

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

7–8 классы, 2017 год, вариант 2b

1. Сколько натуральных чисел от 1 до 2017 имеют ровно три различных натуральных делителя?

14

2. Вовочка подошел к игровому автомату, на экране которого горело число 0. В правилах игры было написано: «На экране показано число очков. Если кинуть монетку в 1 руб., то число очков увеличится на 1. Если кинуть монетку 2 руб., то число очков удвоится. Если набрать 50 очков, то автомат выдаёт приз. А если получилось число, большее 50, то все набранные очки сгорают.»

За какое минимальное количество рублей Вовочка сможет получить приз?

3. Петя придумывает пароль для своего смартфона. Пароль состоит из 4 десятичных цифр. Петя хочет, чтобы пароль не содержал цифру 7, при этом в пароле должны быть хотя бы две (или более) одинаковые цифры. Сколькими способами Петя может это сделать?

3537

4. В компьютерном центре стоит 200 компьютеров, некоторые из них (попарно) соединены кабелями, всего использовано 345 кабелей. Будем называть «кластером» множество компьютеров, такое, что из любого компьютера этого множества сигнал по проводам может добраться до всех остальных. В начале все компьютеры образовывали один кластер. Но однажды ночью злой хакер перерезал несколько кабелей так, что образовалось 8 кластеров. Найдите наибольшее возможное число кабелей, которые были перерезаны.

5. В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD \parallel BC$ диагонали пересекаются в точке E . Известны площади $S(\triangle ADE) = 12$ и $S(\triangle BCE) = 3$. Найдите площадь трапеции.

27

6. Написаны 2017 чисел. Известно, что сумма квадратов любых 7 из них равна 7, сумма любых 11 из них положительна, а сумма всех 2017 чисел делится на 9. Найдите эти числа.

7. Найдите наименьшее натуральное число, оканчивающееся на цифру 2, которое удваивается, если переставить эту цифру в начало.