

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

7–8 классы, 2018 год, вариант 2а

1. В музыкальном кружке каждый из участников умеет играть по крайней мере на одном музыкальном инструменте. 8 человек играют на фортепиано, 9 на саксофоне и 11 — на гитаре. Известно, что по крайней мере три человека играют на фортепиано и на гитаре, по крайней мере четверо — на гитаре и саксофоне, и по крайней мере один человек — на фортепиано и саксофоне. Какое наибольшее количество участников может быть в кружке при этих условиях?

22

2. Из последовательности натуральных чисел $1, 2, 3, \dots$ удалили все точные квадраты (квадраты целых чисел). Какое число будет находиться на 2000 месте среди оставшихся?

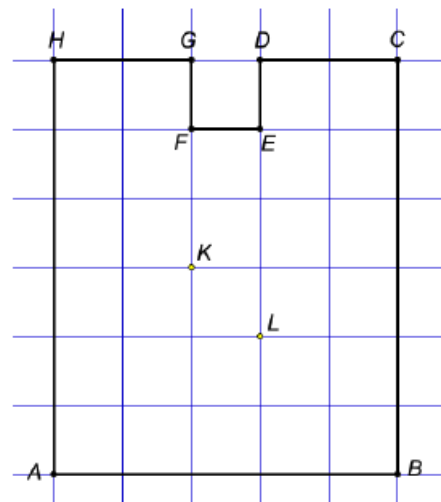
2045

3. Назовём натуральное число «занимательным», если все его цифры попарно различны и их сумма равна 18. Найдите сумму занимательных чисел, не превосходящих 980.

16692

4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см построен многоугольник $ABCDEFGH$ (см. рис.). Назовём *прямоугольной* ломаную, проходящую по линиям сетки и не проходящую два раза через одну и ту же точку. Постройте прямоугольную ломаную наибольшей длины с концами в точках K и L , не выходящую за границу $ABCDEFGH$ (по самой границе ломаная может проходить). В ответе укажите длину ломаной в сантиметрах.

40



5. Назовём число x «25-подпирающим», если для любых 25 действительных чисел a_1, \dots, a_{25} , сумма которых является целым числом, найдётся хотя бы одно, для которого $|a_i - \frac{1}{2}| \geq x$.

В ответе укажите наибольшее 25-подпирающее число x , округлённое до сотых по стандартным математическим правилам.

0,02

6. Последовательность a_n задана следующим образом:

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + \frac{2a_n}{n} \quad (\text{при } n \geq 1).$$

Найдите a_{200} .

00107