

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

7–8 классы, 2018 год, вариант 2b

1. В музыкальном кружке каждый из участников умеет играть по крайней мере на одном музыкальном инструменте. 8 человек играют на фортепиано, 9 на саксофоне и 11 — на гитаре. Известно, что по крайней мере три человека играют на фортепиано и на гитаре, по крайней мере четверо — на гитаре и саксофоне, и по крайней мере один человек — на фортепиано и саксофоне. Какое наибольшее количество участников может быть в кружке при этих условиях?

22

2. Натуральные числа, у которых сумма цифр равна 5, упорядочили по возрастанию. Какое число стоит на 121-м месте?

00073

3. У Феокиста Аристарховича есть 14 китайских ваз династии Цин, причём никакие две не были сделаны в один год. Вазы надо распределить по трём полкам, причём на каждую полку надо поставить хотя бы одну вазу и нельзя более древнюю вазу ставить ниже, чем менее древнюю. Найдите количество таких способов расстановки, если порядок ваз на одной полке не учитывается.

87

4. На прямой расположены 14 точек A_1, \dots, A_{14} , идущие с промежутками 1 см. Коля строит окружности по следующим правилам.

- Окружности не пересекаются и не касаются.
- Внутри каждой окружности есть по крайней мере одна из указанных точек A_1, \dots, A_{14} .
- Ни одна из этих точек не лежит на окружности.
- Различные окружности содержат внутри себя различные наборы точек. Т. е., например, если какая-то окружность содержит точки A_1 и A_2 внутри, а остальные снаружи, то вторую окружность, содержащую только A_1 и A_2 внутри, построить уже нельзя.

Какое наибольшее количество окружностей Коля сможет построить по этим правилам?

5. Назовём число x «25-подпирающим», если для любых 25 действительных чисел a_1, \dots, a_{25} , сумма которых является целым числом, найдётся хотя бы одно, для которого $|a_i - \frac{1}{2}| \geq x$.

В ответе укажите наибольшее 25-подпирающее число x , округлённое до сотых по стандартным математическим правилам.

0,02

6. Последовательность a_n задана следующим образом:

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + \frac{2a_n}{n} \quad (\text{при } n \geq 2).$$

Найдите a_{200} .

40200