

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2012 год, Ростов

1. Решите неравенство

$$\sqrt{2x^{1006} - (x^{2012} + 1)} > 3x^{1799} + 1.$$

2. В равнобедренном треугольнике ABC высота AH в два раза короче высоты BO . Найдите синус угла между прямыми AH и BO .

3. Вася возвёл какое-то целое число в куб и умножил результат на два. Петя возвёл другое целое число в квадрат и умножил результат на три. Оказалось, что ответы совпали. Какое число взял каждый из ребят, если эти числа отличаются не более чем на 100 (перечислите все возможные варианты)?

4. Найдите максимально возможное отношение объёма конуса к объёму шара, содержащего этот конус.

5. Решите уравнение

$$|1 - x - y - xy| + |2x^2y^2 - 2x^2y - 2xy^2 + 2xy - 9| + \frac{|xy|}{xy} = -1.$$

Ответы

1. -1 .

2. $\frac{\sqrt{15}}{4}$.

3. $(6, 12), (6, -12), (24, 96)$.

4. $\frac{8}{27}$.

5. $(-\frac{1}{2}, 3), (3, -\frac{1}{2})$.