

## Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2016 год, Саратов

1. В десятичной записи натурального числа, состоящей только из цифр 4 и 5, количество цифр 5 нечётно и на 17 больше количества цифр 4. Найдите все возможные остатки от деления этого числа на 9.

7

2. Решите уравнение

$$x + \log_2 x - \log_3 x + \log_4 x - 7 = \left(\frac{3}{4} - \log_3 \sqrt{2}\right) \cdot \log_2 49.$$

2

3. На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  расположены точки  $M$  и  $N$  соответственно. При этом  $AM : MB = 3 : 1$ ,  $CN : NB = 1 : 7$ . Какой процент от площади четырёхугольника  $AMNC$  составляет площадь треугольника  $MBN$ ?

82%

4. Решите уравнение

$$\left(\sqrt{2} \sin 3x + \sqrt{2 + \cos 3x}\right) \left(2 \cos \left(\sqrt{2} \arcsin x\right) - 1\right) = 0.$$

$$\frac{\pi}{2} \text{ и } \frac{6}{\sqrt{2}} - \frac{9}{\sqrt{2}}$$

5. Найдите количество точек на координатной плоскости, через которые проходит как кривая  $(4x^3 - 3x)^{15} = 1 - (4y^3 - 3y)^{16}$ , так и кривая  $x^2 = 1 - y^2$ .

6