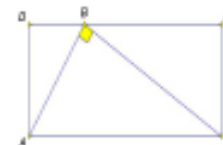


# Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

## 9 класс, 2017 год, вариант 2а

1. Найдите наименьшее  $n > 2016$  такое, что  $1^n + 2^n + 3^n + 4^n$  не кратно 10.

2. Около прямоугольного треугольника  $ABC$  с катетами  $AB = 5$  и  $BC = 6$  описали прямоугольник  $ADEC$ , как показано на рисунке. Какова площадь  $ADEC$ ?



08

3. Вася придумывает 4-значный пароль для кодового замка. Он не любит цифру 2, поэтому не использует её. Кроме того он не любит, когда две одинаковые цифры стоят рядом. А ещё он хочет, чтобы первая цифра совпадала с последней. Сколько вариантов надо перебрать, чтобы гарантированно угадать Васин пароль?

504

4. В Империи Вестероса было 1000 городов и 2017 дорог (каждая дорога соединяет какие-то два города). Из каждого города можно было проехать в каждый. Однажды злой волшебник заколдовал  $N$  дорог, и ездить по ним стало нельзя. Образовалось 7 королевств, так, что в каждом королевстве можно добраться из любого города в любой по дорогам, а из одного королевства в другое по дорогам добраться нельзя. При каком наибольшем  $N$  это возможно?

5. Джеку Воробью нужно было разложить 150 пиастров по 10 кошелькам. После того как он положил некоторое количество пиастров в первый кошелёк, в каждый следующий он клал больше, чем в предыдущий. В результате оказалось, что количество пиастров в первом кошельке не меньше, чем половина количества пиастров в последнем. Сколько пиастров находится в 6-м кошельке?

21

6. Найдите наименьшее натуральное  $N$  такое, что десятичная запись числа  $999N$  состоит из одних семёрок.

7. Марк Уотни испытывает на прочность новый купол, предназначенный для экспедиции на Марс. Купол выполнен в форме полусферы радиуса 20 м. Марк поворачивается на север и стреляет под углом  $45^\circ$  к земле, потом поворачивается на юг и тоже стреляет под углом  $45^\circ$  (см. рис). Какие значения может принимать  $|P_1P_2|$  — расстояние между точками попадания?



$2\sqrt{2}$

8. Решить уравнение:

$$\sqrt{x}(x^2 - 3x - 4)^3 + \sqrt{4-x}(x^2 - 8x)^5 = 0.$$

40