Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

9 класс, 2016 год, вариант 3а

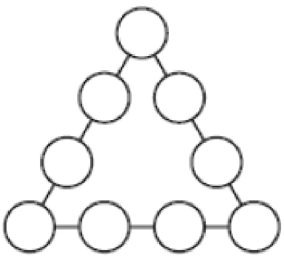
1. Найдите наименьшее натуральное N такое, что $N+2$ делится (без остатка) на 2, $N+3$ — на 3, …, $N+10$ — на 10.

2520

2. Пятеро бегунов бежали эстафету. Если бы первый бежал в два раза быстрее, то они бы потратили на 5% меньше времени. Если бы второй бежал в два раза быстрее, то потратили бы на 10% меньше времени. Если бы третий бежал в два раза быстрее, то потратили бы на 12% меньше времени. Если бы четвёртый бежал в два раза быстрее, то потратили бы на 15% меньше времени. На сколько процентов меньше времени они бы потратили, если бы пятый бежал в два раза быстрее?

На 8%

3. Можно ли расставить числа 2016, 2017, …, 2024 на указанные позиции (см. рисунок) так, чтобы сумма чисел, стоящих на каждой стороне треугольника, была одинаковой?



Да

4. Дан квадрат 1×1. Разрежьте его на 5 прямоугольников так, чтобы все 10 чисел, соответствующие ширине и высоте каждого прямоугольника, были различными рациональными числами.

5. Найдите наименьшее натуральное число N, такое, что число $99N$ состоит из одних троек.

3367

6. Окружность с диаметром AB пересекает отрезки AC и BC в точках M и N соответственно, причём длина отрезка MN равна радиусу окружности. Найдите площадь четырехугольника $ABNM$, если известно, что $AC=12$ и $BC=8$.

$18\sqrt{3}$

7. Найдите все пары натуральных чисел (x,y), для которых выполнено равенство

$$x^2+xy=y+92.$$

$(2,88)$; $(8,4)$