

## Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2015 год, Москва

1. Можно ли представить выражение

$$(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) - (ax + bz)^2 - (by - cx)^2 - (cz + ay)^2$$

в виде квадрата некоторого многочлена от переменных  $a, b, c, x, y, z$ ?

□

2. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (2 + a)x - 6a^2 + 11a = 3$$

имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , удовлетворяющие неравенству  $\frac{2x_1}{x_2} + \frac{x_2}{2x_1} \leq 2$ .

$$\left(\infty + \frac{7}{8}\right) \cap \left\{1, \frac{8}{5}\right\} \cap \left(\frac{5}{4}; \infty -\right)$$

3. Что больше:  $2 \sin \frac{5\pi}{16} \cos \frac{\pi}{16}$  или сумма корней уравнения  $|3 \arccos x| = |\arcsin x|$ ?

□ Первое число больше

4. Города  $A, B, C, D, E$  лежат на одной окружности и попарно соединены прямолинейными дорогами. Два велосипедиста выехали одновременно из  $A$  в  $D$  и из  $C$  в  $E$ , повстречавшись в пути. Затем они выехали одновременно из  $D$  в  $B$  и из  $E$  в  $C$ , опять повстречавшись в пути. Наконец, они выехали одновременно из  $B$  в  $E$  и из  $C$  в  $B$ , прибыв в пункты назначения одновременно. Найдите  $BC$ , если  $AE = 2$  км и  $CD = 4$  км, а скорость каждого велосипедиста постоянна.

□ 16 км

5. Гипербола  $y = 5/x$  пересекается с прямой  $2x + y = 12$  в точках  $A$  и  $B$ , а с прямой  $x + 2y = 8$  — в точках  $C$  и  $D$ . Найдите координаты точки, равноудалённой от точек  $A, B$  и  $C$ .

□ (8; 2)