

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2016 год, Йошкар-Ола

1. Найдите значение выражения

$$\left(\frac{3}{2x-y} - \frac{2}{2x+y} - \frac{1}{2x-5y} \right) : \frac{y^2}{4x^2-y^2}$$

при $x = \frac{4}{3}$, $y = \frac{7}{3}$.

3/8

2. Решите неравенство

$$\log_{3x}(x+1) - (x+1)^{(\log_{\cos 5} \sqrt{x+1})^{-1}} < \sin^2 5.$$

 $(\infty + ; \frac{5}{7}) \cap (\frac{5}{7}; 0)$

3. Для бригады маляров-учеников была запланирована окраска 360 кв. м стен. Перед началом работы один из учеников заболел, и вместо него работал мастер, производительность которого в три раза больше производительности каждого из учеников. Поэтому каждый из учеников в действительности покрасил на 6 кв. м меньше, чем планировалось. Все ученики и мастер работали одинаковое время. Сколько учеников работало?

6

4. Двугранный угол при основании правильной треугольной пирамиды $SABC$ равен $\arctg 3$. В каком отношении делит боковую сторону SB сфера, центр которой лежит в плоскости основания, если известно, что вершины основания принадлежат сфере?

8 : 5

5. Найдите сумму первых ста положительных корней уравнения

$$\cos(8\pi x) + 2 \cos(4\pi x) - \cos(2\pi x) + 2 \sin(\pi x) + 3 = 0.$$

5050