

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

7–8 классы, 2018 год, вариант 1а

1. В кружок робототехники берут только тех, кто знает математику, физику или программирование. Известно, что 8 членов кружка знают физику, 7 — математику, 11 — программирование. При этом известно, что не менее двоих знают одновременно физику и математику, не менее троих — математику и программирование, и не менее четырёх — физику и программирование. Какое наибольшее количество участников кружка может быть при этих условиях?

61

2. Из последовательности натуральных чисел $1, 2, 3, \dots$ удалили все точные квадраты (квадраты целых чисел). Какое число будет находиться на 2018 месте среди оставшихся?

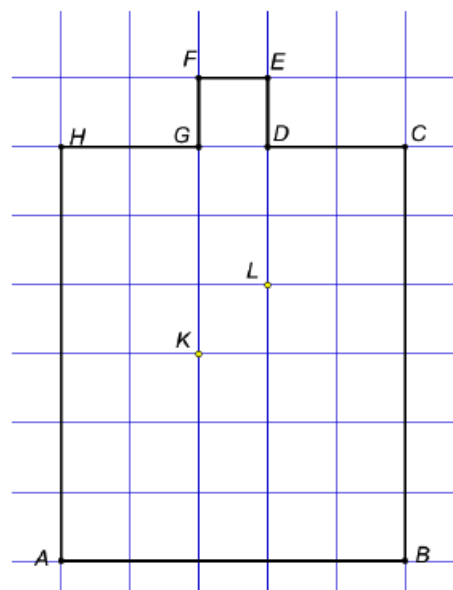
2062

3. Назовём натуральное число «примечательным», если все его цифры попарно различны и их сумма равна 18. Найдите сумму примечательных чисел, не превосходящих 950.

24102

4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см построен многоугольник $ABCDEFGH$ (см. рис.). Назовём *прямоугольной* ломаную, проходящую по линиям сетки и не проходящую два раза через одну и ту же точку. Постройте прямоугольную ломаную наибольшей длины с концами в точках K и L , не выходящую за границу $ABCDEFGH$ (по самой границе ломаная может проходить). В ответе укажите длину ломаной в сантиметрах.

42



5. Назовём число x «20-подпирающим», если для любых 20 действительных чисел a_1, \dots, a_{20} , сумма которых является целым числом, найдётся хотя бы одно, для которого $|a_i - \frac{1}{2}| \geq x$.

В ответе укажите наибольшее 20-подпирающее число x , округлённое до тысячных по стандартным математическим правилам.

0,025

6. Последовательность a_n задана следующим образом:

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + \frac{2a_n}{n} \quad (\text{при } n \geq 1).$$

Найдите a_{100} .

□050□