

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2016 год, Уфа

1. Найдите все натуральные числа x и y , удовлетворяющие уравнению

$$x^3 + 2y^2 = 2016.$$

(08'9); (21'21)

2. Сумма пяти первых членов геометрической прогрессии равна 93, а сумма следующих пяти членов равна 2976. Найдите сумму первых семи членов прогрессии.

18Э

3. Серединами оснований BC и AD трапеции $ABCD$ являются точки K и L соответственно. Известно, что $AD = 10 \cdot BC$. На боковых сторонах AB и CD взяты соответственно точки M и N так, что прямая MN параллельна основаниям трапеции. При каком значении отношения $AM : MB$ сумма площадей треугольников BKN и MNL будет наибольшей?

19 : 17

4. Решите неравенство

$$\sqrt{2 \sin x \cos x} > \cos^3 x - \sin^3 x + \sin x \cos x (\sin x - \cos x).$$

$\mathbb{Z} \ni u; (u\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{u}, u\sqrt{2} + u) \cap [u\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{u}, u\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{u}]$

5. При каких значениях a и b неравенство

$$b < 16 \frac{2x-1}{4x^2-4x+5} \leq a$$

выполняется для всех действительных x ?

$\frac{c}{1} > q; z \leq v$