

10'0

6. Последовательность a_n задана следующим образом:

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + \frac{2a_n}{n} \quad (\text{при } n \geq 1).$$

Найдите a_{999} .

499500