

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2016 год, Саратов

1. В десятичной записи натурального числа, состоящей только из цифр 4 и 5, количество цифр 5 нечётно и на 17 больше количества цифр 4. Найдите все возможные остатки от деления этого числа на 9.

7

2. Решите уравнение

$$x + \log_2 x - \log_3 x + \log_4 x - 7 = \left(\frac{3}{4} - \log_3 \sqrt{2}\right) \cdot \log_2 49.$$

2

3. На сторонах AB и BC треугольника ABC расположены точки M и N соответственно. При этом $AM : MB = 3 : 1$, $CN : NB = 1 : 7$. Какой процент от площади четырёхугольника $AMNC$ составляет площадь треугольника MBN ?

82%

4. Решите уравнение

$$\left(\sqrt{2} \sin 3x + \sqrt{2 + \cos 3x}\right) \left(2 \cos \left(\sqrt{2} \arcsin x\right) - 1\right) = 0.$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{x} \arcsin \frac{6}{\sqrt{2}} - \frac{9}{x}$$

5. Найдите количество точек на координатной плоскости, через которые проходит как кривая $(4x^3 - 3x)^{15} = 1 - (4y^3 - 3y)^{16}$, так и кривая $x^2 = 1 - y^2$.

6