

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

9 класс, 2016 год, вариант 2b

1. Мудрый Гендальф сказал Фродо, что для того, чтобы перевести эльфийские мили в обычные, нужно разделить расстояние в эльфийских милях на 5 и полученное число уменьшить на 5%. Фродо решил, что для перевода из человеческих миль в эльфийские нужно расстояние в обычных милях умножить на 5 и полученное число увеличить на 5%. На сколько процентов от правильного значения расстояния в эльфийских милях он ошибётся, если будет так переводить?

0,25%

2. Филателист Андрей решил разложить все свои марки поровну в 3 конверта, но оказалось, что одна марка лишняя. Когда он разложил их поровну в 5 конвертов, лишними оказались 3 марки; наконец, когда он разложил их поровну в 7 конвертов, осталось 5 марок. Сколько всего марок у Андрея, если известно, что недавно он купил для них дополнительный альбом, вмещающий 150 марок, так как такого же старого альбома уже не хватало?

808

3. Решите уравнение

$$(\sqrt{x})^{2016} + (\sqrt{1-x})^{2016} = 1.$$

1,0

4. Пусть $F(x) = x^2 + ax + b$, где a, b — некоторые коэффициенты. На какую наименьшую величину может отличаться наибольшее значение функции $G(x) = |F(x)|$ от наименьшего значения этой функции на отрезке $[-1; 5]$?

На 4,5

5. Найдите все натуральные числа, которые в 36 раз больше суммы своих цифр.

324 и 648

6. В трапеции $ABCD$ известны основания $AD = 12$, $BC = 7$ и боковые стороны $AB = 3$, $CD = 4$. Найдите длину отрезка, соединяющего середины оснований трапеции.

2,5

7. Решите в натуральных числах уравнение

$$2n - \frac{1}{n^5} = 3 - \frac{2}{n}.$$

n = 1