

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2016 год, Москва

1. Сравните числа $(\sin 1 + \cos 1)$ и $\frac{49}{36}$. Ответ обоснуйте.

Первое число больше

2. Два мальчика в течение нескольких часов ходили кругами вокруг здания, оба по часовой стрелке, каждый с постоянной скоростью. Более быстрый проходил один круг за 5 минут, более медленный — за некоторое целое число минут. При этом время между встречами тоже равнялось некоторому целому числу минут, причём оно было не меньше 12. За какое время более медленный мальчик проходил полный круг?

За 6 минут

3. Найдите минимальное значение выражения

$$\sqrt{(x+6)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-4)^2}$$

при условии $2|x| + 3|y| = 6$.

 $2\sqrt{\frac{13}{205}}$

4. Решите уравнение

$$[\log_2(\log_3 x)]^2 - 11 \log_2([\log_3 x]) + 18 \log_2(\log_3[x]) = 0$$

(через $[t]$ обозначена целая часть числа t , то есть наибольшее целое число, не превосходящее t).

[3; 4]

5. Боковые рёбра SA , SB и SC треугольной пирамиды $SABC$ взаимно перпендикулярны. Точка D лежит на основании пирамиды ABC на расстоянии $\sqrt{5}$ от ребра SA , на расстоянии $\sqrt{13}$ от ребра SB и на расстоянии $\sqrt{10}$ от ребра SC . Какое наименьшее значение может иметь объём пирамиды $SABC$ при этих условиях?

27