

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2016 год, Барнаул

1. Решите уравнение

$$\sqrt{\log_x \sqrt{2x}} \cdot \log_2 x = -1.$$

$\frac{p}{1}$

2. Футбольный мяч шьётся из 32 кусочков кожи: белых шестиугольников и чёрных пятиугольников. Каждый чёрный кусочек граничит только с белыми кусочками, каждый белый кусочек граничит с тремя чёрными и тремя белыми. Сколько чёрных кусочков нужно для изготовления мяча?

12

3. Решите уравнение

$$\sin^{10} x + \cos^{10} x = \frac{29}{16} \cos^4 2x.$$

$\mathbb{Z} \ni u, \frac{p}{u} + \frac{8}{u}$

4. На плоскости основания конуса с высотой, равной радиусу основания, дана точка (вне конуса), удалённая от окружности основания на расстояние, равное двум радиусам основания. Найдите угол между касательными плоскостями к боковой поверхности конуса, проходящими через данную точку.

$2 \arctg \frac{\sqrt{5}}{2}$

5. Найдите все значения a , при которых имеет единственное решение система

$$\begin{cases} (x^2 + 1)a = y - \cos x, \\ \sin^4 x + |y| = 1. \end{cases}$$

2 = 0
