

## Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2017 год, Уфа

1. Решите неравенство

$$3 \sin \left( \frac{2x}{3} \right) \geq 5 - 2 \cos \left( \frac{\pi}{4} - \frac{x}{3} \right).$$

$\mathbb{Z} \ni u \cdot u \cdot 9 + \frac{p}{u \cdot 6}$

2. Медиана  $AM$  треугольника  $ABC$  перпендикулярна его биссектрисе  $BL$ . Найдите площадь треугольника  $ABM$ , если площадь треугольника  $ABL$  равна 10.

91

3. Решите неравенство

$$(\pi - 3)^{\ln(x^2 - 2x)} \leq (2 - x)^{\ln(\pi - 3)}.$$

[1-;∞-)

4. Найдите все целочисленные значения  $a, b, c$  такие, что существуют три различных корня уравнения

$$x^3 + (8 + b)x^2 + (b + 4)x + (c + 3) = 0,$$

которые являются корнями уравнения

$$x^4 + 5x^3 + ax^2 + bx + c = 0.$$

9- = 2 ' 9- = q ' 9 = 2

5. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  сторона основания равна  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ , а боковая сторона  $AA_1 = 2$ .

а) Докажите, что в призму можно вписать шар, и найдите его радиус.

б) Найдите объём наименьшей части шара, которую отсекает плоскость, проходящая через точки  $B, A_1$  и  $E$ .

$\frac{9 \wedge 91}{\sqrt{1-9 \wedge 101}} (9)$